

Pauta Exámen

Problema 3

- a) Sabemos que la energía cinética de un electrón la podemos escribir como ...

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Pero además sabemos que usando $F = ma$ se tiene ...

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Luego, de acá se tiene:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Y reemplazando en la energía queda ...

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

- b) Calculemos la variación de la energía con el tiempo ...

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dr} \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r^2} \frac{dr}{dt}$$

Por otro lado sabemos que

$$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} |\vec{a}|^2$$

Pero de la ecuación de fuerza podemos calcular $|\vec{a}|$...

$$m|\vec{a}| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow |\vec{a}| = \frac{e^2}{4\pi m \epsilon_0 r^2}$$

Por lo tanto, si reemplazamos el valor encontrado para $|\vec{a}|$ y después igualamos $P = -\frac{dE}{dt}$, tenemos

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{e^4}{12\pi^2 m^2 \epsilon_0^2 c^3 r^2}$$

Si integramos ...

$$\frac{1}{3}(r^3 - r_0^3) = -\frac{e^4 t}{12\pi^2 m^2 \epsilon_0^2 c^3}$$

$$r(t) = \sqrt[3]{r_0^3 - \frac{e^4 t}{4\pi^2 m^2 \epsilon_0^2 c^3}}$$

Queremos calcular el tiempo t^* que tarda el electrón en alcanzar el núcleo, esto es $r(t^*) = 0$. Luego,

$$t^* = \frac{4\pi^2 m^2 r_0^3 \varepsilon_0^2 c^3}{e^4}$$

Si evaluamos se tiene ...

$$t^* \approx 1,7 \cdot 10^{-12} [s]$$

- c) El electrón no cae al núcleo puesto que para éste existen sólo algunas órbitas permitidas, el radio de la órbita en la cual el electrón se mueve está cuantizada, es discreta.

Problema 4

Debe tener un **estado metaestable**. La **emisión es inducida**. Por medio del **bombeo óptico** se alcanza el estado metaestable.