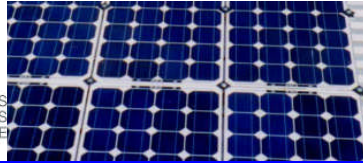




fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



FI33A ELECTROMAGNETISMO

Clase 16

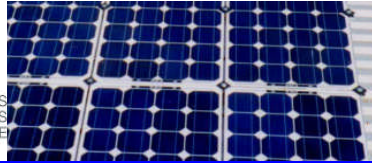
Magnetostática-II

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile



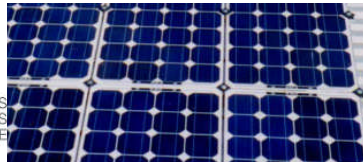
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

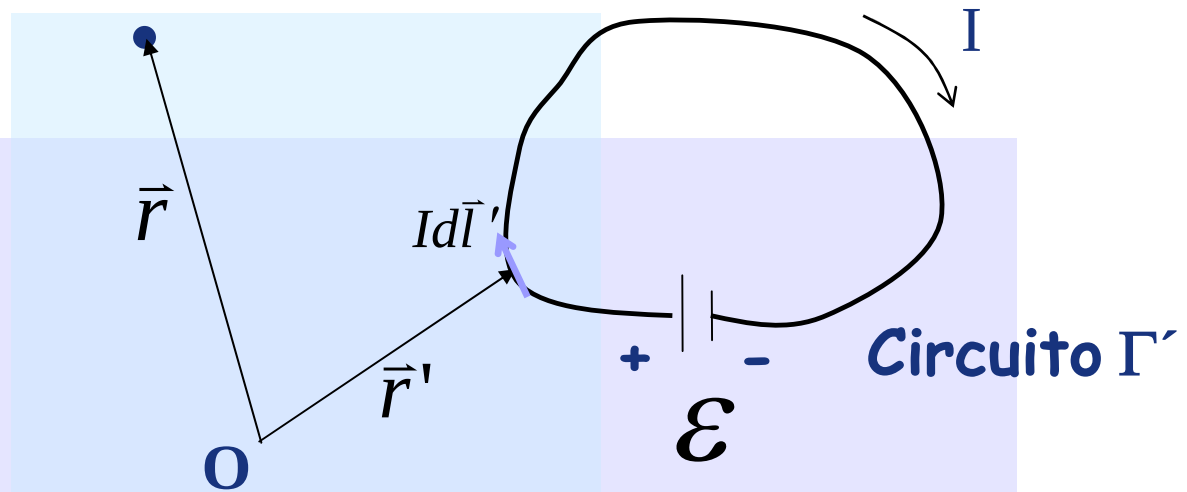


INDICE

- Campo magnético
- Ley de Biot y Savarat
- Torque magnético
- Motor Elemental



Campo magnético



Campo producido por
circuito Γ'

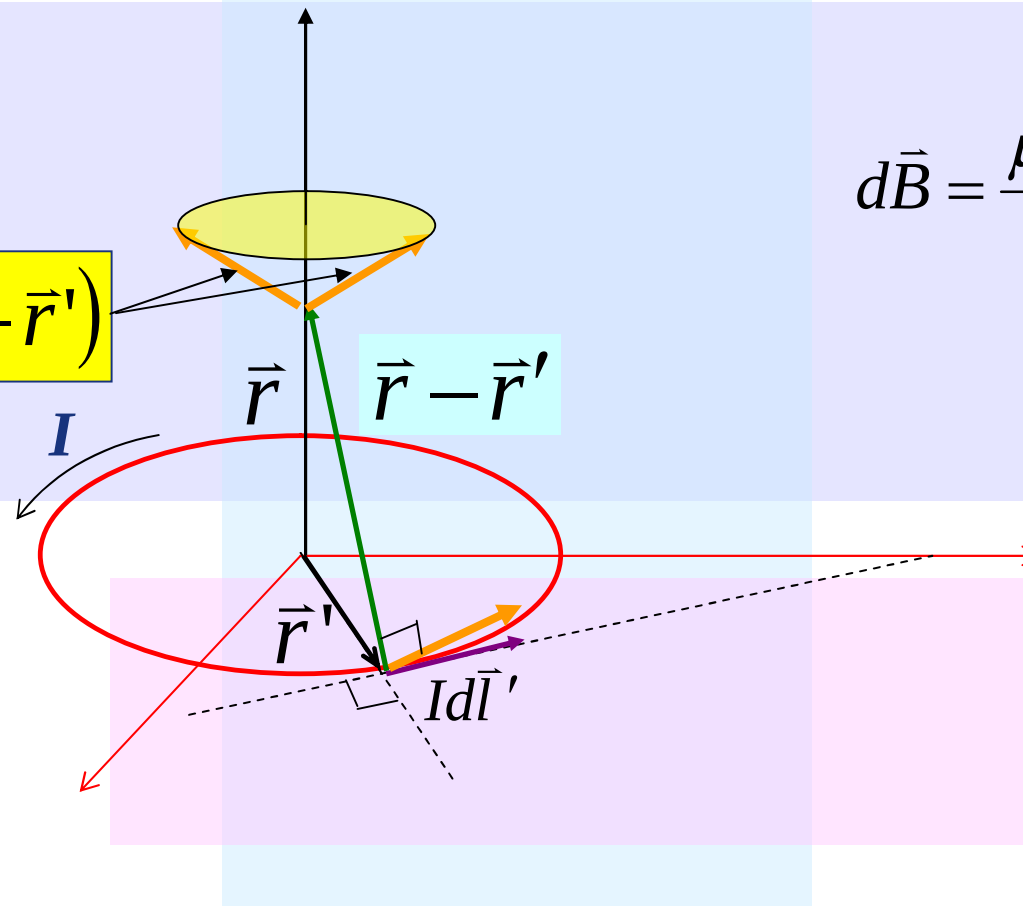
$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$



Regla de la mano derecha

Dirección de campo está dado por el producto $I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')$

$$I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')$$

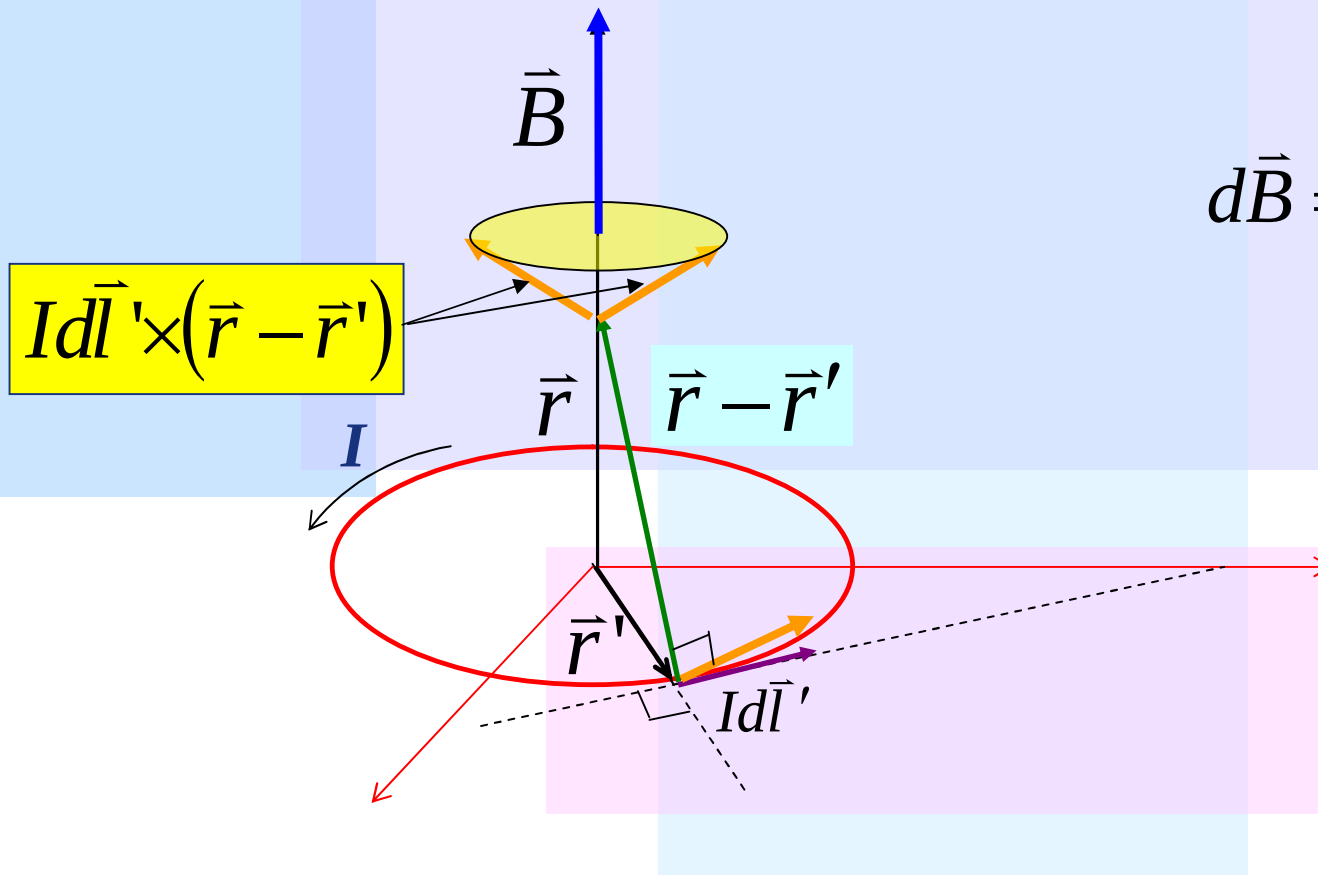


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

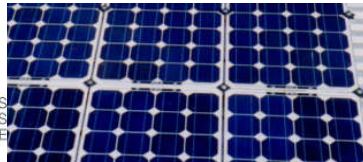


Regla de la mano derecha

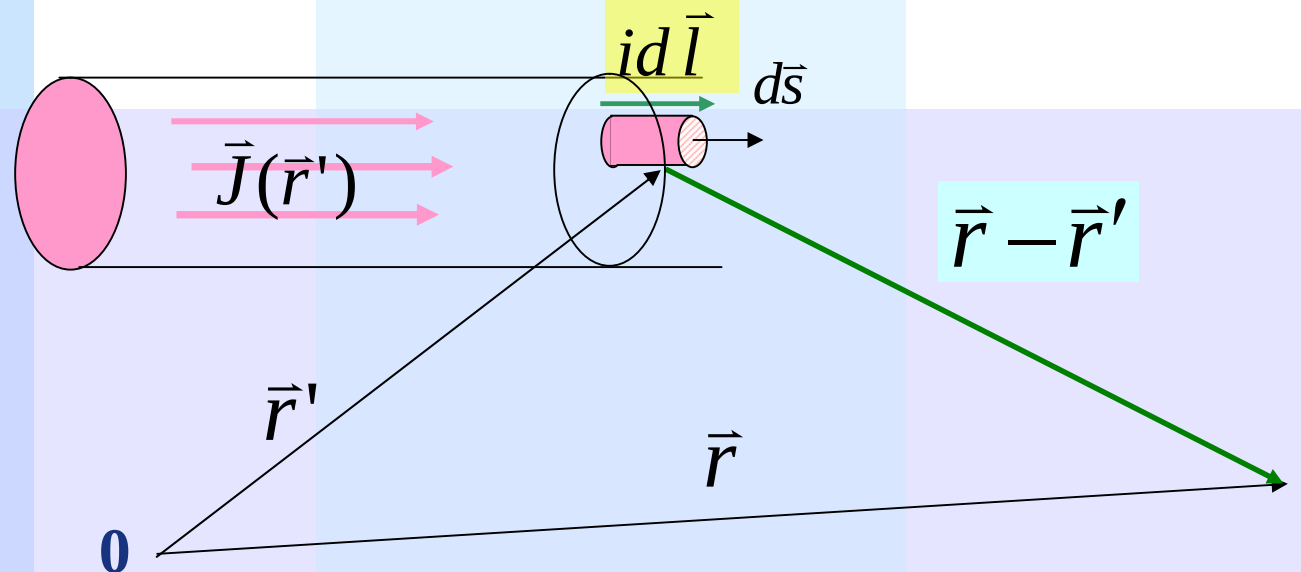
Campo magnético resultante sólo tiene dirección según eje z.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

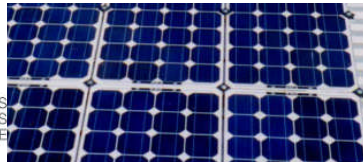


Campo magnético de distribuciones de corriente



$$idl = \vec{J} \cdot d\vec{s} \cdot d\vec{l} = \vec{J} dv'$$

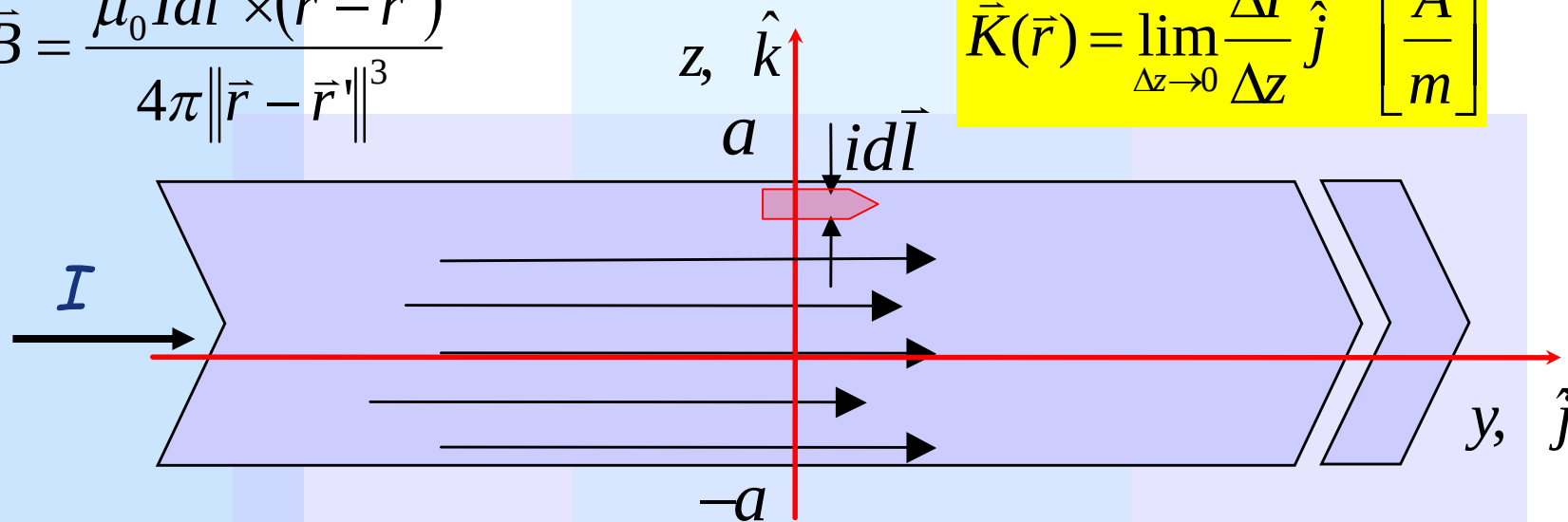
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dV'$$



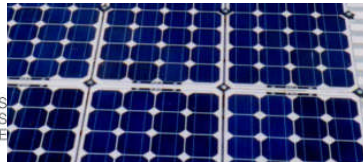
Campo magnético de distribuciones de corriente

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$\vec{K}(\vec{r}) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta z} \hat{j} \left[\frac{A}{m} \right]$$



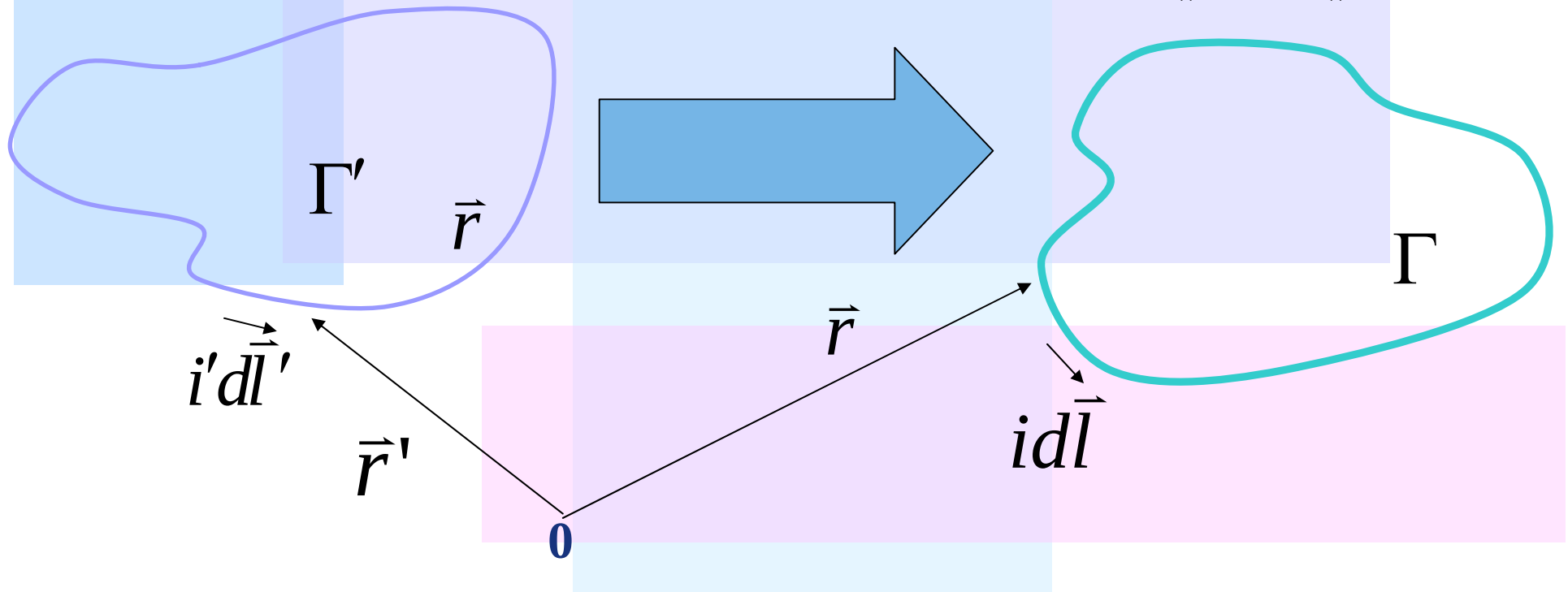
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{K}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} ds'$$

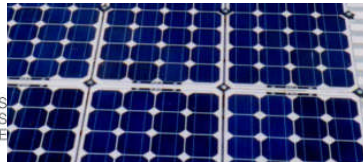


Ley de Biot y Savarat

Fuerza que ejerce circuito Γ' sobre circuito Γ

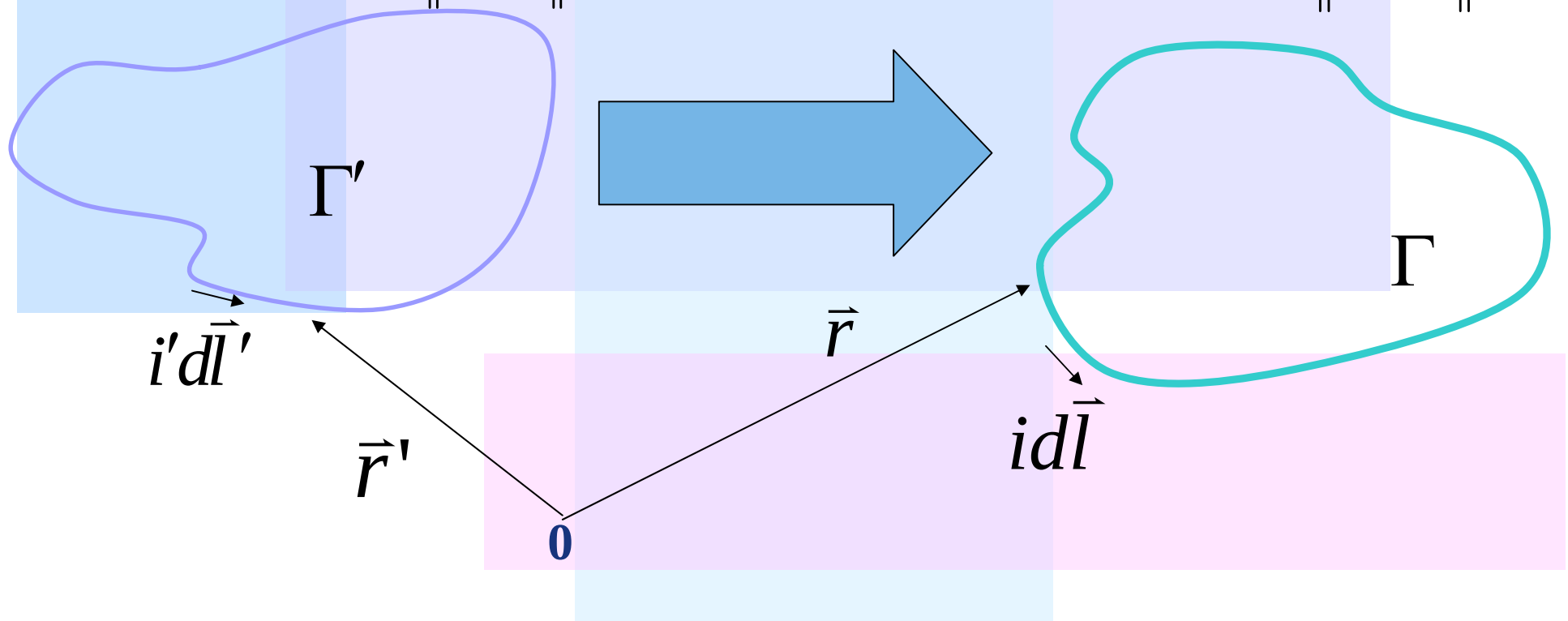
$$\vec{F}_{\Gamma' \rightarrow \Gamma} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{I' Id\vec{l} \times (d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$





Ley de Biot y Savarat

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{I' Id\vec{l} \times (d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} \rightarrow d\vec{F} = \frac{Id\vec{l} \times \mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma'} \frac{I' d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$



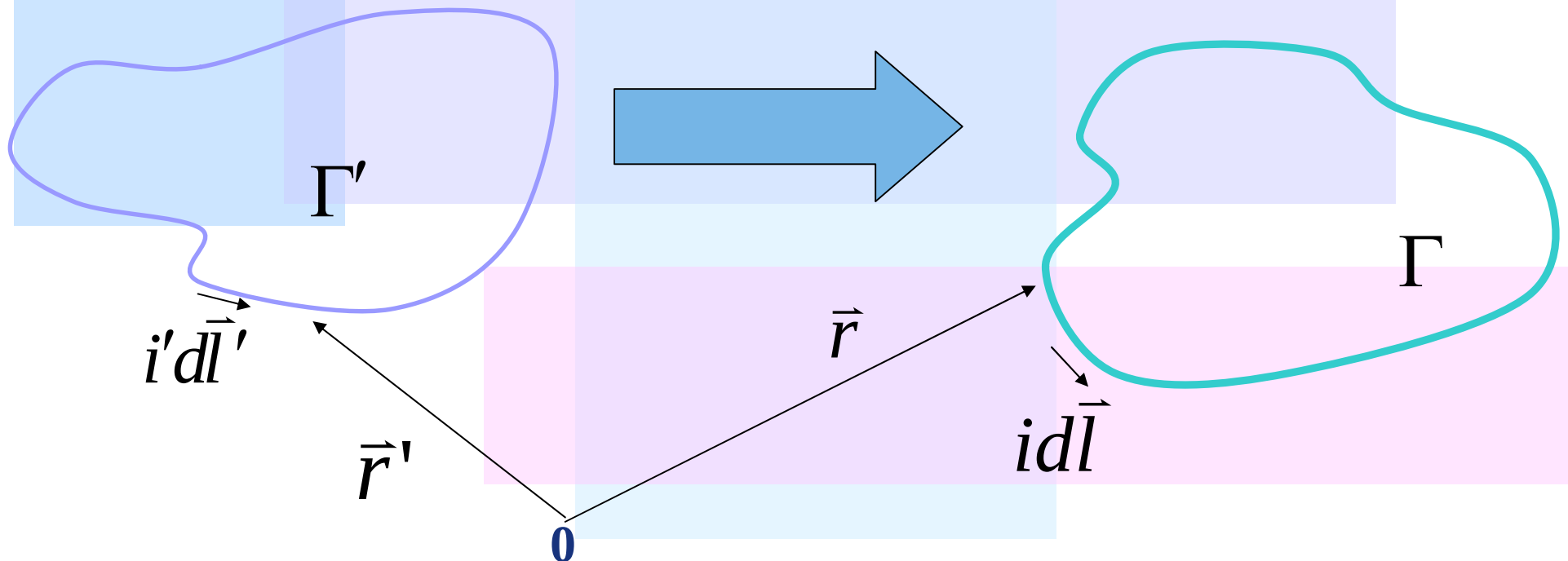


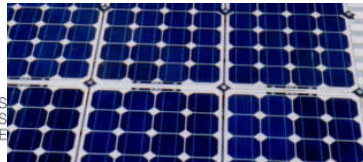
Ley de Biot y Savarat

$$d\vec{F} = \frac{Id\vec{l} \times \mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma'} \frac{I' d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$\therefore d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

Campo magnético
producido por circuito Γ'



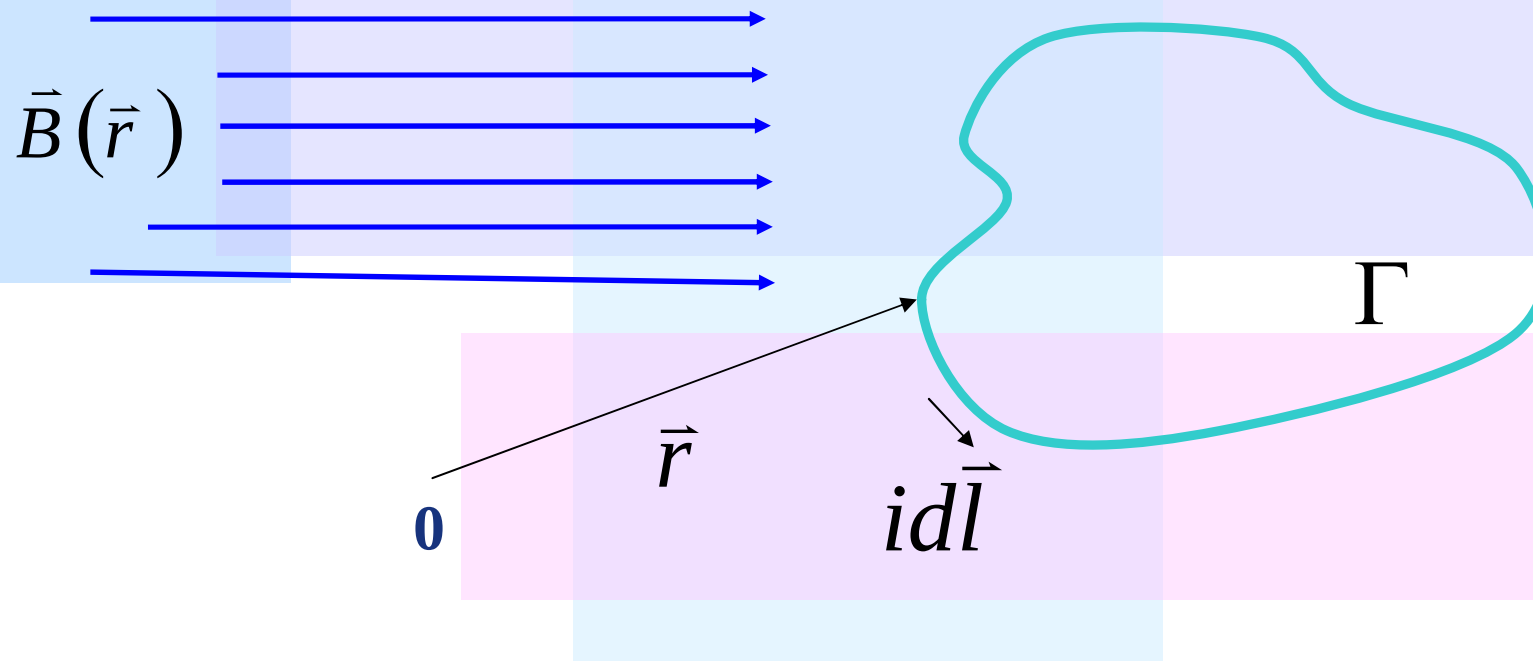


Ley de Biot y Savarat

Así, un circuito en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza dada por la ecuación

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$\therefore \vec{F} = \oint_{\Gamma} d\vec{F} = \oint_{\Gamma} Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$





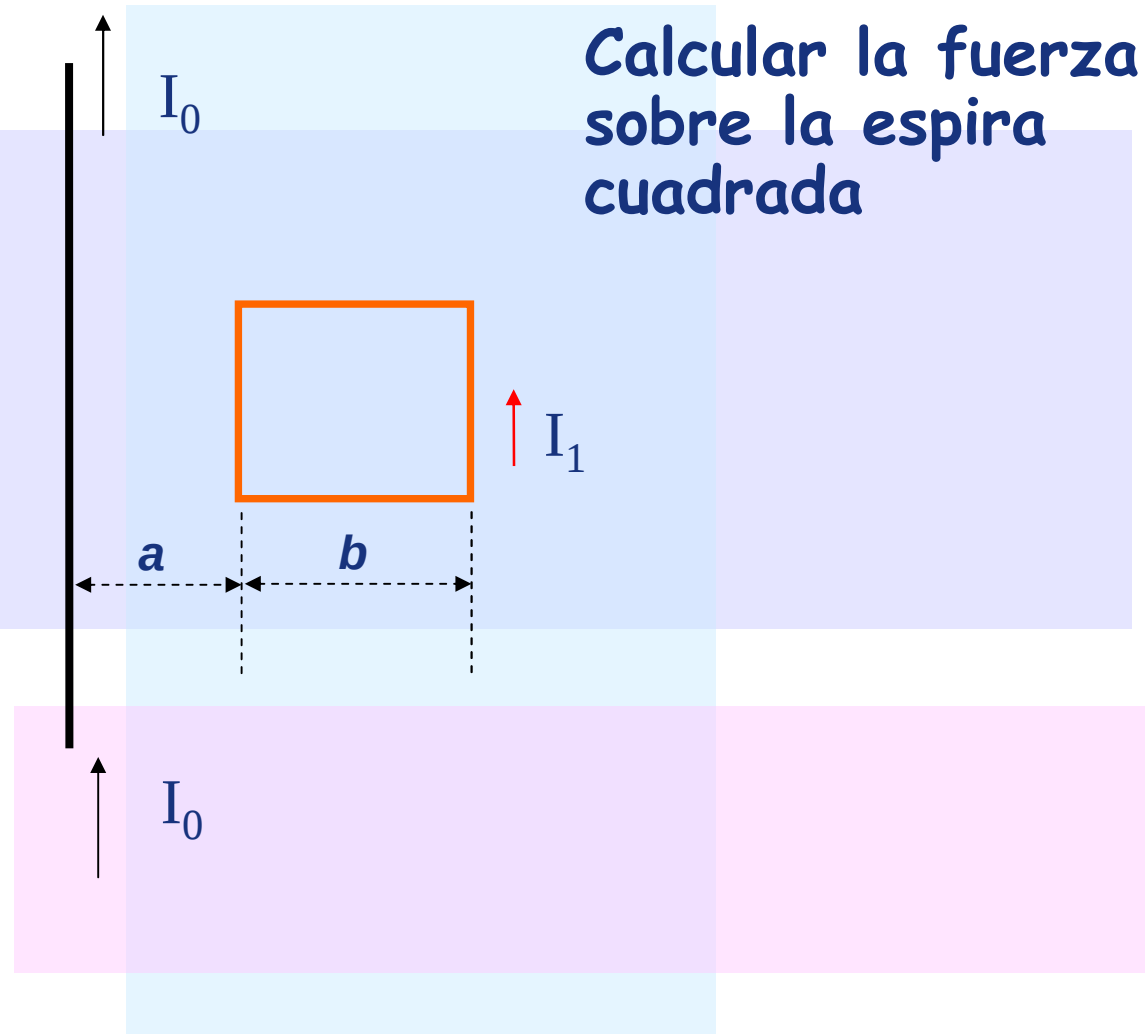
fcfm

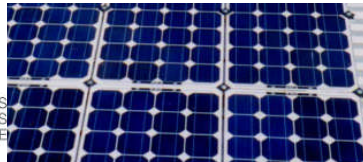
Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Ley de Biot y Savarat

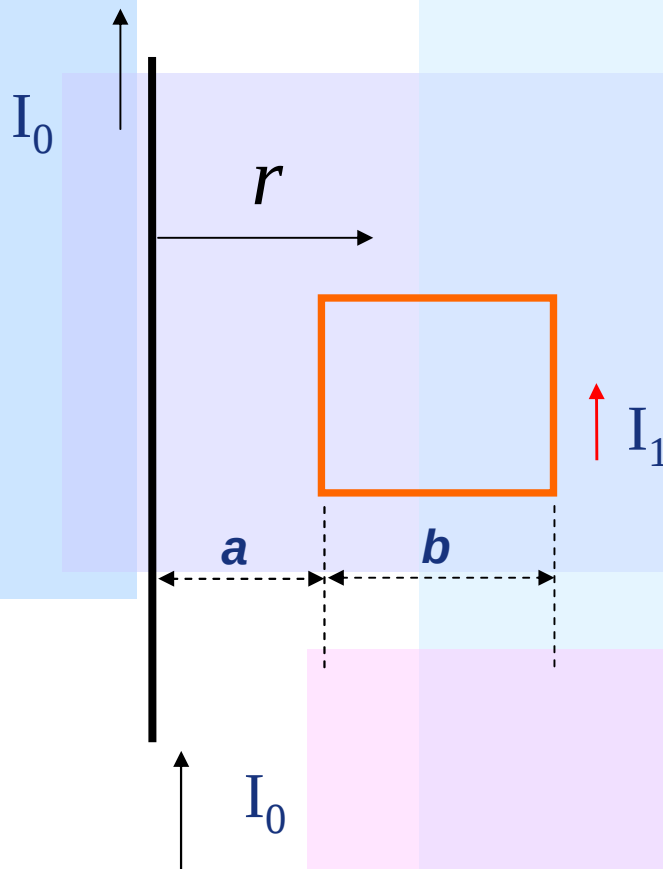
Ejemplo





Ley de Biot y Savarat

Ejemplo

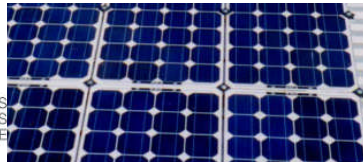


Campo producido por el conductor infinito es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \hat{\theta}$$

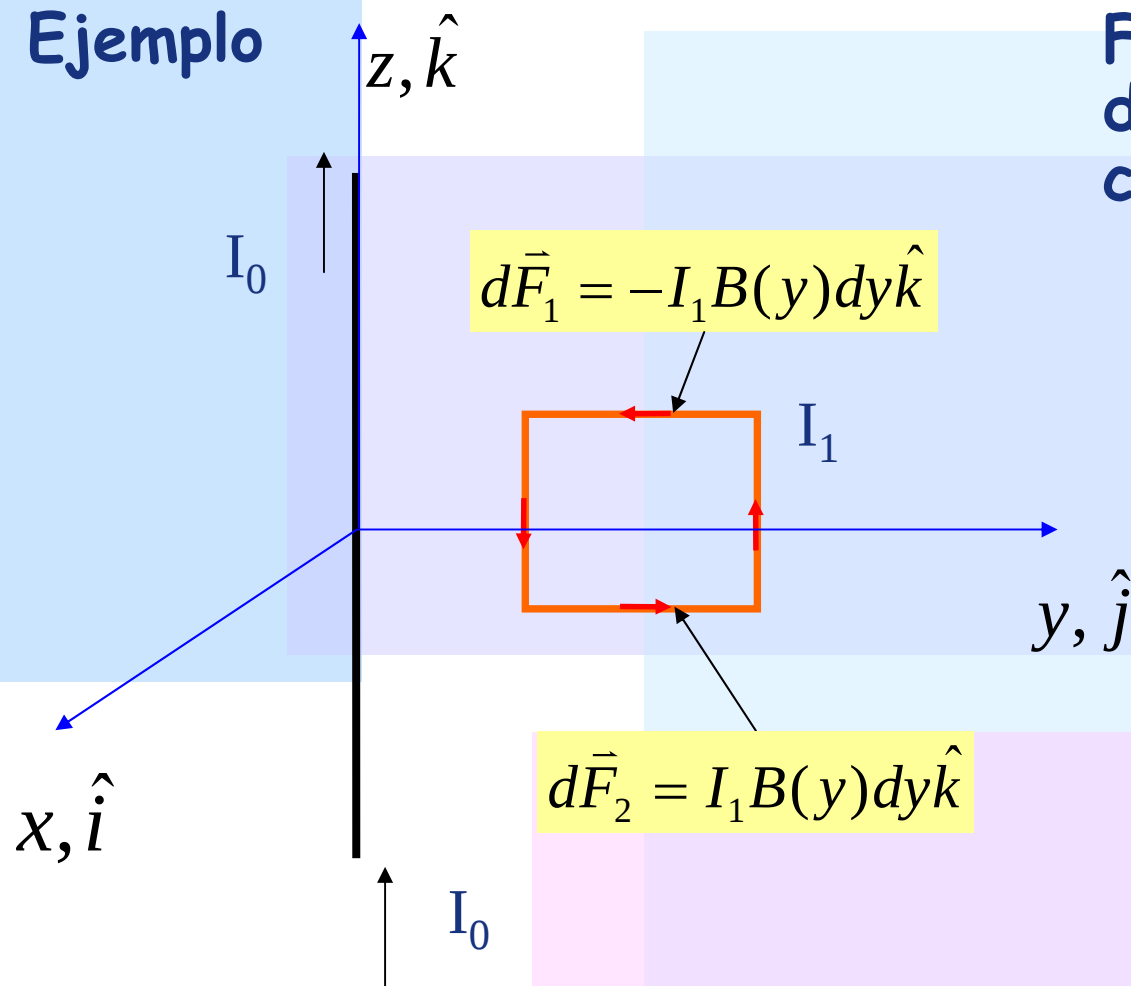
Fuerza sobre elemento de corriente de espira cuadrada

$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$



Ley de Biot y Savarat

Ejemplo



Fuerza sobre elemento
de corriente de espira
cuadrada

$$d\vec{F}_1 = -I_1 B(y) dy \hat{k}$$

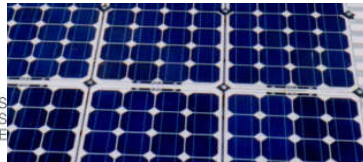
$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = -B(y) \hat{i}$$

$$d\vec{F}_2 = I_1 B(y) dy \hat{k}$$

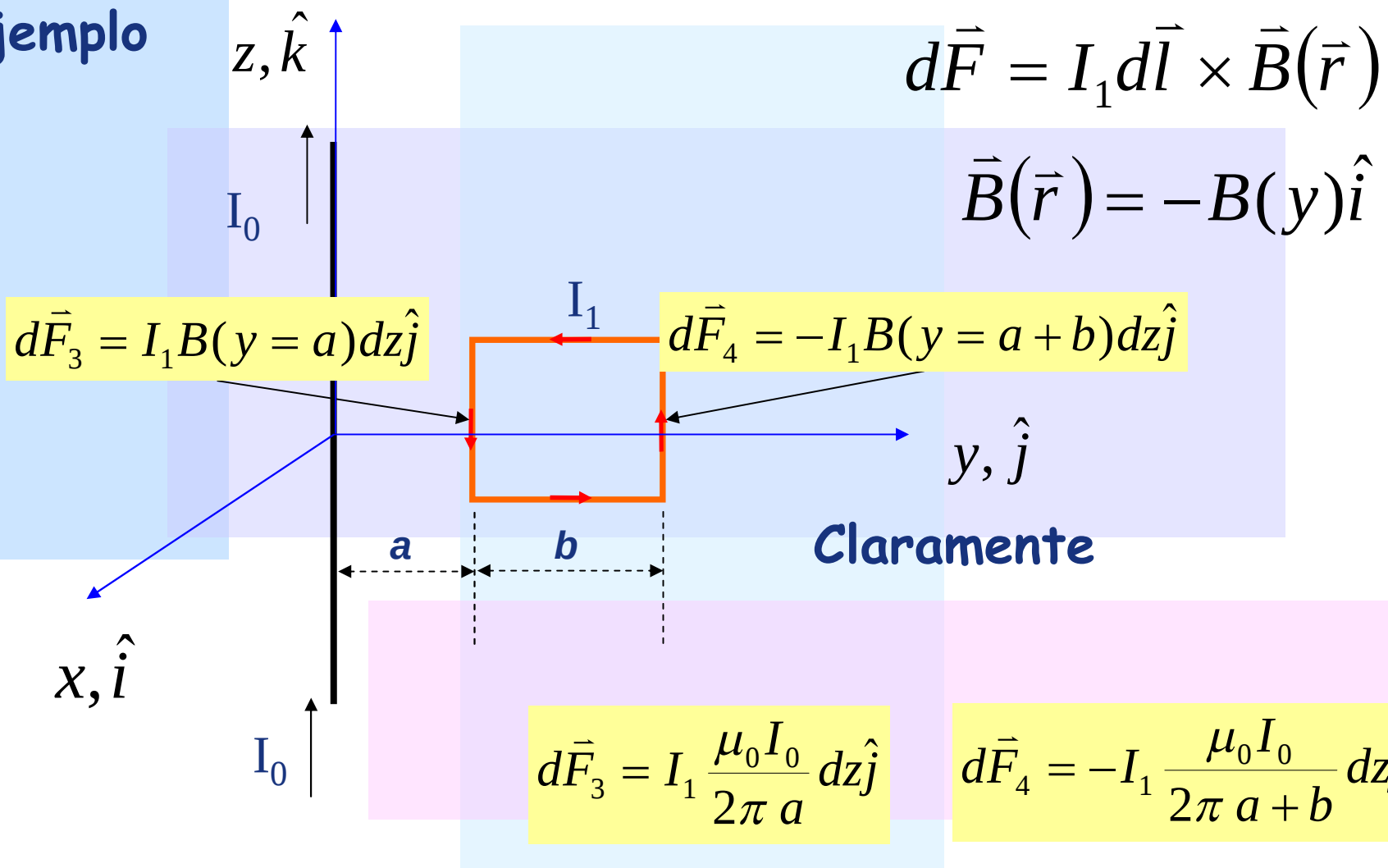
Claramente

$$d\vec{F}_1 = -d\vec{F}_2$$



Ley de Biot y Savarat

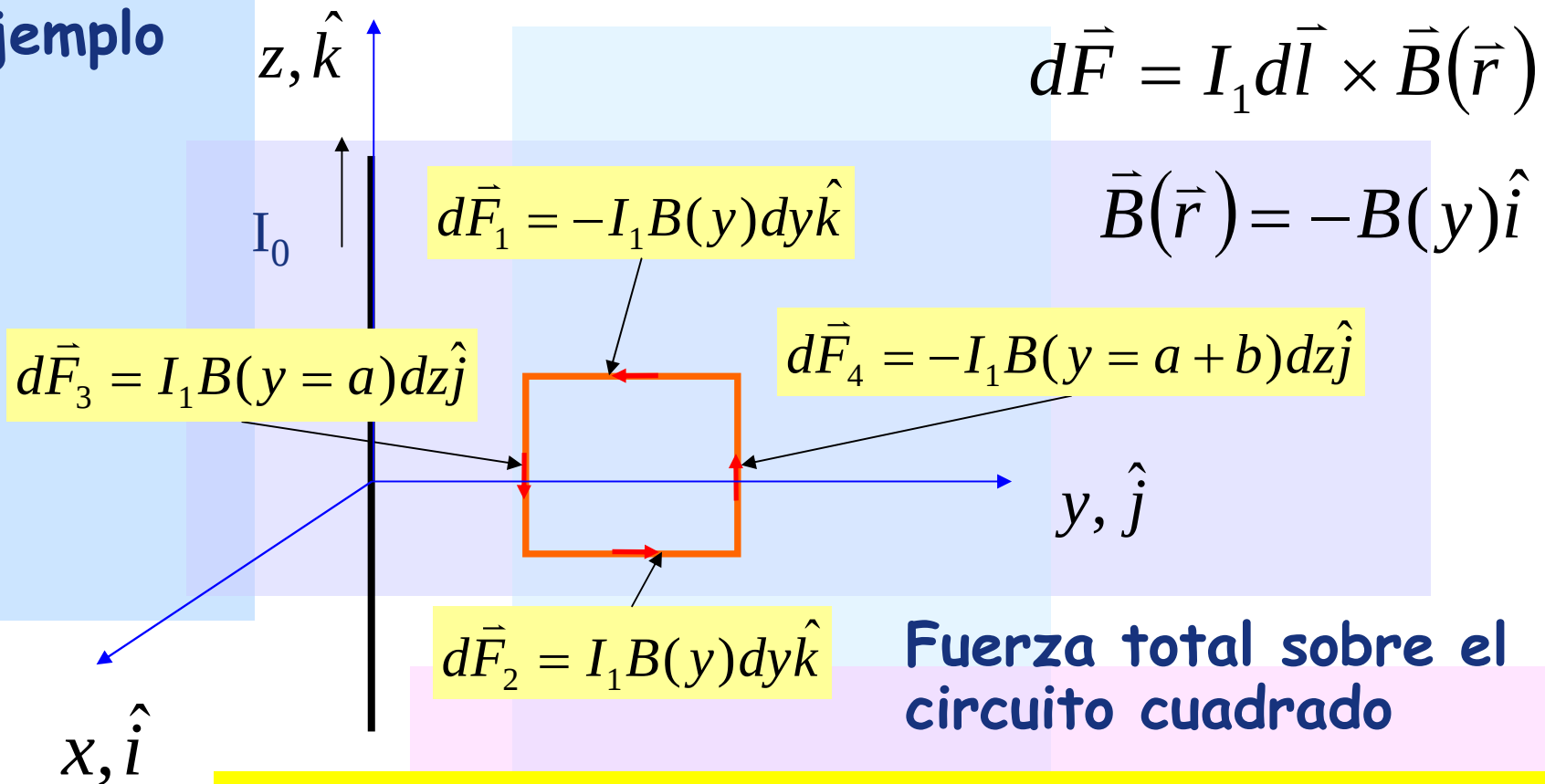
Ejemplo



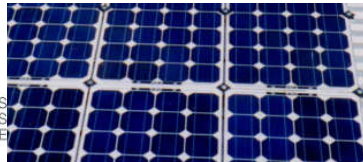


Ley de Biot y Savarat

Ejemplo

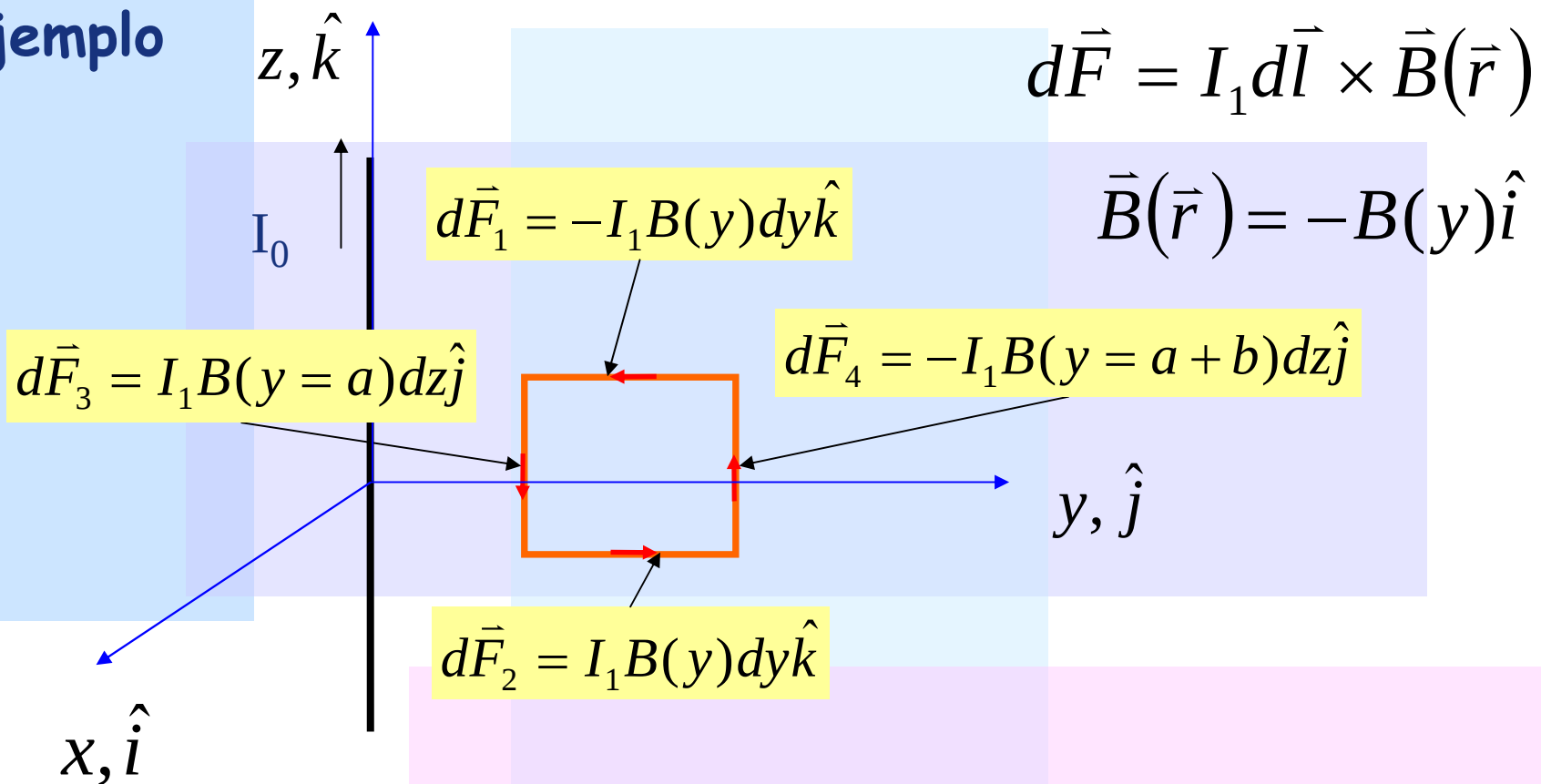


$$\therefore \vec{F} = \oint_{\Gamma} d\vec{F} = \int_{y=a+b}^{y=a} d\vec{F}_1 + \int_{z=b/2}^{z=-b/2} d\vec{F}_3 + \int_{y=a}^{y=a+b} d\vec{F}_2 + \int_{z=-b/2}^{z=b/2} d\vec{F}_4$$

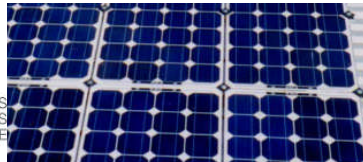


Ley de Biot y Savarat

Ejemplo



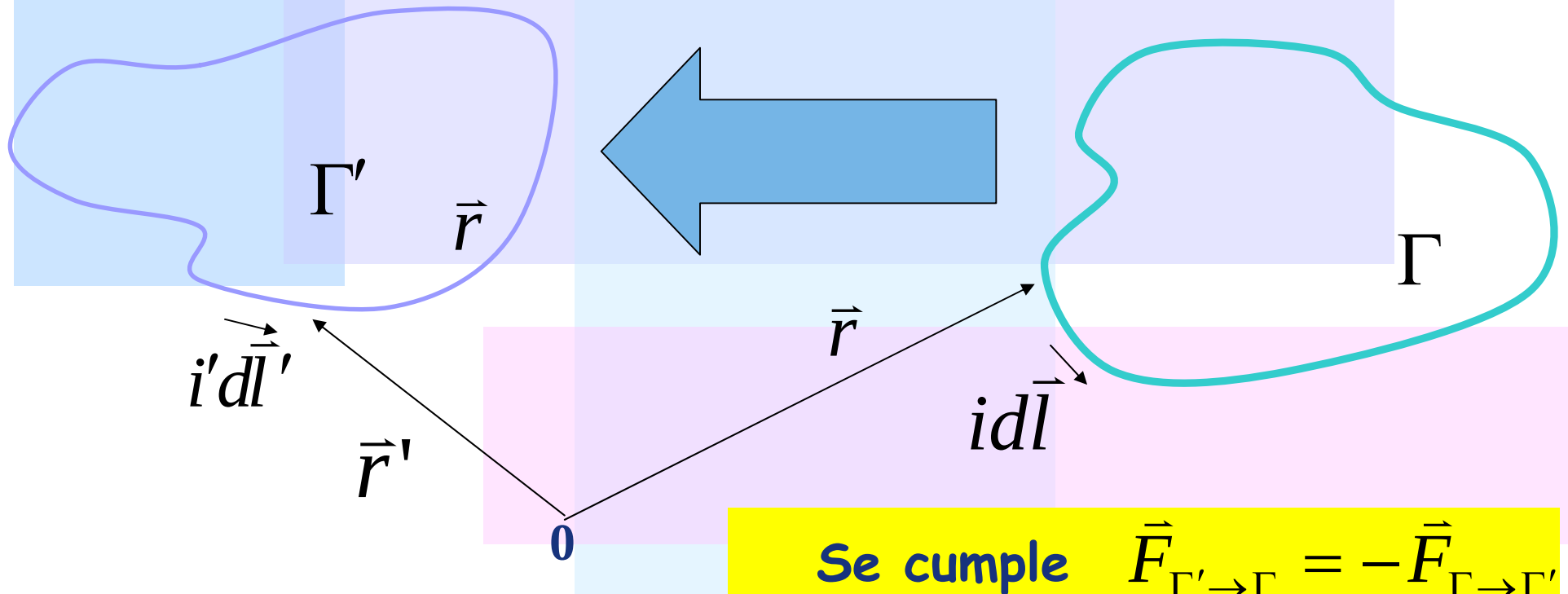
$$\vec{F} = \oint_{\Gamma} d\vec{F} = \int_{z=b/2}^{z=-b/2} \frac{\mu_0 I_1 I_0 \hat{j}}{2\pi a} dz - \int_{z=-b/2}^{z=b/2} \frac{\mu_0 I_1 I_0 \hat{j}}{2\pi(a+b)} dz = \frac{\mu_0 I_1 I_0 b^2}{2\pi(a+b)} \hat{j}$$

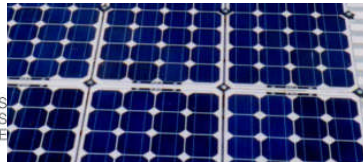


Ley de Biot y Savarat

Fuerza que ejerce circuito Γ sobre circuito Γ'

$$\vec{F}_{\Gamma \rightarrow \Gamma'} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma'} \oint_{\Gamma} \frac{II' d\vec{l}' \times (d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} = - \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{I'I d\vec{l} \times (d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}'))}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

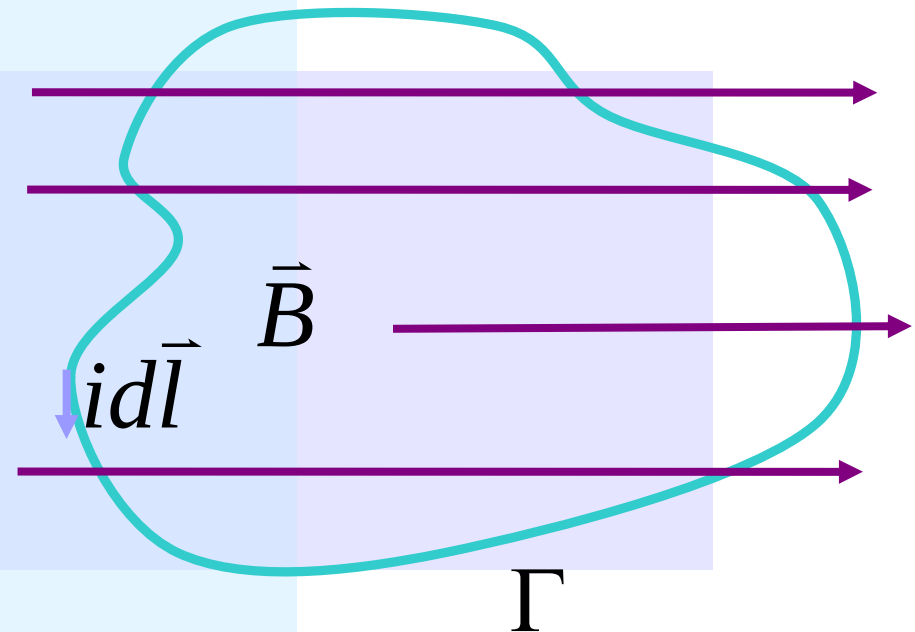




Torque Magnético

Ley de Biot y Savarat

$$\therefore d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$



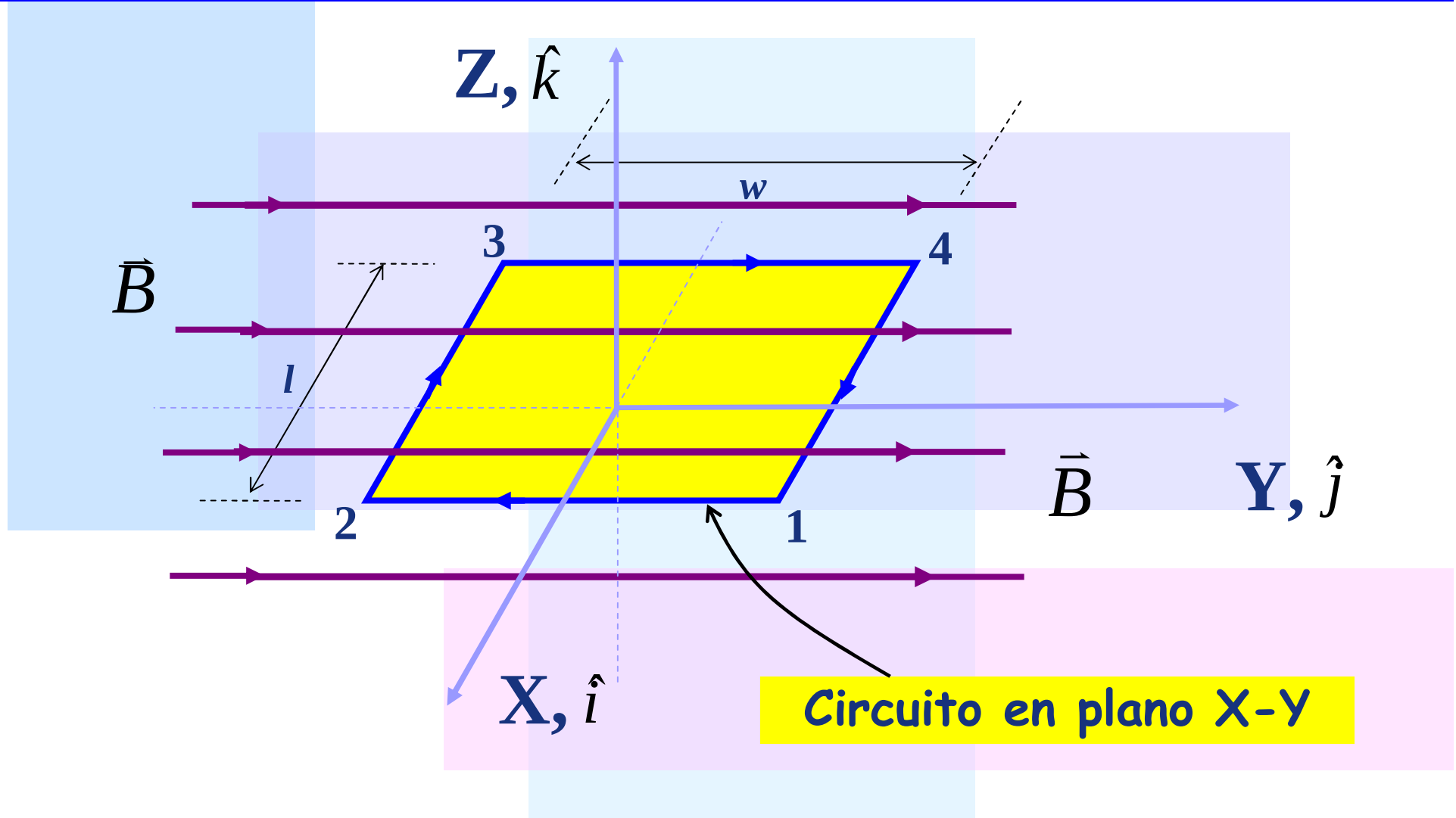


fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

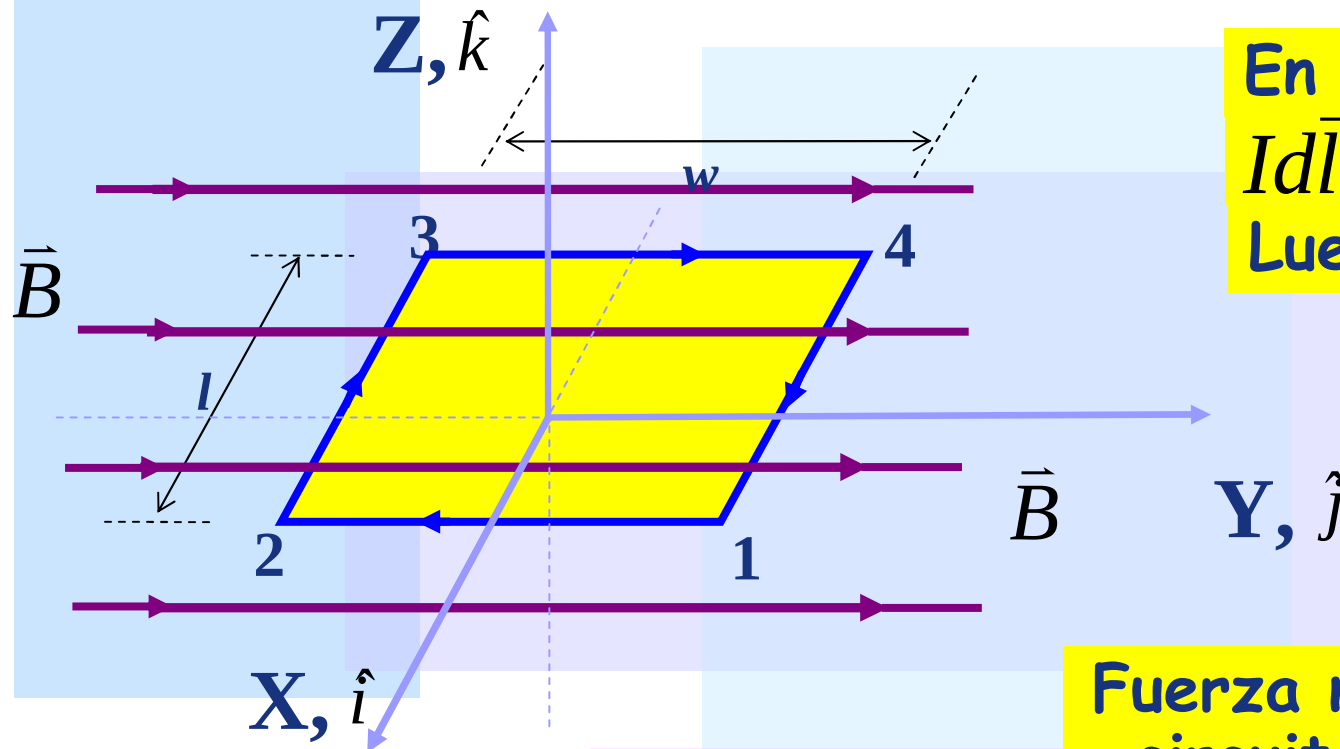


Torque Magnético





Torque Magnético



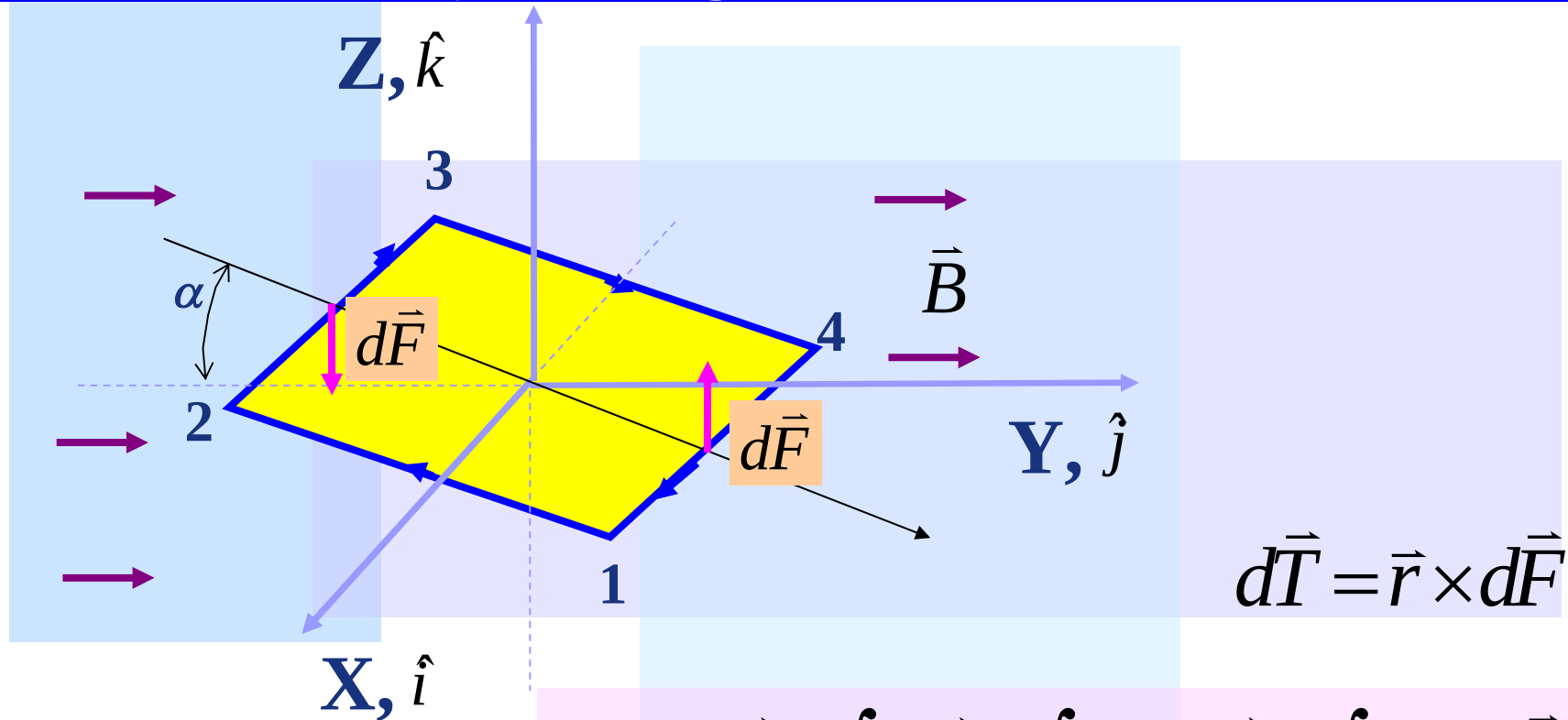
En lados 1-2 y 3-4
 $I d\vec{l}$ es paralelo a $\vec{B}$
Luego $F=0$

Fuerza neta nula sobre el
circuito si $\vec{B}$ constante

$$\vec{F} = I \int_2^3 d\vec{l} \times \vec{B} + I \int_4^1 d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = I \int_2^3 dx (-\hat{i}) \times \vec{B} + I \int_4^1 dx (\hat{i}) \times \vec{B}$$

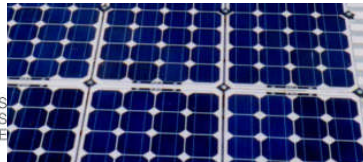


Torque Magnético

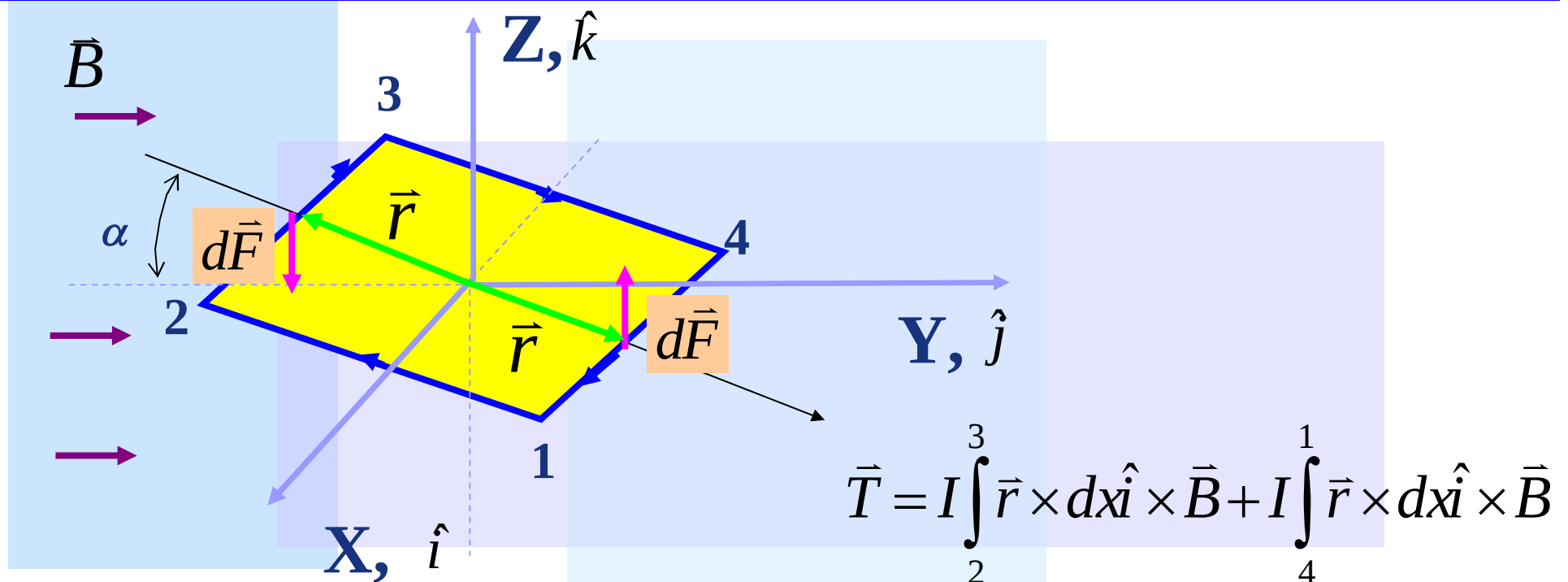


$$\vec{T} = \oint_C d\vec{T} = \oint_C \vec{r} \times d\vec{F} = \oint_C \vec{r} \times i d\vec{l} \times \vec{B}$$

Torque neto no nulo sobre el circuito



Torque Magnético



$$\vec{T} = \frac{Iwl}{2} \cos\alpha \hat{i} + \frac{Iwl}{2} \cos\alpha \hat{i}$$

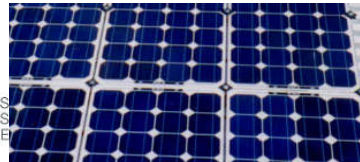
Torque neto sobre el circuito

$$\therefore \vec{T} = Iwl \cos\alpha \hat{i}$$

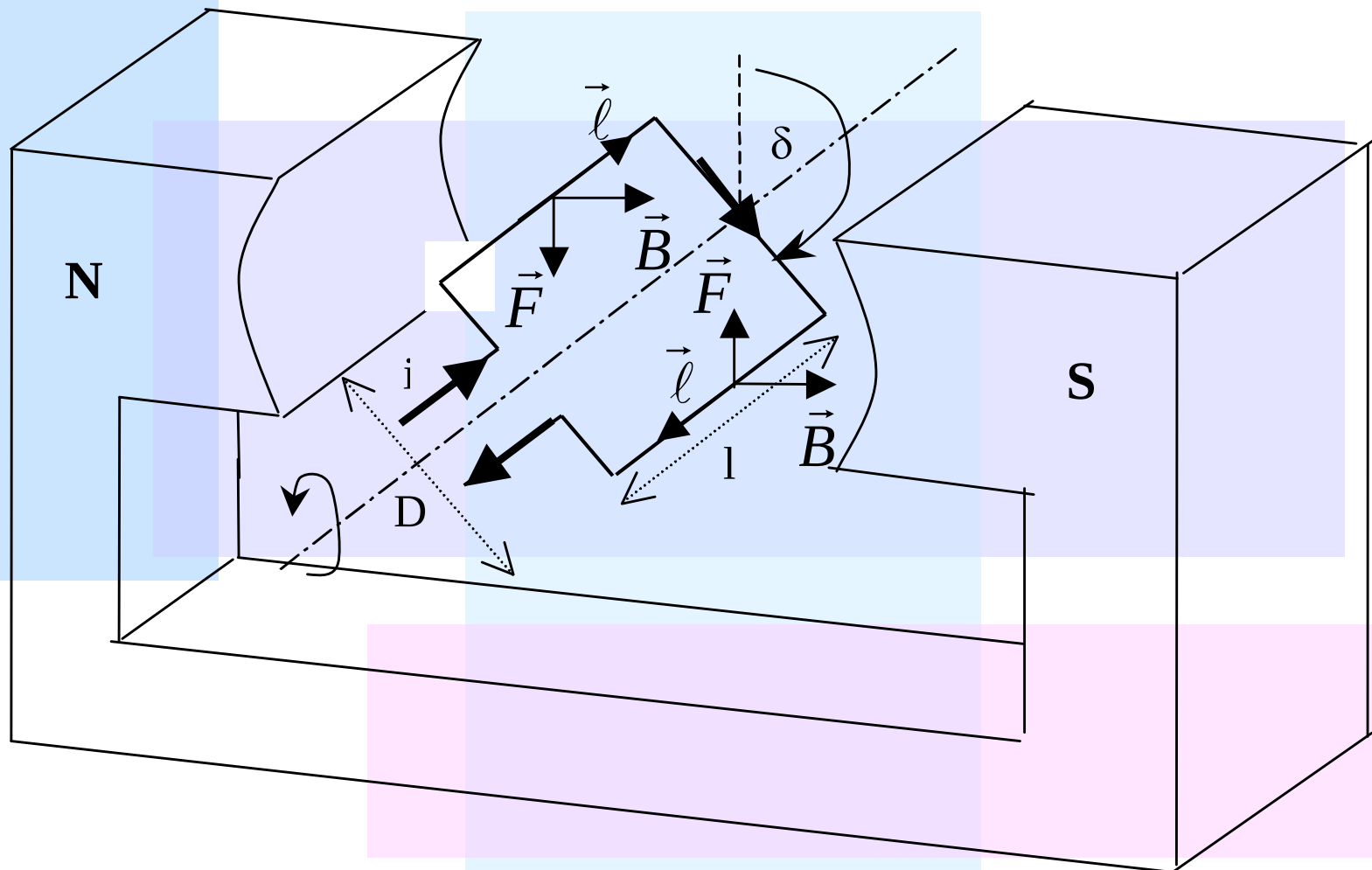


fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Motor elemental



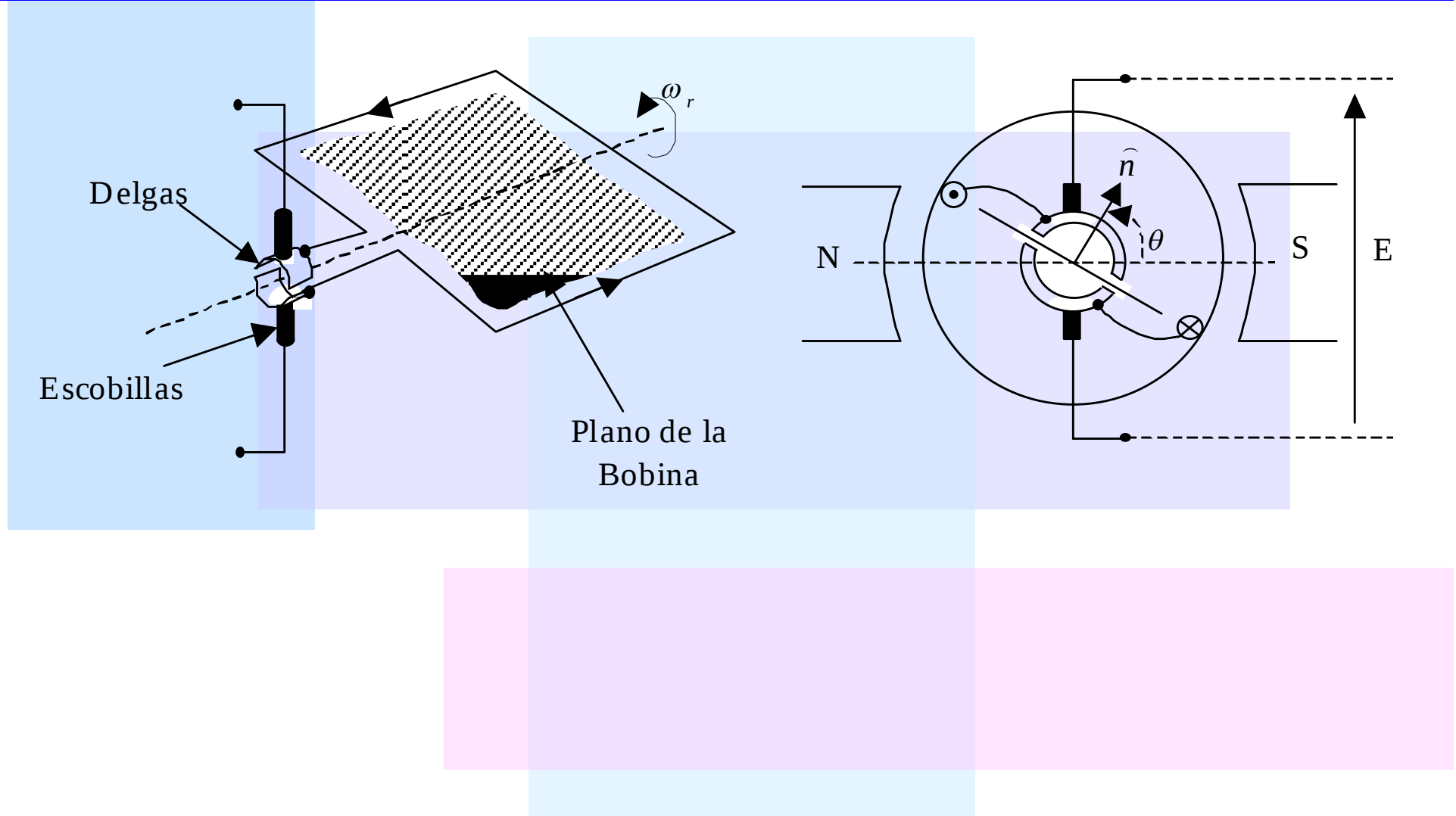


fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Motor elemental





fcfm

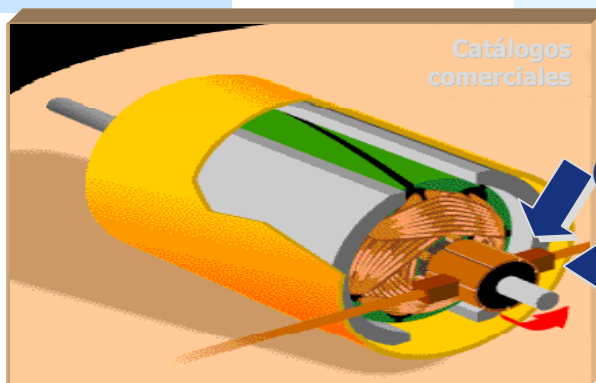
Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Motores



Motor de CC de 6000 kW fabricado por ABB



Colector

Escobillas

**Colector
real**

