

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN34A : Optimización
Profesores: Natalia Yanković - Guillermo Durán
Patricio Conca
Auxiliares: Alejandro Cataldo - Giovanni Medina
Francisco González - Sebastián Souyris

EXAMEN RECUPERATIVO OTOÑO 2003

DURACIÓN: 2 HORAS 30 MINUTOS

Problema sobre materia del curso

Responda las siguientes preguntas. Justifique claramente sus respuestas (1 punto cada una).

1. Describa las etapas de la Investigación operativa. ¿Qué características debe tener un buen modelo?
2. Se resuelve un problema de programación lineal de minimización (P_1) obteniendo una solución única y no degenerada. Se agrega una nueva restricción lineal al problema, generando un nuevo problema (P_2). Comente las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta:
 - a) El óptimo del problema (P_2) es necesariamente peor que el óptimo de (P_1).
 - b) Si la solución óptima de (P_2) es distinta a la de (P_1), entonces la restricción agregada debe ser activa.
 - c) Es posible tener más de una solución óptima en el nuevo problema (P_2).
 - d) Puede ser que el problema se vuelva infactible o no-acotado.
 - e) Se puede dar el caso en que la solución óptima de (P_2) sea única, no degenerada e idéntica a la solución óptima de (P_1) y que además la restricción agregada sea activa.
3. Suponga que tiene que realizar la distribución de las cartas certificadas de correos de Chile y utilizando sus conocimientos del curso ha planteado un modelo de programación lineal que permitiría encontrar una ruta óptima con el fin de minimizar los costos de transporte. ¿Contar con este modelo asegura que usted logre tener las rutas óptimas para realizar la distribución? Comente.
4. Suponga que para una red con capacidades de circulación máximas y mínimas, se conocen todas las capacidades de los conjuntos de corte, que separan el nodo inicial I del nodo final T . Además, se sabe que actualmente está circulando entre I y T un flujo F . ¿Cómo podríamos saber si es posible aumentar este flujo?

Problema de Desarrollo

1. Sea el siguiente problema:

$$\text{mín } f(x, y) = e^{-x} + e^{-2y}$$

s.a.

$$\begin{array}{rcl} x + y & \geq & 1 \\ x & \geq & 0 \\ y & \geq & 0 \end{array}$$

- a) (4 ptos) Resuelva utilizando multiplicadores de Lagrange.
 b) (2 ptos) ¿Es la solución encontrada el óptimo del problema? Justifique.

2. Sea el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{mín } z &= 3x_1 - x_2 - 2x_3 \\ \text{s.a.} \quad & -3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 20 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \geq 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

- a) (4 ptos) Determine el intervalo de valores permitidos para c_1 y c_2 sin que cambie la solución óptima.
 b) (2 ptos) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por aumentar marginalmente la disponibilidad del recurso 2?

Problema de Modelación Lineal Entera

Una empresa exportadora de frutas ha celebrado un contrato para abastecer de frambuesas a N ciudades europeas durante un período de T semanas, siendo D_{jt} la demanda de frambuesas en la ciudad j durante la semana t , las cuales deben ser satisfechas.

Esta empresa exportadora se ha contactado con M productores de frambuesas, con lo cual ha conseguido que la máxima cantidad que el productor i le puede entregar en la semana t sea de S_{it} .

Para ello, la empresa exportadora retirará las frambuesas desde los predios de los productores y las llevará a alguno de los P aeropuertos que sirven como centros de embarque y almacenamiento. Si se emplea el aeropuerto p en la semana t , se deberá arrendar un frigorífico en ese aeropuerto. La capacidad de éste es de B_p , y su arriendo cuesta A_{pt} , sin importar la cantidad almacenada. El arriendo de éste por la semana t obliga a seguir arrendándolo por todas las semanas siguientes, o sea, desde la p hasta la semana T .

Los costos unitarios a los cuales está sujeta la empresa son de transporte terrestre desde los predios del productor i al aeropuerto p en la semana t , C_{ipt} , de transporte aéreo desde el aeropuerto p a la ciudad j en la semana t , d_{ipt} , y de mantención de inventario en el frigorífico del aeropuerto p , durante la semana t , h_{pt} .

Además, si una partida de frambuesas ingresa al aeropuerto p debe necesariamente ingresar al frigorífico.

El problema consiste en determinar que cantidad de frambuesas se le va a retirar a cada productor cada semana y la utilización de aeropuertos de manera de satisfacer cada una de las demandas a costo mínimo. Para ello, plantee un modelo de programación lineal mixto.

Nota: utilice como aproximación que el ingreso de frambuesas a cualquier frigorífico y el embarque se hacen instantáneamente al comienzo de cada semana.

Problema de Redes

Suponga que tiene una red donde cada arco tiene asignado un valor correspondiente a la circulación mínima que debe pasar por allí y otro valor correspondiente a un flujo factible, (x,y) respectivamente.

1. ¿Como adaptaría la red o el algoritmo de Ford y Fulkerson para poder calcular el flujo mínimo que puede pasar por la red?
2. Aplique su algoritmo al siguiente ejemplo.

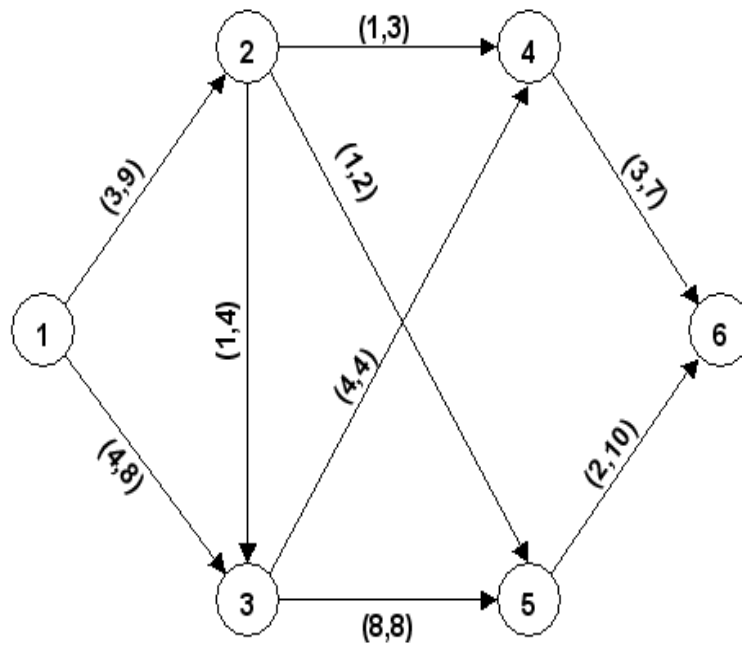


Figura 1: Red asociada al problema.