

Problema de Programación Lineal Mixta:
“Determinando el calendario de promociones óptimo”

Suponga que usted que trabaja en la Gerencia de Marketing de una empresa y que le han pedido que defina las promociones que se realizarán durante los distintos meses del año para el producto estrella de la empresa. Estas promociones pueden ser, por ejemplo, distintas reducciones de precio(10%, 20%, etc.) por períodos breves, concursos y sorteos, regalos por la compra del producto, entre otros.

Para esta planificación, la siguiente información es relevante:

- Cuenta con un presupuesto de B pesos para todo el año.
- En cada mes cuenta con H_m horas hombre de personal(por ejemplo, promotoras y vendedores).
- Existe un conjunto de N promociones posibles del cual usted puede seleccionar hasta n promociones para realizar en cada mes(esté conjunto es el mismo para los distintos meses del año).
- En cada mes no se pueden efectuar más de n promociones.
- Una promoción i ($i=1..N$) en el mes m necesitará un presupuesto de b_{im} pesos. Además si se realiza una promoción i en el mes m , las ventas aumentarán en $v_{f_{im}}$ pesos en dicho mes además de $v_{u_{im}}$ por cada hora hombre de personal de ventas incluido. (Nota: Si no se realiza ninguna promoción durante todo el año las ventas serán iguales a v_0 .)

Formule un problema de programación lineal que al resolverlo le permita determinar el calendario óptimo de promociones, es decir, cuál es el conjunto de promociones que se deben llevar a cabo en cada mes y con qué dotación de personal asignado que le permite a usted maximizar las ventas totales del año.

PAUTA DE SOLUCIÓN

1. Variables de decisión:

a) Sea x_{im} variable binaria igual a 1 si se realizará la promoción i en el mes m , 0 si no.
 $i=1,\dots,N$; $m=1,\dots,12$

b) Sea p_{im} horas hombres asignadas a la promoción i en período m . $i=1,\dots,N$; $m=1,\dots,12$

2. Restricciones

a) No negatividad:

$$p_{im} \geq 0 \quad i=1,\dots,N; \quad m=1,\dots,12$$

b) Consistencia entre x_{im} y p_{im} :

$$p_{im} \leq M * x_{im} \quad i=1,\dots,N; \quad m=1,\dots,12 \quad (M \text{ número suficientemente grande, por ejemplo, } M=H_m).$$

c) Número máximo de promociones por período:

$$\sum_{i=1}^N x_{im} \leq n \quad m=1,\dots,12$$

d) Presupuesto anual:

$$\sum_{m=1}^{12} \sum_{i=1}^N x_{im} * b_{im} \leq B$$

e) Disponibilidad de horas hombre de personal:

$$\sum_{i=1}^N p_{im} * h_{im} \leq H_m$$

3. Función Objetivo:

$$F.O.= \sum_{m=1}^{12} \sum_{i=1}^N (x_{im} * vf_{im} + p_{im} * vu_{im})$$

PAUTA P2 CONTROL 2 IN34A 2001/1

a) Criterio de optimalidad :

$$\bar{C}_j \leq 0 \quad \forall j$$

b) Criterio de cambio de base :

i) Selección de la variable que ingresa a la base

$$\text{MAX} \left\{ \bar{C}_j ; \bar{C}_j > 0 \right\} = \bar{C}_r$$

Entra X_r

ii) Determinación de la variable que deja la base.

$$\text{MAX} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{r,i}} ; \bar{a}_{r,i} > 0 \right\} = \frac{\bar{b}_t}{\bar{a}_{r,t}}$$

Sale la variable básica que se obtiene de la ti-esima ecuación.

B) Forma estándar

$$\text{Min } z = X_1 + X_2$$

$$\text{Sa } 4X_1 + 2X_2 + X_3 = -1$$

$$X_1 + 2X_2 + \quad + X_4 = -6$$

$$X_j \leq 0$$

$$\left. \begin{array}{rcl} -3 + X_1 + X_2 & & = 0 \\ 4X_1 + 2X_2 + X_3 & & = -1 \\ X_1 + 2X_2 & + X_4 & = -6 \end{array} \right\}$$

IT # 1

i) Ingresa X_2

Hay igualdad en el mayor costo. También podría ingresar X_1

ii) Selección de la variable que sale

$$\text{MAX} \left\{ -\frac{1}{2} ; -\frac{6}{2} \right\} = -\frac{1}{2}$$

sale X_3

$$\left. \begin{array}{rclcl} -3 & - & X_1 & - & \frac{1}{2} X_3 & = & + \frac{1}{2} \\ & & 2X_1 + X_2 & + & \frac{1}{2} X_3 & = & - \frac{1}{2} \\ -3X_1 + & & & - & X_3 + X_4 & = & -5 \end{array} \right\}$$

Solución Óptima:

v. básicas

v. No básicas

$$X_2^* = -\frac{1}{2}$$

$$X_1^* = 0$$

$$3^* = -\frac{1}{2}$$

$$X_4^* = -5$$

$$X_3^* = 0$$

PAUTA PREGUNTA 3 CONTROL 2 IN34A 2001/1

a) GRÁFICO

b) punto A= ($\sqrt{2}-2$, $2-\sqrt{2}$) restricción activa g_1
 $(y,x) + \mu_1(-2(x+2); -2(y-2)) = (0,0)$
 $y - 2\mu_1(x+2) = 0 \Rightarrow \mu_1 = 0,207$
 $x - 2\mu_1(y-2) = 0 \Rightarrow \mu_1 = 0,207$
 $\Rightarrow \text{OK}$

punto B= (1, -1) restricción activa g_3
 $(y,x) + \mu_2(1;-1) = (0,0)$
 $y + \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_2 = 1$
 $x - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_2 = 1$
 $\Rightarrow \text{OK}$

punto C=(0,2) restricción activa g_1 y g_2

$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = -\mu_1 \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \end{pmatrix} + \mu_2 \begin{pmatrix} 2(x+2) \\ 2(y-2) \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = -\mu_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \mu_2 = 1/2 \text{ y } \mu_1 = 0$$

$\Rightarrow \text{OK}$

- c) todos los puntos son regulares y cumplen KKT por lo que todos son candidatos a ser mínimos locales, pero no se puede asegurar.
- d) Para determinar si alguno de ellos es óptimo global se deben cumplir las condiciones de suficiencia,
 $f(x,y) = x*y$ no es convexa

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(x \ y) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (y \ x) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2xy$$

FIN!