



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
IN34A – Optimización

Profesores: Guillermo Durán
Daniel Espinoza
Auxiliares: André Carboni
Leonardo López
Rodrigo Wolf

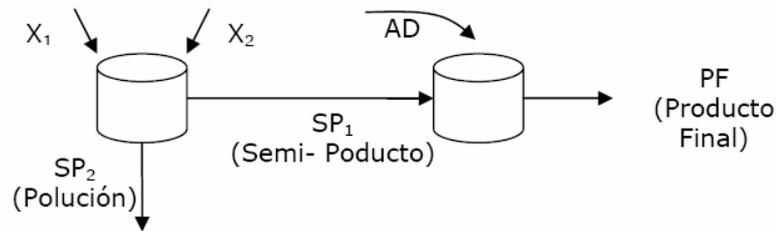
Considere el problema de cada mes de una planta. La planta funciona en dos etapas. En la primera entran dos componentes de materia prima, que producen un semi-producto que va a la segunda etapa y un subproducto que causa polución. En la segunda etapa al semi-producto se agrega un aditivo y sale el producto final.

Se conoce los siguientes datos:

- La materia prima 1 debe ser entre un 70% y 90% de la materia prima 2.
- Los costos de la materias primas 1 y 2 son C_1 y C_2 por litro respectivamente.
- El aditivo cuesta e por litro y se debe agregar m litros por cada 1% de diferencia entre las materias primas 1 y 2 en la etapa 1.
- El subproducto de la etapa uno se produce en un volumen que es igual al 15% de la suma de las materias primas. En total no debe sobrepasar un valor K .litros Se puede comprar derechos de polución en paquetes de $0.2 K$ litros cada uno, a un costo de g por paquete.
- Para cada período se conoce la meta de producción R litros. El producto final es igual al semi-producto más el aditivo.

Desarrolle un modelo de Programación Lineal con variables continuas y enteras para este problema, que minimice los costos totales y le permita decidir la cantidad de insumos (de todo tipo) a ocupar.

SOLUCIÓN



Variables:

X_1	Cantidad de materia prima 1 a ocupar [lt]
X_2	Cantidad de materia prima 2 a ocupar [lt]
AD	Cantidad de aditivo a ocupar [lt]
P	Número de derechos a comprar
SP_1	Semi Producto [lt]
SP_2	Sub producto o polución [lt]
PF	Producto Final [lt]

Restricciones:

- La materia prima 1 debe ser entre un 70% y 90% de la materia prima 2.

$$0.7 \cdot X_2 \leq X_1 \leq 0.9 \cdot X_2$$

- El aditivo se debe agregar m litros por cada 1% de diferencia entre las materias primas 1 y 2 en la etapa 1.

$$AD = m \cdot 0.01 \cdot (X_2 - X_1)$$

- El subproducto de la etapa uno se produce en un volumen que es igual al 15% de la suma de las materias primas. En total no debe sobrepasar un valor K litros. Se puede comprar derechos de polución en paquetes de $0.2 K$ litros cada uno

$$SP_2 = 0.15 \cdot (X_2 + X_1)$$

$$SP_2 \leq K + 0.2 \cdot P \cdot K$$

- Para cada período se conoce la meta de producción R litros. El producto final es igual al semi-producto más el aditivo.

$$PF = SP_1 + AD$$

$$PF \geq R$$

$$SP_1 = 0.85 \cdot (X_2 + X_1)$$

- Naturaleza de las variables

$$X_1, X_2, SP_1, SP_2, PF, AD \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$p \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Se puede prescindir de las variables SP1 SP2 y PF teniendo restricciones equivalentes.

Función Objetivo:

$$\min z = C_1 \cdot X_1 + C_2 \cdot X_2 + e \cdot AD + g \cdot P$$