

CTP No. 3

IN41A - ECONOMÍA
PROF: LEONARDO BASSO
AUXS: FELIPE RAMÍREZ-JORGE VÁSQUEZ
SECCIÓN: 02
MAYO 2008

1. Demanda e Impuestos (50 pts)

Suponga que en una economía existen sólo dos bienes. El bien i tiene precio $p_i > 0$, $i = 1, 2$. Por su parte, el consumidor tiene la siguiente función de utilidad

$$U(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

donde x_i denota la cantidad consumida del bien $i = 1, 2$. El ingreso de este agente es $w > 0$.

- a. Dada estas preferencias del consumidor, calcule la tasa de sustitución en el consumo y obtenga las funciones de demanda generalizada. ¿De qué tipo de bienes se trata? Justifique económicamente.

Sin volver a resolver, ¿cómo cree usted que cambian estas demandas si ahora la función de utilidad es $\tilde{U}(x_1, x_2) = e^{x_1 x_2}$?

Solución(2ptos): el consumidor resuelve

$$\text{máx } x_1 x_2$$

sujeto a

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq w$$

las condiciones de primer orden quedan como sigue:

$$x_2 = \lambda p_1 \tag{1}$$

$$x_1 = \lambda p_2 \tag{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \tag{3}$$

reemplazamos (10) en la restricción presupuestaria y obtenemos que

$$x_1(p, w) = \frac{w}{2p_1} \tag{4}$$

$$x_2(p, w) = \frac{w}{2p_2} \tag{5}$$

La otra forma de hacerlo, es usando la tasa de sustitución marginal del consumo. Se sabe que $TSM = \frac{U_{x_1}}{U_{x_2}}$. En el óptimo se cumple que:

$$TSM = \frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

lo cual se llega a la misma ecuación en (10).

Notemos que la función de utilidad es una Cobb-Douglas con $\alpha = 1$ y $\beta = 1$, por ende exhibe retornos crecientes a escala, es decir, entre más unidades se consumen de bien1 y bien2, entonces la utilidad aumenta más que proporcionalmente, por ende los bienes son normales. Además diferenciando (4) y (5) con respecto a w , observamos que las demandas crecen a tasa constante con el aumento del salario. Por lo que no se puede argumentar directamente si los bienes son de primera necesidad ($\frac{\partial x}{\partial w} < 0$) o de lujo ($\frac{\partial x}{\partial w} > 0$).

Observemos que $\forall x \in \mathbb{R} e^x$ es creciente en x

Por lo tanto si $x(p, w) \in \operatorname{argmax}\{u(x) | px \leq w\}$ entonces $x(p, w) \in \operatorname{argmax}\{\exp(u(x)) | px \leq w\}$.

Las demandas NO cambian.

b. Suponga que el gobierno desea recaudar dinero. Para ello tiene dos instrumentos:

1. Introducir un impuesto τ al consumo del bien 1, es decir, ahora el precio de este bien es $p_1(1 + \tau)$, o,
2. Introducir un impuesto de suma alzada T , es decir, el ingreso del agente pasa a ser $w - T$ (los precios no se tocan)

En cada uno de los casos anteriores encuentre analíticamente y gráficamente el efecto ingreso y sustitución. Denote las cantidades finales, (x_1^*, x_2^*) , en el caso del impuesto al bien 1, y por (\hat{x}_1, \hat{x}_2) , en el caso del impuesto a suma alzada. ¿Cómo se ven afectadas las demandas por los impuestos? Analice económicamente. Finalmente, calcule cuánto recauda el gobierno en el caso del impuesto al bien 1 (llame a esta cantidad $R(\tau)$).

Solución(2ptos):

Para el primer caso, encontremos las cantidades finales que se consumen de cada bien:

Notemos que $x_1(p, w) = x_1(p_1, w)$ por ende

$$x_1^*(p, w) = \frac{w}{2p_1(1 + \tau)} \quad (6)$$

$$x_2^*(p, w) = \frac{w}{2p_2} \quad (7)$$

Para calcular el efecto sustitución necesitamos resolver:

$$\text{mín } p_1(1 + \tau)x_1 + p_2x_2$$

sujeto a

$$U(x_1, x_2) \geq U_0$$

donde U_0 es la utilidad que tenía el individuo inicialmente, es decir

$$U_0 = \frac{w}{2p_1} \frac{w}{2p_2} = \frac{w^2}{4p_1p_2}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$p_1(1 + \tau) = \lambda x_2 \quad (8)$$

$$p_2 = \lambda x_1 \quad (9)$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1(1 + \tau)}{p_2} \quad (10)$$

reemplazamos (10) en la restricción de factibilidad y obtenemos que

$$x_1^s(p, w) = \frac{w}{2p_1(1 + \tau)^{1/2}} \quad (11)$$

$$x_2^s(p, w) = \frac{w}{2p_2(1 + \tau)^{-1/2}} \quad (12)$$

Por lo tanto el efecto sustitución $ES_1 = (11) - (4) < 0$ y $ES_2 = (12) - (5) > 0$. Podemos decir que al aumentarle el precio del bien 1 al consumidor, éste sustituirá el consumo del bien 1 por consumo de bien 2.

El efecto ingreso viene dado por $EI_1 = (6) - (11)$ y $EI_2 = (7) - (12)$.

(Insertar graficos).

En este caso el impuesto sólo afecta negativamente el consumo del bien 1, dejando igual el consumo del bien 2.

Para el segundo caso basta evaluar las demandas encontradas en la parte a. en $w - T$

$$\hat{x}_1(p, w) = \frac{w - T}{2p_1} \quad (13)$$

$$\hat{x}_2(p, w) = \frac{w - T}{2p_2} \quad (14)$$

Ahora no hay efecto sustitución puesto que no cambia el precio de ningún bien.

El efecto ingreso es $EI_1 = (4) - (13)$ y $EI_2 = (5) - (14)$

(Insertar grafico)

En este caso el impuesto afecta negativamente tanto el consumo del bien 1, como del bien 2.

Por lo tanto, para el primer caso, por cada unidad de x_1 que el individuo compra, el gobierno recauda $p_1\tau$, luego la cantidad total recaudada es

$$R(\tau) = p_1\tau x_1^*(p, w) = \frac{w\tau}{2(1 + \tau)} \quad (15)$$

- c. Suponga que τ y T son tales que la utilidad que alcanza el agente bajo ambos esquemas de impuesto es la misma. Muestre que en este caso el gobierno siempre recauda más bajo un impuesto a suma alzada (en otras palabras $R(\tau) < T$ para τ y T que dejan indiferente al individuo en el óptimo). ¿Por qué ocurre esto? Interprete económicamente.

Solución(2ptos):

Tenemos que

$$U(x_1^*, x_2^*) = \frac{w^2}{4p_1p_2(1 + \tau)}$$

$$U(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = \frac{(w - T)^2}{4p_1p_2}$$

imponiendo que las utilidades que alcanza el agente bajo ambos esquemas es el mismo,

$$\frac{w^2}{4p_1p_2(1 + \tau)} = \frac{(w - T)^2}{4p_1p_2} \quad (16)$$

$$\Rightarrow (w - T)^2 = \frac{w^2}{1 + \tau} \quad (17)$$

Despejando τ de (17)

$$\tau = \frac{T(2w - T)}{(w - T)^2} \quad (18)$$

Reemplazando (18) en (15), llegamos a que

$$R(\tau) = T - \underbrace{\frac{T^2}{2w}}_{<0}$$

$$\Rightarrow R(\tau) < T$$

Como las preferencias del agente son convexas, la canasta que consumirá será diversificada. El impuesto a suma alzada T disminuye el consumo de ambos bienes, sin embargo, el impuesto al consumo τ sólo disminuye la cantidad consumida del bien 1 dejando inalterada el consumo del bien 2 (esto es gracias a estas preferencias en particular). Puesto que el agente prefiere canastas diversificadas, el impuesto al bien 1 daña más al individuo (pues “desbalancea” su decisión de consumo) en comparación al impuesto a suma alzada (que mantiene las canastas balanceadas). De este modo, condicional en alcanzar un mismo nivel de utilidad, el gobierno no puede imponer un impuesto al bien 1 relativamente grande en comparación al impuesto a suma alzada, pues el 1ro perjudica más al individuo. De este modo, dado que el primer impuesto es relativamente pequeño, se recauda menos en el caso del impuesto al bien 1.

2. Problemas conceptuales (50 pts)

- a. Suponga que los agentes de cierta economía tienen acceso a L bienes, uno de ellos el pan, que en el último tiempo ha sufrido grandes alzas. Esto afecta el bienestar de los

individuos y ud., como parte del gobierno, no desea que esto ocurra. Usted no es capaz de observar las preferencias de los agentes, pero sí sus ingresos y las cantidades que ellos compran de los bienes. En base a lo visto en clases, ¿qué haría usted para evitar la caída de la utilidad de los individuos por debajo de la que tenían antes de las alzas de precio del pan? Si lograra observar la función de utilidad de los agentes, ¿cree ud. que podría hacerlo mejor? (por ejemplo, invirtiendo menos recursos). Argumente económicamente.

Solución(2pt):

Lo que se debe hacer frente a un cambio de los precios, es hacer que este cambio sea compensado. En otras palabras, supongamos que el individuo tiene un ingreso $w > 0$ y que el vector de precios cambia de p a p' . Inicialmente el individuo consumía la canasta $x(p, w)$, no obstante, ahora esta canasta es, eventualmente, inalcanzable. Un cambio de precios compensado es aquel que viene acompañado de un cambio en el ingreso de modo tal que la canasta original puede ser consumida bajo estos nuevos precios. Por lo tanto, el ingreso w' que debe darse al individuo debe satisfacer

$$w' = p' x(p, w)$$

y, si asumimos que antes del alza de precios, el individuo consumía todo su salario (más es mejor)

$$w = px(p, w)$$

Restando ambas se llega a

$$W = (p' - p)x(p, w)$$

que es la compensación necesaria. En nuestro caso, si suponemos que el pan es el bien l y sólo es su precio el que cambia, deberíamos dar una compensación:

$$W_l = (p'_l - p_l)x_l(p, w)$$

Como el individuo puede acceder a la canasta original $x(p, w)$, su nivel de utilidad es al menos el que tenía previo al alza de precios, pero puede ser estrictamente mayor: el individuo puede reoptimizar bajo el nuevo esquema de precios-ingreso (p', w') (nadie asegura $x(p, w)$ siga siendo óptima). Lo interesante es si conociésemos las preferencias del agente. En tal caso, podríamos dar una cantidad de dinero adicional de modo que el individuo alcance exactamente el nivel de utilidad original antes del alza de precios, y no más (como ocurre en el caso de la variación de ingreso equivalente). Así, podríamos ahorrar más recursos (que siempre son escasos).

Nota: No es necesario que ud. conozca estas compensaciones. Basta que argumente que si se conocen las preferencias del individuo, el ingreso adicional que debe darse puede ser controlado perfectamente para alcanzar el nivel de utilidad deseado. Por el contrario, cuando no se conocen preferencias y sólo las canastas consumidas (variaciones compensadas), eventualmente en un cambio de precios compensados se le está dando al agente un nivel de utilidad mayor que el necesario, siendo esto subóptimo.

- b. A Juan le gusta comer pasteles y tomar helados. Sin embargo, entre un rico pastel y un rico helado, prefiere lo primero. Ayer Juan fue a comer a una fuente de soda (un

café) donde los ricos helados y pasteles tienen el mismo precio. Dadas sus preferencias Juan pidió un pastel. Sin embargo, terminado éste decidió pedir algo más ya que había quedado con hambre. Para sorpresa de su acompañante, Juan pidió esta vez un helado. ¿Cómo explicaría Ud. la conducta de Juan si al principio prefería pastel en vez de helado?

Solución(1pt):

La argumentación de la conducta de Juan viene dado por el hecho de que la utilidad marginal del bien es decreciente. El consumo óptimo de Juan es tal que

$$\frac{UMg_{pastel}}{UMg_{helado}} = 1$$

luego dado que Juan por sus preferencias consumió pastel, su utilidad marginal disminuyó, por lo tanto

$$\frac{UMg_{pastel}}{UMg_{helado}} < 1$$

Como Juan quedó con hambre, su decisión óptima debiese ser tal que $\frac{UMg_{pastel}}{UMg_{helado}} = 1$, lo cual se logra consumiendo helado.

Nota: Lo relevante era notar que la utilidad marginal de Juan es decreciente.

- c. Suponga que Felipe tiene que escoger entre dos canastas que poseen dos bienes cada una. Sus preferencias son tales que, Felipe preferirá la primera canasta siempre y cuando la cantidad de bien 1 sea mayor que la cantidad de este bien en la canasta 2. Si la cantidad de bien 1 es la misma en ambas canastas, Felipe seguirá escogiendo la primera canasta si la cantidad de bien 2 es mayor que en la segunda canasta. ¿Cómo son las curvas de indiferencia de Felipe? Grafique.

Hint: Suponga que la canasta 1 posee una cantidad x_1 del bien 1 y x_2 del bien 2, y la segunda posee y_1 del bien 1 y y_2 del bien 2.

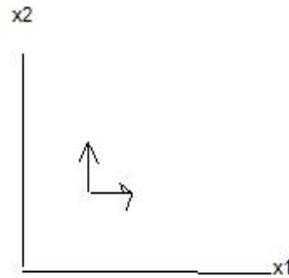
Solución(1pt):

Las preferencias de Felipe son tales que siempre preferirá el bien 1, sin embargo, en caso de que ambas canastas posean la misma cantidad de bien 1, éste preferirá la que tenga más bien 2.

Por lo tanto ubicando un punto en un gráfico x_2 v.s x_1 , las preferencias de Felipe aumentan hacia la derecha y hacia arriba de forma no continua.

Gráficamente:

Figura 1: Preferencias de Felipe



- d. Suponga que existen dos bienes en la economía, ¿Es posible que ambos sean inferiores?. Justifique su respuesta.

Solución(1pt):

Si son los únicos bienes, no pueden ser inferiores simultáneamente, pues si lo fueran, un aumento en el ingreso (manteniendo los precios constantes), implicaría una disminución en el consumo de ambos bienes, por lo que parte del ingreso del individuo no se estaría gastando, lo que viola el supuesto más es mejor. (El individuo no estaría maximizando utilidades)

- e. Si un bien es inferior para el 95 % de la población, pero es normal para el 5 % restante, entonces al agregar las demandas para generar la demanda de mercado, sabemos con certeza que la demanda de mercado nunca será creciente en su propio precio. Comente si la aseveración es falsa, verdadera o incierta.

Solución(1pt):

Falso, Si para aquellos que el bien es inferior el efecto ingreso domina, entonces será un bien de Giffen. si el bien es de Giffen para la mayoría de la población, puede ocurrir que sea de giffen a nivel de demanda de mercado, por lo que la demanda de mercado (agregada) podría ser creciente en alguna porción.