Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

Solución CTP 2

IN41A – Introducción a la Economía

Profesores : Marco Hauva
Auxiliar : Sebastián Fuentes, Darío Zúñiga
Sección : 03
Fecha : Martes 22 de Abril de 2008

Pregunta 1

$$F(K,L) = (aK^{-p} + bL^{-p})^{\frac{-1}{p}}, -1 < p < \infty, \quad a,b > 0$$

Solución:

a) Determine la elasticidad de sustitución. Explique qué significa.

Aquí a partir de la condición de primer orden del problema de productor podemos obtener la expresión de la elasticidad de sustitución.
La condición de primer orden puede ser obtenida de la solución de 2 problemas, de minimización de costos o de la maximización de utilidades.
La condición de primer orden es la siguiente:

$$\frac{\partial F / \partial L}{w} = \frac{\partial F / \partial K}{r} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{-1}{p}(aK^{-p} + bL^{-p})^{\frac{-1}{p}-1}(-p)aK^{-p-1} = a\left(\frac{Q}{K}\right)^{p+1} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{-1}{p}(aK^{-p} + bL^{-p})^{\frac{-1}{p}-1}(-p)bL^{-p-1} = b\left(\frac{Q}{L}\right)^{p+1} \qquad (3)$$

Reemplazando (2) y (3) en (1)

$$\left(\frac{K}{L}\right)^{p+1} = \frac{bw}{ar}$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{p+1}\ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{p+1}\ln\left(\frac{w}{r}\right)$$

$$\sigma_{K,L} = \frac{\frac{d(K/L)}{K/L}}{\frac{d(w/r)}{w/r}} = \frac{d\ln(K/L)}{d\ln(w/r)} = \frac{1}{p+1}$$

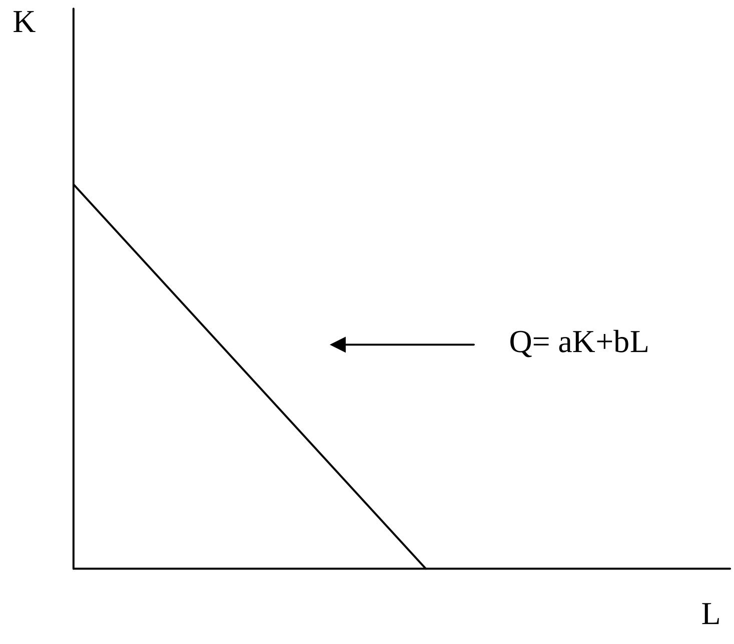
La elasticidad permite cuantificar en qué porcentaje cambia la intensidad del capital sobre el trabajo, dado que aumenta en un 1% los precios relativos entre el trabajo y capital.

b) Suponga que se espera que los salarios aumenten. Si usted fuera dueño de la firma, qué valor de p le sería más conveniente, y el menos conveniente?. Justifique claramente su elección.

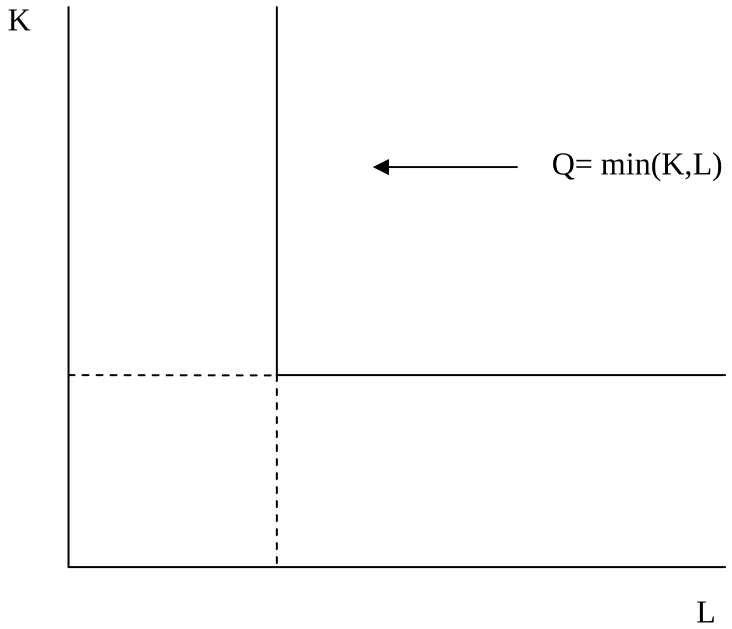
La tecnología menos conveniente es la que deja más expuesta a la firma a un shock en el precio del salario y por lo tanto se traspasa directamente a un aumento en los costos de producción pues no hay posibilidad de sustituir el insumo más caro por uno más barato (elasticidad de sustitución es cero, es decir p tendiendo a infinito).
La tecnología más conveniente es la que un productor puede dejar de usar el insumo más caro y reemplazarlo por el más barato, con un menor impacto en los costos totales (elasticidad de sustitución infinita, es decir p=-1).

c) Grafique las isocuantas cuando p tiende a -1 e infinito.

$$\lim_{p\to -1} F(K,L) = aK + bL$$



$$\lim_{p\to\infty} F(K,L) = Min(aK\ \ ,bL\ \ )$$



d**) Determine la tasa de sustitución técnica (TST) explicando qué significa.**

La tasa de sustitución técnica da la relación indica cuánto debo cambiar el capital dado que cambie una unidad de trabajo, para poder mantener la misma producción (es menos la pendiente de la isocuantas).

$$TST = \frac{-dK}{dL} = \frac{\partial F/\partial L}{\partial F/\partial K} = \frac{a}{b}\left(\frac{K}{L}\right)^{p+1}$$

Pregunta 2

Suponga que la elasticidad de la demanda es constante e igual a ***e***, además la oferta esta caracterizada por Qo=c+P.

Solución:

a) Determine el equilibrio de mercado.

$$\frac{dQ/Q}{dP/P} = e$$

La solución a esta ecuación diferencia que define la ecuación de demanda es:

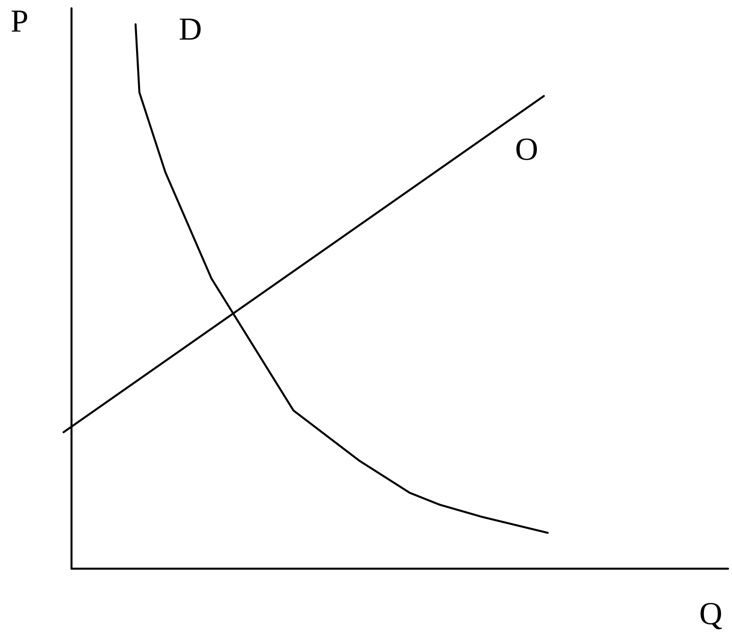
$$Q^D = aP^e$$

Donde a es una constante de integración.

En equilibrio

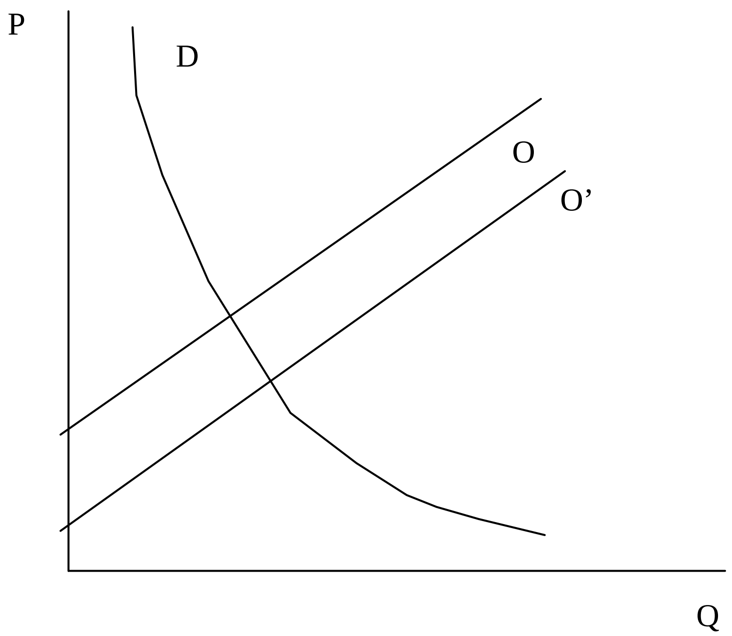
$$Q^D = Q^O$$

El equilibrio queda caracterizado por la solución de la siguiente ecuación:
$aP^e = c + P$



b) **Suponga ahora que hay un shock de tecnología, de qué manera afecta a los parámetros (*e*, c).Grafique el nuevo escenario.**

Con un shock (positivo) de tecnología la función de oferta debería desplazarse hacia la derecha abajo, por lo cual el valor de c debería disminuir.



Por lo cual observamos que disminuye el precio y aumenta la cantidad transada.

c) Determine las condiciones para que el shock de tecnología afecte los ingresos de las firmas.

El ingreso de los productores (I)queda determinado por el precio del bien (P) multiplicado por la cantidad transada (Q).

$$\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{dP}} = Q(1+e)$$

Suponiendo que la demanda es elástica el ingreso de los productores aumenta, por su parte si la demanda es inelástica el ingreso disminuye, finalmente con una elasticidad unitaria no hay efectos sobre los ingresos.

Pregunta 3

Suponga que dos países: Cóndor y Argon tienen una demanda similar de gas: $P_i=10-q_i$, sin embargo difieren en los costos que tienen las industrias productoras:
Argon: $C(q)=q+dq^2$ y Cóndor $C(q)=q+q^2$, con $0<d<1/2$

Solución:

a) ¿Cómo interpretaría el parámetro d?

Lo podemos interpretar un parámetro que captura la ventaja competitiva en la producción de gas.

b) Si en principio ambos mercados están separados, es decir, no se puede llevar gas de un lado a otro, determine el equilibrio en cada país.

Primero que nada necesitamos determinar las ofertas, que, como sabemos, corresponden al costo marginal (condición de primer orden). Luego debemos igualar las cantidades demandadas y ofertadas para determinar el equilibrio en cada mercado:

Cóndor:
Oferta: $Cmg = P = 1 + 2q$
Demanda: $P = 10 - q$
Igualando por Precio tenemos que:

$$Cmg = P = 1 + 2q = 10 - q \Leftrightarrow q = 3 \Leftrightarrow P = 7$$

Argón
Oferta: $Cmg = P = 1 + 2dq$
Demanda: $P = 10 - q$
Igualando por precio tenemos que:

$$1 + 2dq = 10 - q \Leftrightarrow q = \frac{9}{2d+1} \Leftrightarrow P = \frac{20d+1}{2d+1}$$

c) Suponga que los gobiernos deciden construir un gasoducto, el que permite transportar sin costo el gas. Determine en esta nueva situación la demanda agregada y la oferta agregada.

El calcular la oferta y demanda agregadas es sencillo pues

$$P_{Condor} = P_{Argon}$$

para ambas curvas. Por lo que podemos sumar las cantidades ofertadas y demandadas.

Oferta Agregada

$$Q^S = q_{Condor} + q_{Argon} = \frac{P-1}{2} + \frac{P-1}{2d} = \left(\frac{(P-1)(1+d)}{2d}\right)$$

Demanda Agregada

$$Q^D = q_{Condor} + q_{Argon} = 2(10-P)$$

d) Determine el precio y las cantidades producidas y consumidas por cada país.

Para encontrar el precio de equilibrio intersectamos la oferta agregada y la demanda agregada.

$$Q^S = Q^O \Leftrightarrow \left(\frac{(P-1)(1+d)}{2d}\right) = 2(10-P) \Leftrightarrow (P-1)(1+d) = 40d - 4dP \Leftrightarrow$$

$$P + dP - 1 - d = 40d - 4dP \Leftrightarrow P = \frac{41d+1}{(1+5d)}$$

La cantidad total producida la despejaremos de la demanda agregada

$$Q = 2(10-P) = \frac{20(1+5d) - 82d - 2}{1+5d} = \frac{20 + 100d - 82d - 2}{1+5d} = \frac{18+18d}{1+5d} = \frac{2(9+9d)}{1+5d}$$

Para ver cuanto se demanda en cada país reemplazaremos el precio en la demanda de cada país, con lo que determinaremos la cantidad demandada a ese precio.

$$Q = 10 - P = 10 - \left(\frac{41d+1}{1+5d}\right) = \frac{10(1+5d) - 41d - 1}{1+5d} = \frac{9+9d}{1+5d}$$

El resultado es lógico, pues dada la simetría en la demanda, cada país consumirá la mitad de la cantidad total producida.

Para encontrar la cantidad producida veremos cuanto produce cada industria al precio de equilibrio

Cóndor

$$P = 1 + 2q \Leftrightarrow \frac{41d+1}{1+5d} = 1 + 2q \Leftrightarrow q = \frac{41d + 1 - (1+5d)}{2(1+5d)} = \frac{18d}{1+5d}$$

Argón

$$P = 1 + 2dq \Leftrightarrow \frac{41d+1}{1+5d} = 1 + 2dq \Leftrightarrow q = \frac{41d+1-(1+5d)}{2d(1+5d)} = \frac{18}{1+5d}$$