

### Pauta Control N° 3

#### Pregunta N°1

- a) Se debe tener que  $P_0$  tenga solución no entera y que para  $P_1$  se presente una de las siguientes situaciones :
- $P_1$  solución entera y  $P_2$  solución entera
  - $P_1$  solución entera y  $P_2$  solución no entera con valor de la F.O. inferior a  $P_1$
  - $P_1$  solución no entera y  $P_2$  solución entera con valor de su F.O. superior a  $P_1$

Lo anterior se plantea siendo el problema a resolver un problema de maximización.

- b) Se entiende por precio sombra :

$$Y_i = \frac{\partial z^*}{\partial b_i}$$

Si la restricción no pasa por la solución óptima del problema entero, entonces siempre  $Y_i = 0$ . La solución no cambia para variaciones infinitesimales.

Si la solución óptima está sobre la restricción entonces al variar  $b_i$  infinitesimales la solución se mantiene o es infactible.

El concepto de precio sombra no es aplicable a programación lineal entera.

- c) Esto ocurre si la variable que entra a la base termina tomando el valor de su otra cota. El árbol generador se mantiene y todas las variables básicas permanecen.
- d) La solución en este problema es tal que un conjunto de cote, que separa el nodo origen con el nodo destino, tiene flujo a plena capacidad. Todas las variables de esos arcos están en sus cotas.

Para que exista el árbol generador y por tanto la solución básica, alguna de estas variables que están en sus cotas debe figurar como básica. Luego la solución óptima es degenerada.

#### Pregunta N°2

- a) Determinemos el nuevo lado derecho en la última forma canónica.

$$\begin{bmatrix} -2/10 & 6/10 \\ 2/10 & -1/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/10 \\ +22/10 \end{bmatrix} \quad z = -4/10 + 22 = 216/10$$

La solución óptima dada se transforma en no factible. La última forma canónica queda.

$$\begin{array}{rclclcl} -Z & -20/10x_2 & -26/10x_3 & -16/10x_5 & -2/10x_6 & = & -216/10 \\ & x_1 & +8/10x_3 & -2/10x_5 & +6/10x_6 & = & -2/10 \\ & & 5/10x_2 & +2/10x_3 & +x_4 & +2/10x_5 & -1/10x_6 & = & 22/10 \end{array}$$

Para encontrar la nueva solución óptima se deben aplicar el algoritmo dual – simplex a partir de la forma canónica anterior.

$$\begin{array}{rclclclclclcl}
 -Z & -8x_1 & -2x_2 & -9x_3 & & & -5x_6 & = & -20 \\
 & -5x_1 & & -4x_3 & +x_5 & -3x_6 & = & 1 \\
 & x_1 & +\frac{1}{2}x_2 & +x_3 & +x_4 & +\frac{1}{2}x_6 & = & 2
 \end{array}$$

La nueva solución óptima es :

$$\begin{array}{lcl}
 x_5 = 1 & x_1 = x_2 = x_3 = x_6 = 0 & z = 20 \\
 x_4 = 2
 \end{array}$$

b) La base óptima cambió. Luego los precios sombra también cambian.

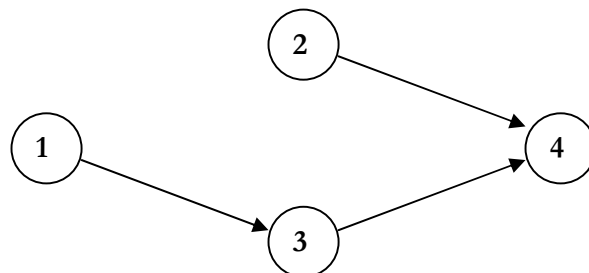
Los nuevos precios sombra son :  $y_1 = 0$   $y_2 = 5$

Pregunta N°3

a) La solución dada es una solución básica factible en donde :

$$\begin{array}{lll}
 f_{1,3} = 4 & f_{2,4} = 5 & y \quad f_{3,4} = 5 \quad \text{son variables básicas} \\
 f_{1,2} = 6 \text{ (c.s)} & f_{2,3} = 1 \text{ (c.i)} & \text{son variables no básicas}
 \end{array}$$

El árbol generador es :



$$c_{1,3} = y_1 - y_3 = 6$$

$$c_{2,4} = y_2 - y_4 = 7$$

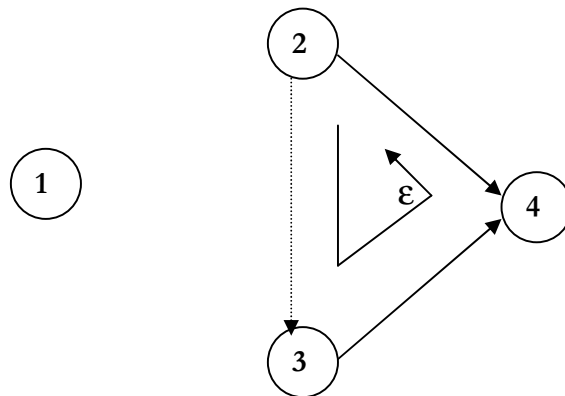
$$c_{3,4} = y_3 - y_4 = 1 \quad \text{si} \quad y_4 = 0 \quad y_3 = 1 \quad y_1 = 7 \quad y_2 = 7$$

$$\overline{c}_{1,2} = 2 - (7 - 7) = 2 \quad \text{No cumple el criterio de opt.}$$

$$\overline{c}_{2,3} = 3 - (7 - 1) = -3 \quad \text{No cumple el criterio de opt.}$$

Iteración 1-

i. Ingresa  $f_{2,3}$



$$\text{ii. } \varepsilon = \text{Min} \left\{ (5 - 2) ; (10 - 5) ; (5 - 1) \right\} = 3$$

Sale  $f_{2,4}$

La nueva solución básica es :

$$f_{1,3} = 4 \quad f_{2,3} = 4 \quad f_{3,4} = 8 \quad \text{variables básicas}$$

$$f_{1,2} = 6 \text{ (c.s)} \quad f_{2,4} = 2 \text{ (c.i)} \quad \text{variables no básicas}$$

$$c_{1,3} = y_1 - y_3 = 6$$

$$c_{2,3} = y_2 - y_3 = 3$$

$$c_{3,4} = y_3 - y_4 = 1 \quad \text{si} \quad y_4 = 0 \quad y_3 = 1 \quad y_2 = 4 \quad y_1 = 7$$

$$\overline{c}_{1,2} = 2 - (7 - 4) = -1$$

$$\overline{c}_{2,4} = 7 - (4 - 0) = +3$$

La solución básica es óptima.

b) Modelo lineal del problema :

$$\text{Min } z = 2f_{1,2} + 6f_{1,3} + 3f_{2,3} + 7f_{2,4} + 1f_{3,4}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & f_{1,2} + f_{1,3} = 10 \\ & -f_{1,2} + f_{2,3} + f_{2,4} = 0 \\ & -f_{1,3} - f_{2,3} + f_{3,4} = 0 \\ & -f_{2,4} - f_{3,4} = -10 \\ & l_{i,j} \leq f_{i,j} \leq u_{i,j} \end{aligned}$$

Sabemos que el problema tiene 3 restricciones linealmente independientes.

La matriz básica en el óptimo es :

$$B^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y su inversa es } B^{*-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(y_1, y_2, y_3) = (6, 3, 1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (7, 4, 1)$$

$$y_1 = 7 \quad y_2 = 4 \quad y_3 = 1$$

$$z = 70$$

$$w = 10y_1 - 10y_4 \quad 70 = 10y_1 - 10y_4 \quad y_4 = 0$$