

Pauta Control 2

3 de Mayo de 2008

Pregunta 1

Una partícula de masa en reposo M , se desintegra en dos partículas con masas en reposo m_1 y m_2 .

(a) Calcular la energía total de cada partícula en términos de m_1 y m_2 .

Solución

Por conservación de la Energía:

$$Mc^2 = E_1 + E_2$$

Por conservación de Momentum, el momentum final debe ser cero, entonces:

$$p_1 = -p_2$$

Además, por invariante relativista

$$E_1^2 - p_1^2 c^2 = m_1^2 c^4$$

$$E_2^2 - p_2^2 c^2 = m_2^2 c^4$$

Restando ambas ecuaciones

$$E_1^2 - E_2^2 = (m_1^2 - m_2^2) c^4$$

$$E_1^2 - (Mc^2 - E_1)^2 = (m_1^2 - m_2^2) c^4$$

$$E_1 = \frac{m_1^2 - m_2^2 + M^2}{2M} c^2$$

$$E_2 = \frac{m_2^2 - m_1^2 + M^2}{2M} c^2$$

(b) Suponiendo que el 90% de M queda en forma de materia y que $m_1 = m_2$, encontrar la velocidad final de las partículas.

Solución

Dado que las partículas son de igual masa $v_1 = v_2 = v$.

Además $E_1 = E_2 = \frac{1}{2} Mc^2$

Pero $E_1 = \gamma m_1 c^2$

Entonces, sea $m = m_1 = m_2$. tenemos

$$\frac{1}{2} Mc^2 = \gamma m c^2$$

$$\gamma = \frac{10}{9}$$

$$v = \frac{\sqrt{19}}{10} c$$

Pregunta 2

Calcule durante cuántos años podría proveer a toda la población chilena (15 millones de habitantes) 1 kg de Uranio convertido íntegramente en energía. Suponga un consumo promedio mensual de 50 kWh.

Solución:

La energía contenida en 1 kg de Uranio es:

$$E = mc^2$$

$$E = 1 \text{ [kg]} c^2$$

$$E = 9 \cdot 10^{16} \text{ [J]}$$

Sea E_1 la energía que consumen los chilenos en un mes, entonces:

$$E_1 = 15 \cdot 10^6 \cdot 50 \text{ [kWh]}$$

$$E_1 = 2,7 \cdot 10^{15} \text{ [J]}$$

Sea E_2 la energía consumida por los chilenos en un año, se tiene que:

$$E_2 = 12E_1$$

$$E_2 = 3,24 \cdot 10^{16} \text{ [J]}$$

Luego, la cantidad de años buscada corresponde al cuociente entre E y E_2 , entonces:

$$n = \frac{9 \cdot 10^{16} \text{ [J]}}{3,24 \cdot 10^{16} \text{ [J]}}$$

$$n \simeq 2,78$$