F134A-2 2008/2 Pauta Ejercicio 5

P1/

Convención: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s $\neq 1$

i)

Partícula Inicial:	Partícula Final:	Fotón Emitido
Energía: mc^2	Energía: $E' = \gamma(v')m'c^2$	Energía: $E = h\nu$
Momentum: $\vec{0}$	Momentum: $\vec{p}' = \gamma(v')m'v'\hat{x}$	Momentum: $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{x}$

Recordar que para toda partícula $E^2 - (\|\vec{p}\|c)^2 = (mc^2)^2$

Conservación de Energía: $mc^2 = E' + E \iff E' = mc^2 - E$

Conservación de Momentum: $0 = p' + p \iff p' = -p = -\frac{E}{c}$

$$(E')^2 - (p'c)^2 = (m'c^2)^2 \iff (mc^2 - E)^2 - E^2 = (m'c^2)^2$$

$$(mc^2)^2 + E^2 - 2mc^2E - E^2 = (m'c^2)^2 \iff (m^2 - m'^2)c^4 = 2mc^2E$$

$$\iff E = \frac{m^2 - m'^2}{2m}c^2$$

Sea $E_0 = (m - m')c^2$

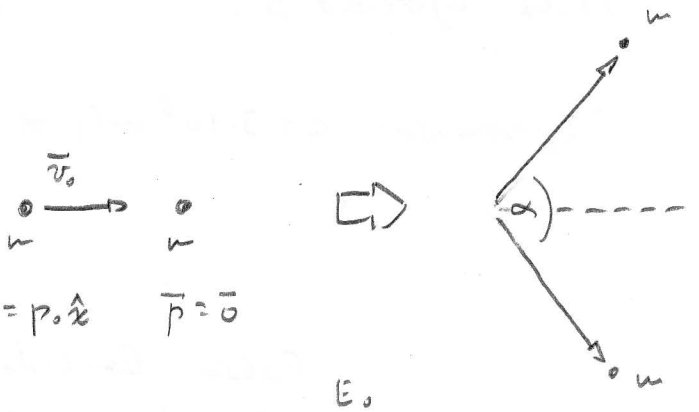
Luego $E_0\left(1 - \frac{E_0}{2mc^2}\right) = (m-m')c^2 \cdot \frac{2mc^2 - (m-m')c^2}{2mc^2}$

$$= \frac{(m-m')(m+m')}{2m}c^2 = \frac{(m^2 - m'^2)}{2m}c^2 = E \quad // \quad 3.0 \text{ ptos}$$

"Hágase la Luz"

Dios.

P2/



Energía: $\overbrace{(T+mc^2)}^{E_0} + mc^2 = 2E_f \Rightarrow E_f = \frac{T}{2} + mc^2$

Momentum (Eje x): $p_0 = 2p_f\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{p_0}{2p_f}$

$$E_0^2 - (p_0c)^2 = E_f^2 - (p_fc)^2 = (mc^2)^2$$

$$(p_fc)^2 = E_f^2 - (mc^2)^2 = \left(\frac{T}{2} + mc^2\right)^2 - (mc^2)^2 = \frac{T^2}{4} + Tmc^2$$

$$(p_0c)^2 = E_0^2 - (mc^2)^2 = (T + mc^2)^2 - (mc^2)^2 = T^2 + 2Tmc^2$$

$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \left(\frac{p_0}{2p_f}\right)^2 = \frac{(p_0c)^2}{4(p_fc)^2} = \frac{T^2 + 2Tmc^2}{T^2 + 4Tmc^2} = \frac{T + 2mc^2}{T + 4mc^2}$$

$$\cos(\alpha) = \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 1$$

$$= 2\frac{T+2mc^2}{T+4mc^2} - 1 = \frac{T}{T+4mc^2} = 1 - \frac{4mc^2}{T+4mc^2} \quad //$$ 2.0 pts

ii) En el límite cuando $c \to \infty$, $\frac{T}{mc^2} = \gamma - 1 \longrightarrow 1 - 1 = 0$

$$\cos(\alpha) = \frac{T}{T + 4mc^2} = 1 - \frac{4}{\frac{T}{mc^2} + 4} \longrightarrow 1 - \frac{4}{0+4} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

Cuando $v \to c$, $T \to \infty$

$$\cos(\alpha) = 1 - \frac{4mc^2}{T+4mc^2} \longrightarrow 1 - 0 = 1 \qquad \alpha = 0$$ 1.0 pts