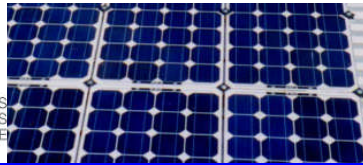




fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



FI33A ELECTROMAGNETISMO

Clase 15

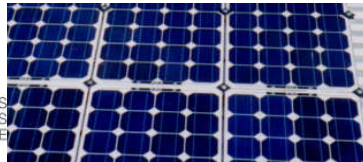
Magnetostática-I

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



INDICE

- Introducción
- Fuerza sobre una carga
- Campo magnético
- Regla de la mano derecha
- Campo Línea de corriente infinita
- Campo Distribuciones de corriente
- Campo carga en movimiento
- Campo Magnético Terrestre



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

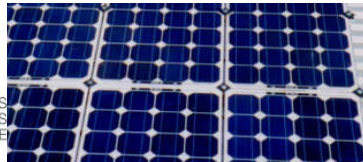


Introducción

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

Corrientes constantes

Estudiaremos primero régimen estacionario



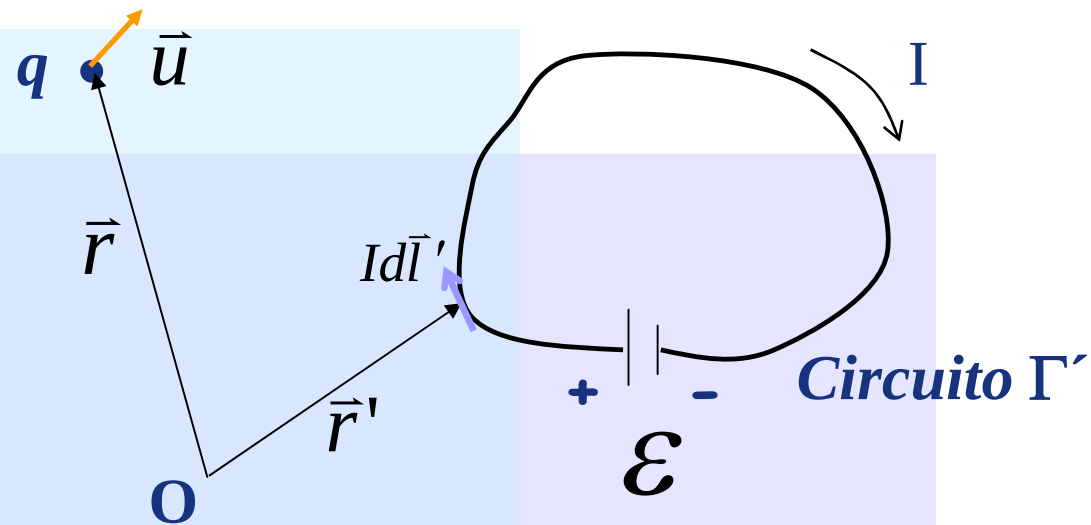
Fuerza sobre una carga

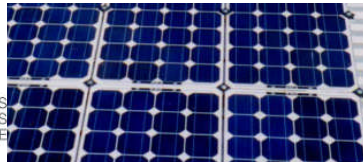
Fuerza sobre q

Se encuentra experimentalmente que

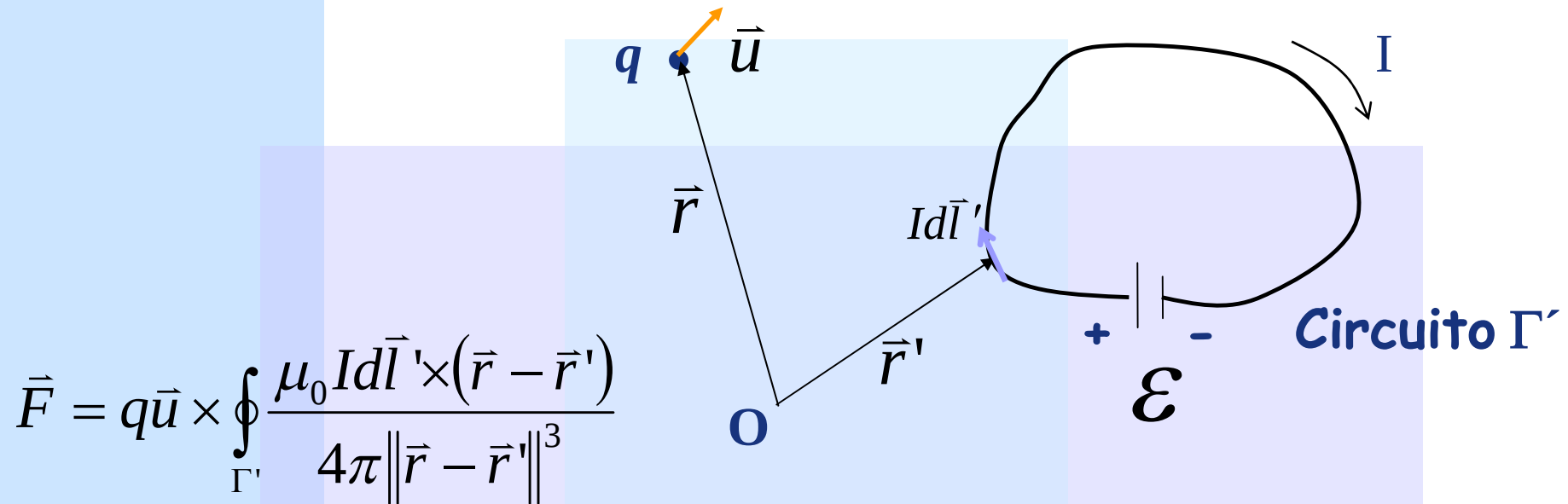
$$\vec{F} = q\vec{u} \times \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [H / m]$ permeabilidad del aire (constante)





Campo magnético



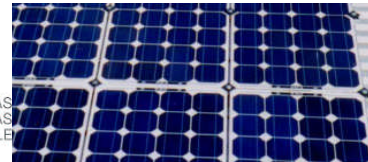
Se define el campo magnético
producido por circuito Γ'

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Fuerza de Lorentz

Fuerza de Lorentz

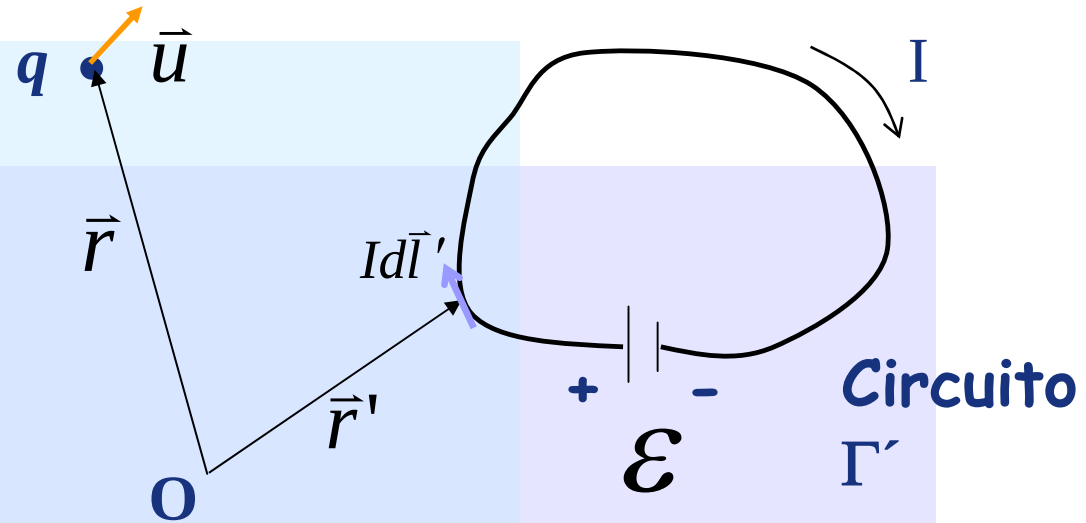
$$\vec{F} = q\vec{u} \times \vec{B}$$

Unidades del campo

$$[F] = [q][V][B] \Rightarrow [B] = \frac{[F]}{[q][V]} = \frac{[N]}{[C][m/seg]}$$

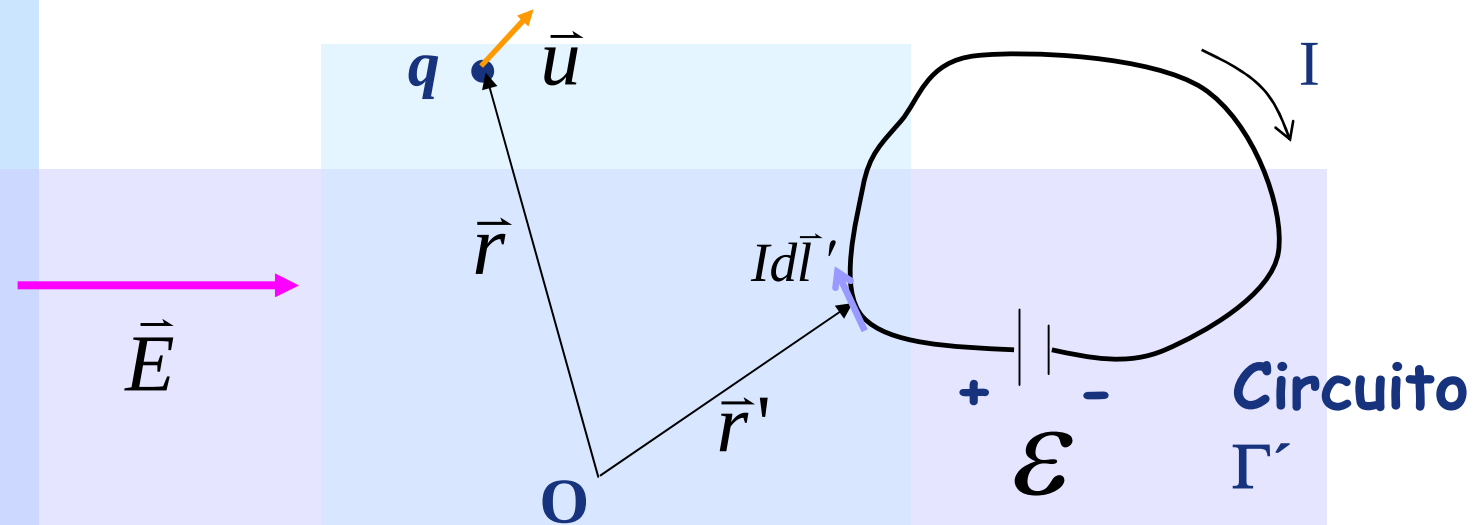
$$1 \text{ Tesla} = [T] = \left[\frac{N}{C \times m/seg} \right]$$

$$1[T] = 10^4[G] \text{ Gauss}$$



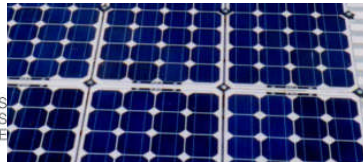


Fuerza de Lorentz



Cuando además hay un campo eléctrico la Fuerza de Lorentz es

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$



Ejemplo: Fuerza sobre una carga

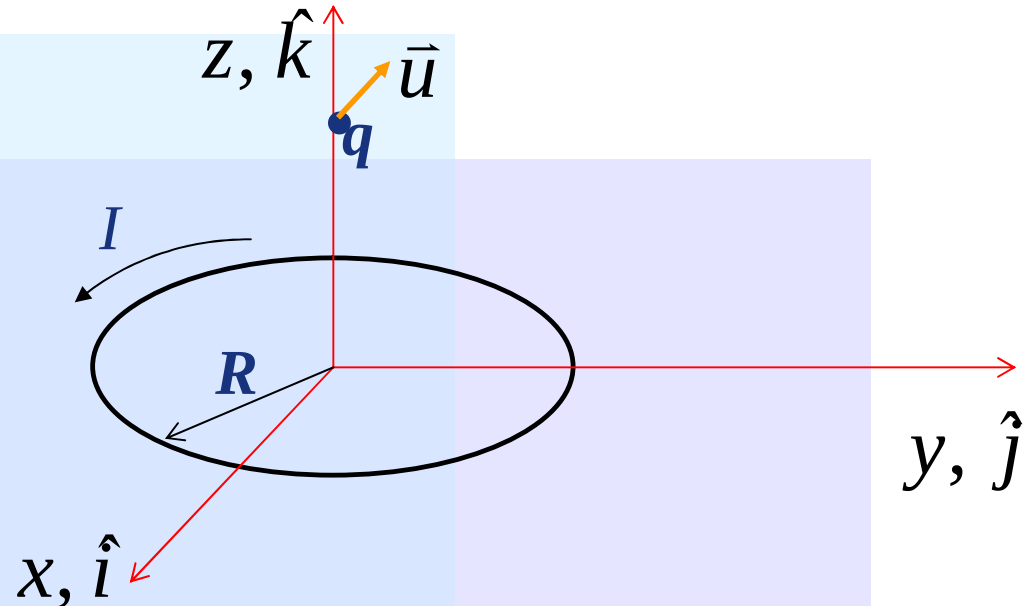
Calcular la fuerza sobre la carga q en los casos:

$$\vec{u} = 0$$

$$\vec{u} = v_o \hat{k}$$

$$\vec{u} = v_o \hat{j}$$

$$\vec{u} = v_o \hat{i}$$



$$\vec{F} = q\vec{u} \times \vec{B}$$

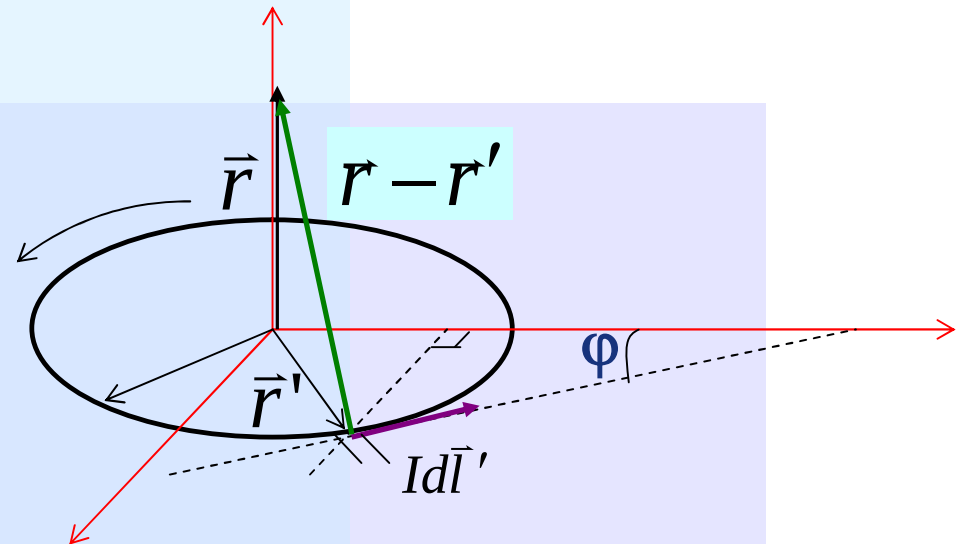
$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$



Regla de la mano derecha

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

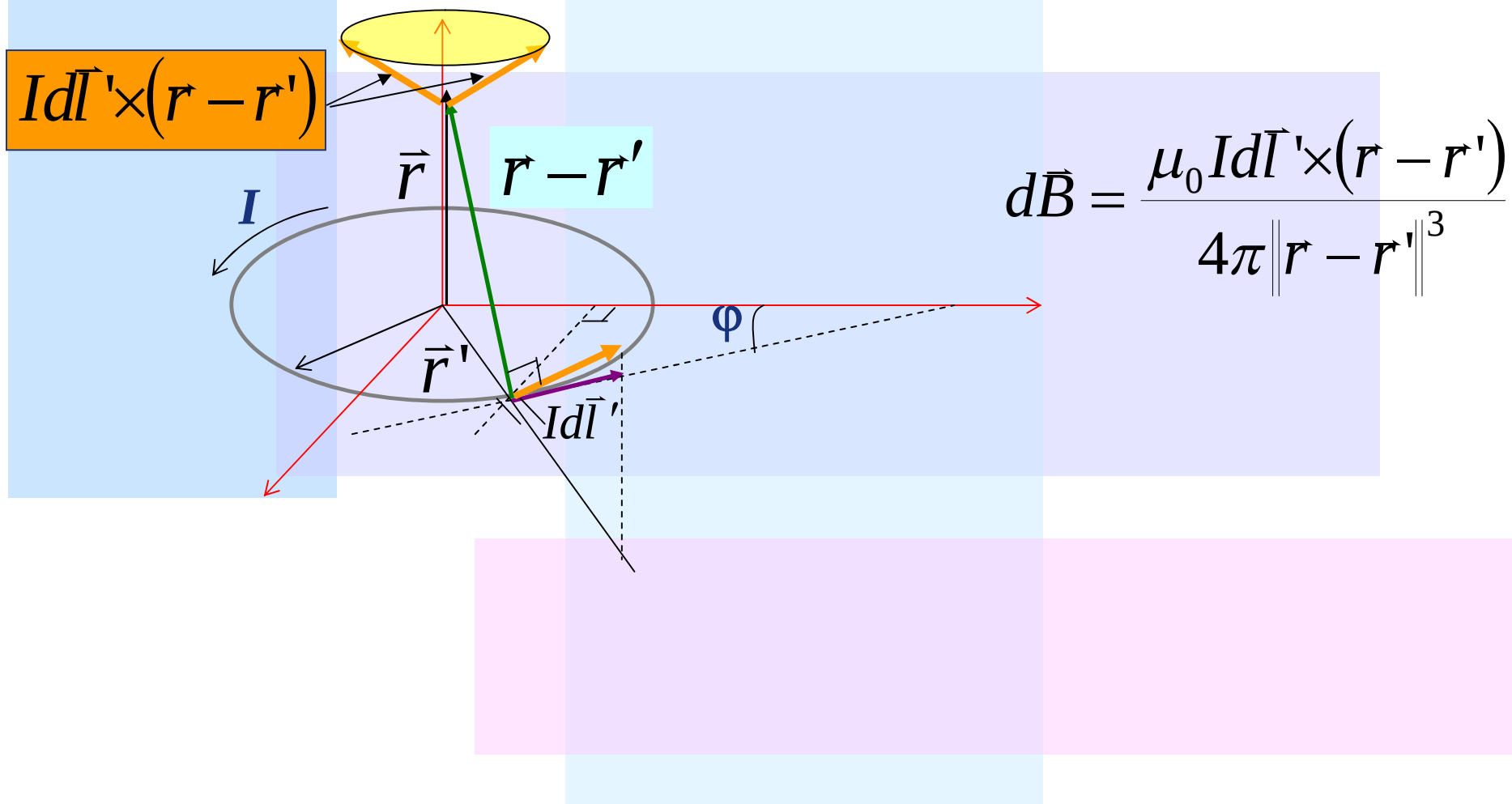


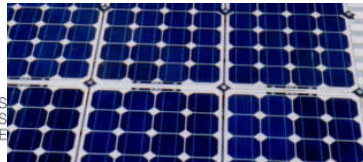
Dirección de campo está dado por el producto

$$Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')$$

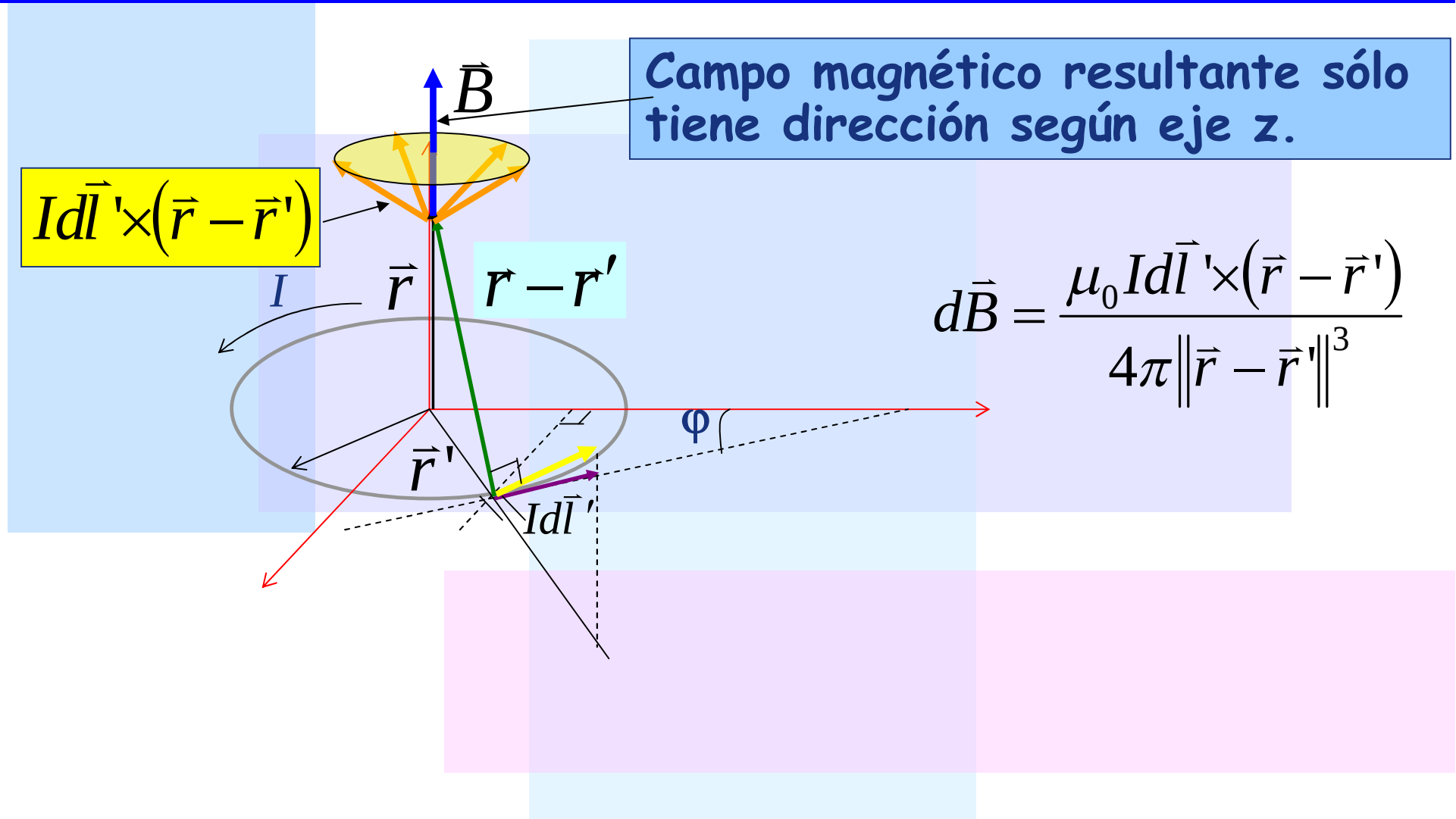


Regla de la mano derecha





Regla de la mano derecha

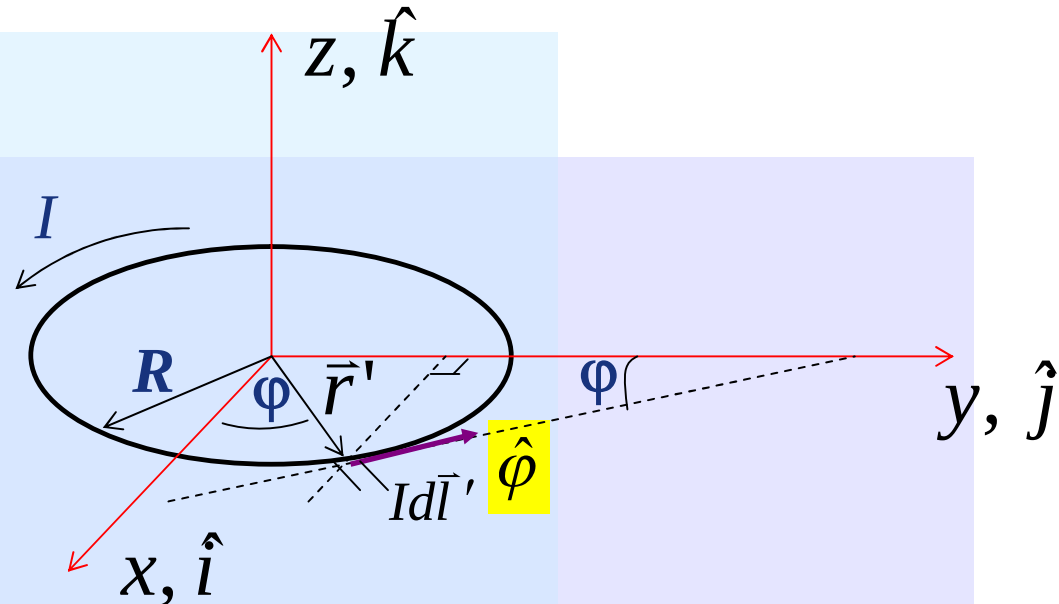




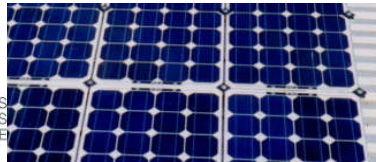
Ejemplo

Calculemos $\vec{B}$:

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$



$$Id\vec{l}' = Idl' \hat{\phi} = Idl' (-\sin\phi \hat{i} + \cos\phi \hat{j})$$



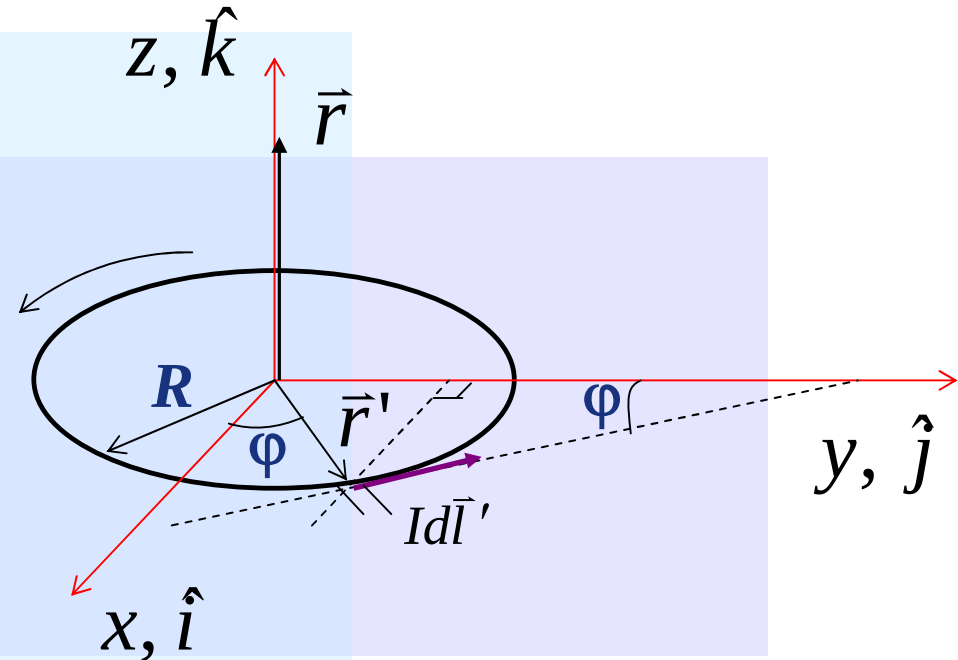
Ejemplo

Calculemos $\vec{B}$:

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$\vec{r}' = R\hat{\rho} = R(\cos\varphi\hat{i} + \sin\varphi\hat{j})$$

$$\vec{r} = z\hat{k}$$



$$\vec{r} - \vec{r}' = -R\cos\varphi\hat{i} - R\sin\varphi\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\|\vec{r} - \vec{r}'\| = [R^2 \cos^2 \varphi + R^2 \sin^2 \varphi + z^2]^{1/2}$$

$$\|\vec{r} - \vec{r}'\| = [R^2 + z^2]^{1/2}$$

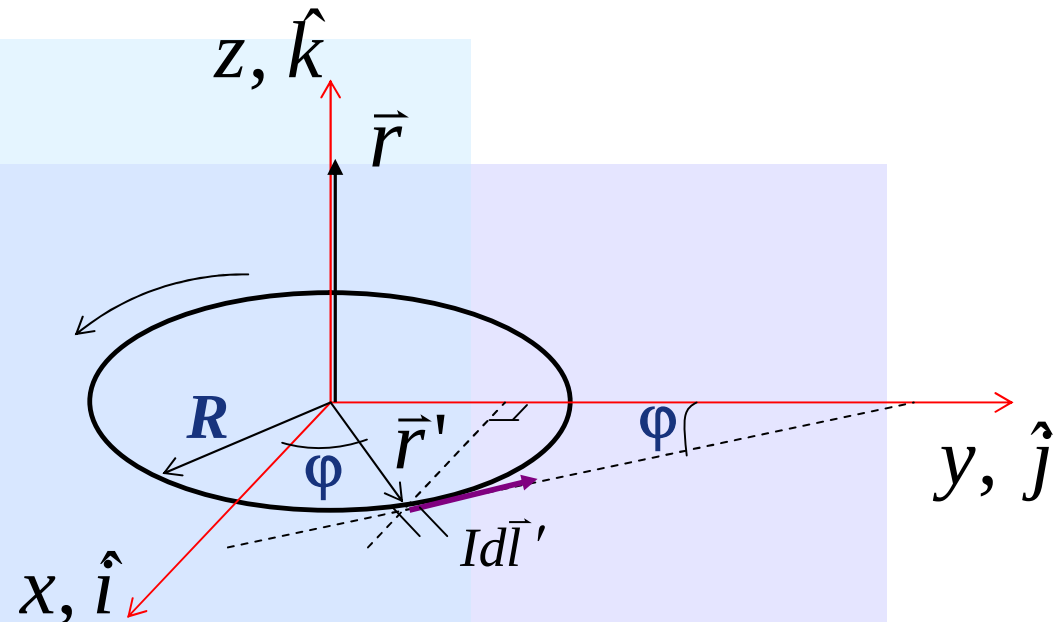


Ejemplo

Calculemos $\vec{B}$:

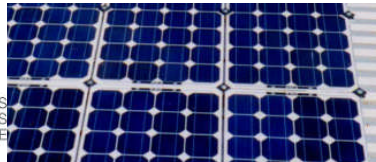
$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

Circuito Γ'
 $\varphi = [0, 2\pi]$



$$\oint_{\Gamma'} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR d\varphi}{[R^2 + z^2]^{3/2}} (-\sin \varphi \hat{i} + \cos \varphi \hat{j}) \times (-R \cos \varphi \hat{i} - R \sin \varphi \hat{j} + z \hat{k})$$

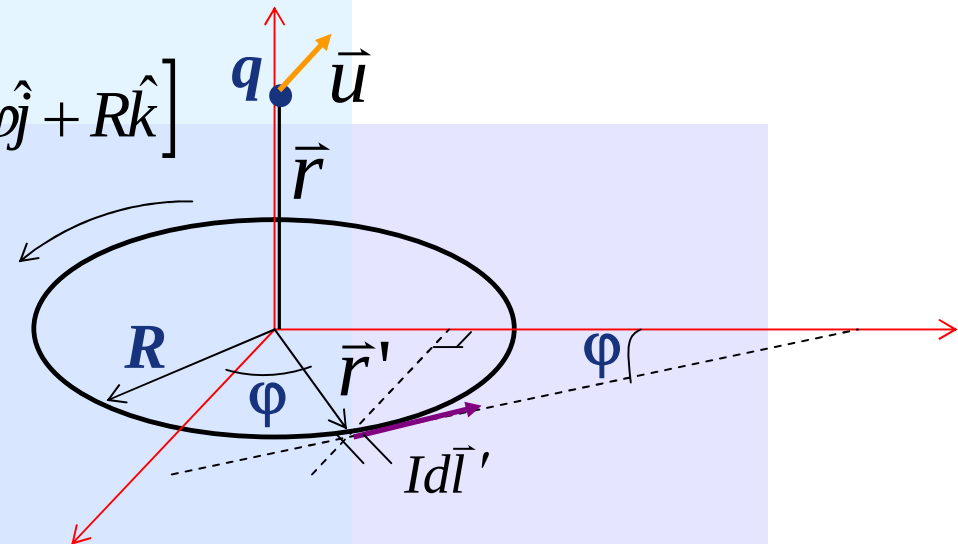
$$\Rightarrow \oint_{\Gamma'} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 IR d\varphi}{4\pi [R^2 + z^2]^{3/2}} [R \sin^2 \varphi \hat{k} + z \sin \varphi \hat{j} + R \cos^2 \varphi \hat{k} + z \cos \varphi \hat{i}]$$



Ejemplo

$$\oint_{\Gamma'} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I R d\varphi}{4\pi [R^2 + z^2]^{3/2}} [z \cos\varphi \hat{i} + z \sin\varphi \hat{j} + R \hat{k}]$$

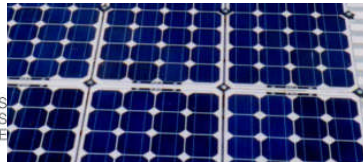
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2 2\pi}{4\pi [R^2 + z^2]^{3/2}} \hat{k}$$



Campo sólo tiene componente según z!

$$\Rightarrow \vec{F} = q\vec{u} \times \frac{\mu_0 I R^2}{2[R^2 + z^2]^{3/2}} \hat{k}$$

$$\therefore \vec{F} = \frac{q\mu_0 I R^2}{2[R^2 + z^2]^{3/2}} \vec{u} \times \hat{k}$$



Ejemplo: Fuerza sobre una carga

$$\vec{F} = \frac{q\mu_0 IR^2}{2[R^2 + z^2]^{3/2}} \vec{u} \times \hat{k}$$

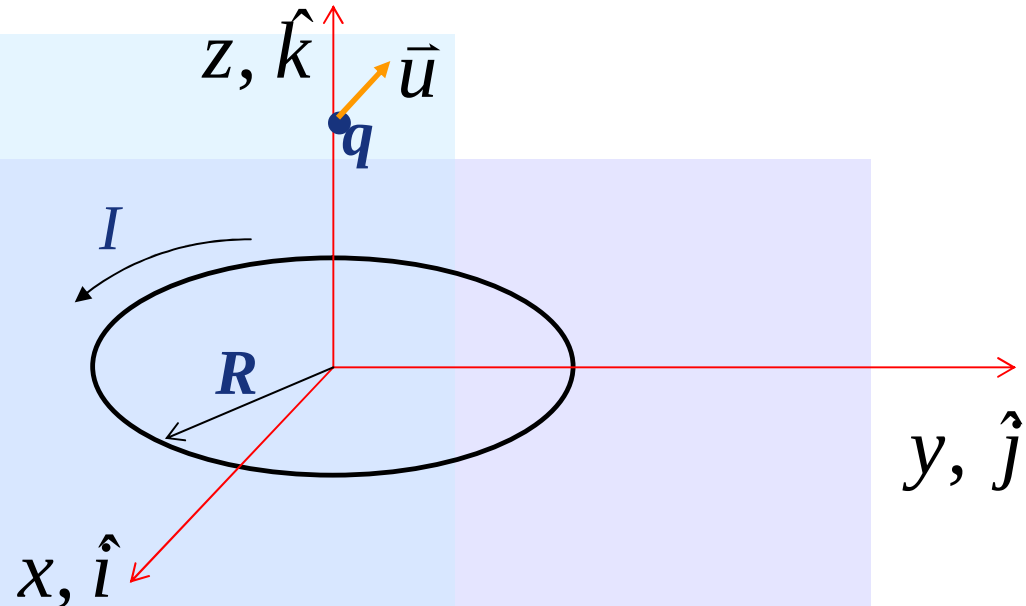
La fuerza sobre la carga q en cada caso es:

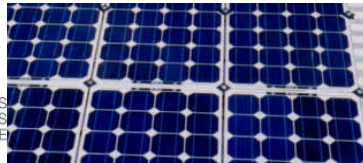
$$\vec{u} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$$

$$\vec{u} = v_0 \hat{k} \Rightarrow \vec{F} = 0$$

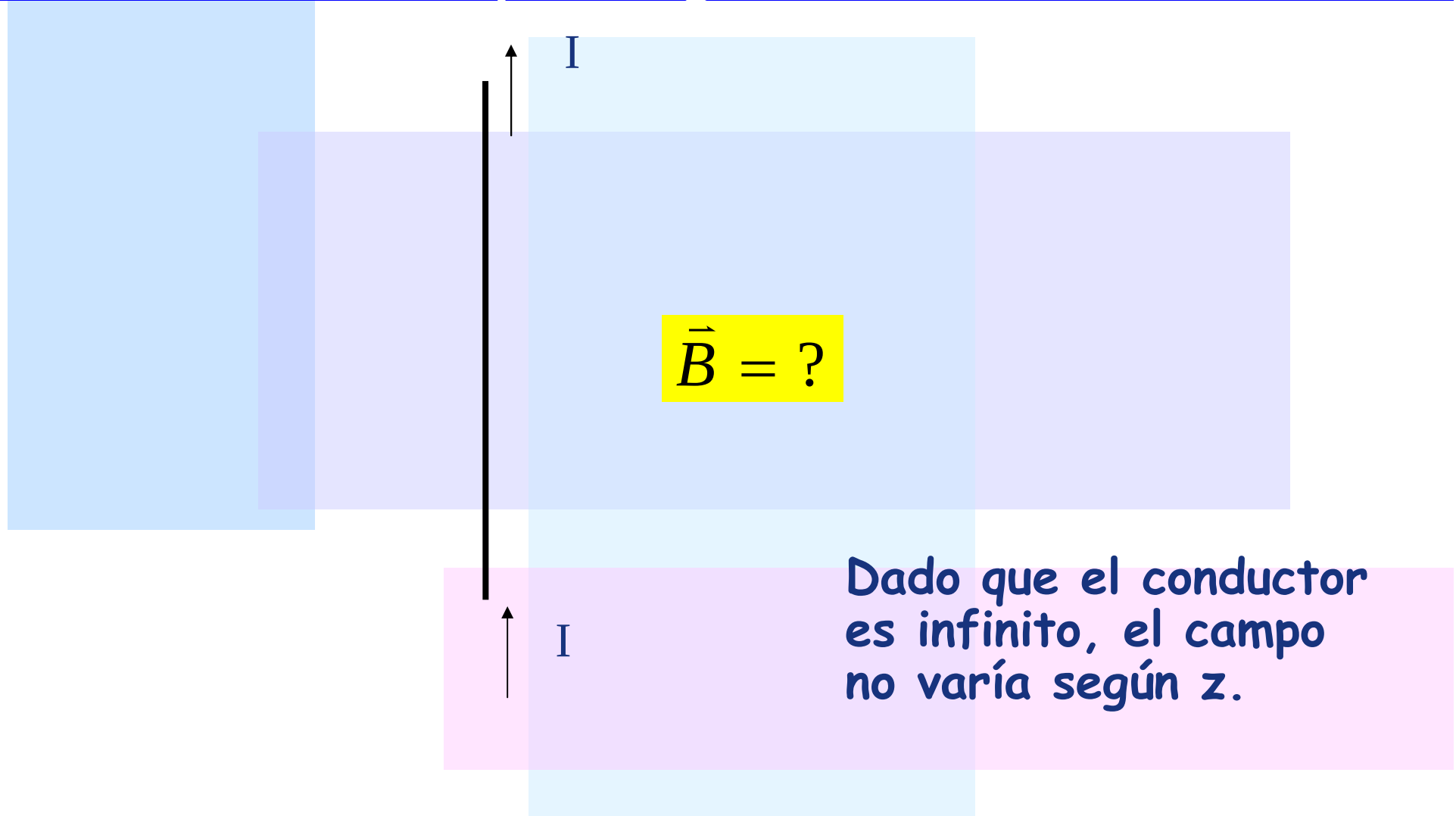
$$\vec{u} = v_0 \hat{j} \Rightarrow \vec{F} = \frac{q\mu_0 IR^2}{2[R^2 + z^2]^{3/2}} v_0 \hat{i}$$

$$\vec{u} = v_0 \hat{i} \Rightarrow \vec{F} = -\frac{q\mu_0 IR^2}{2[R^2 + z^2]^{3/2}} v_0 \hat{j}$$



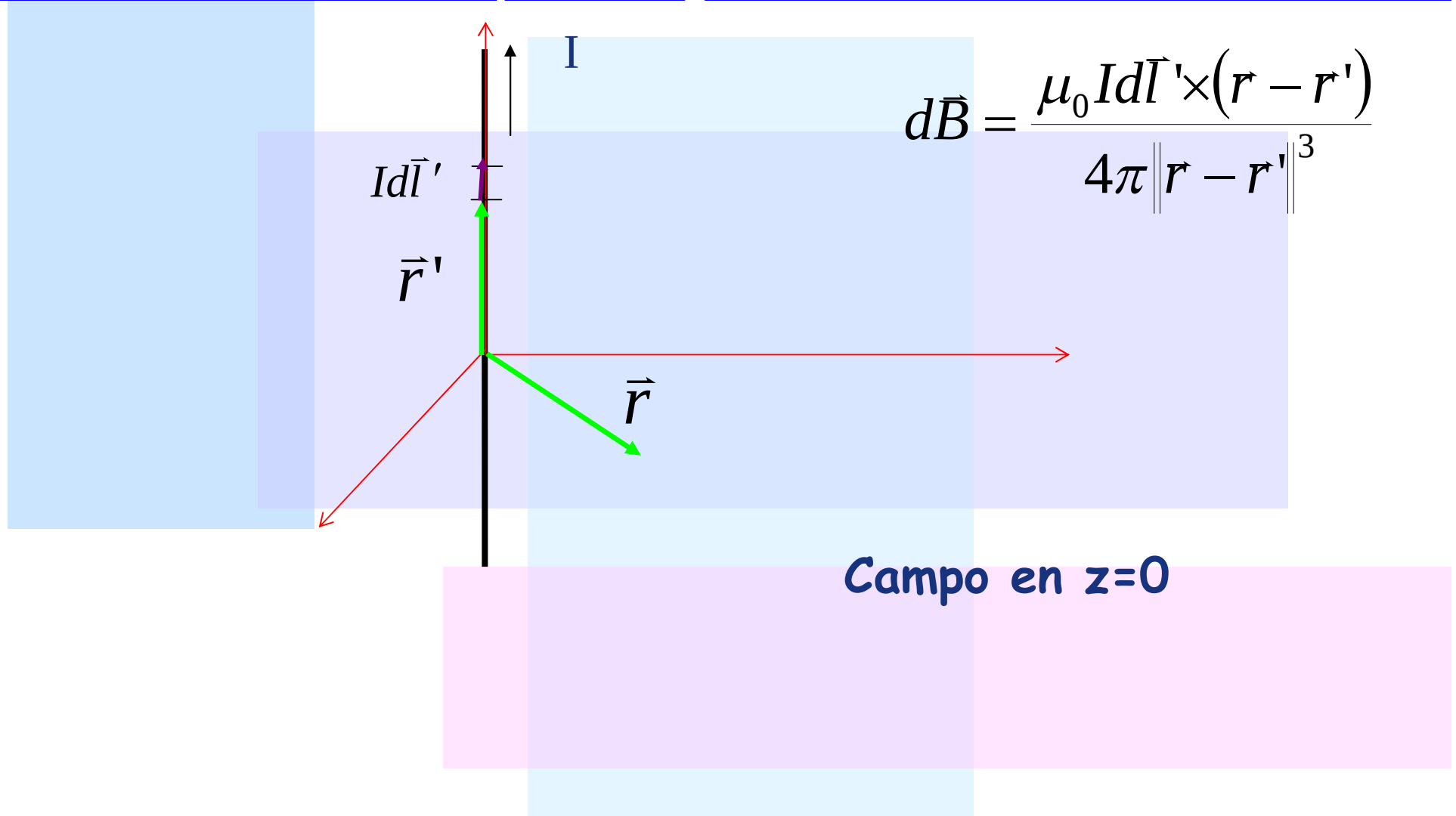


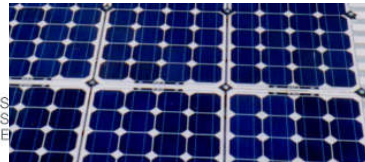
Campo Magnético Linea Infinita



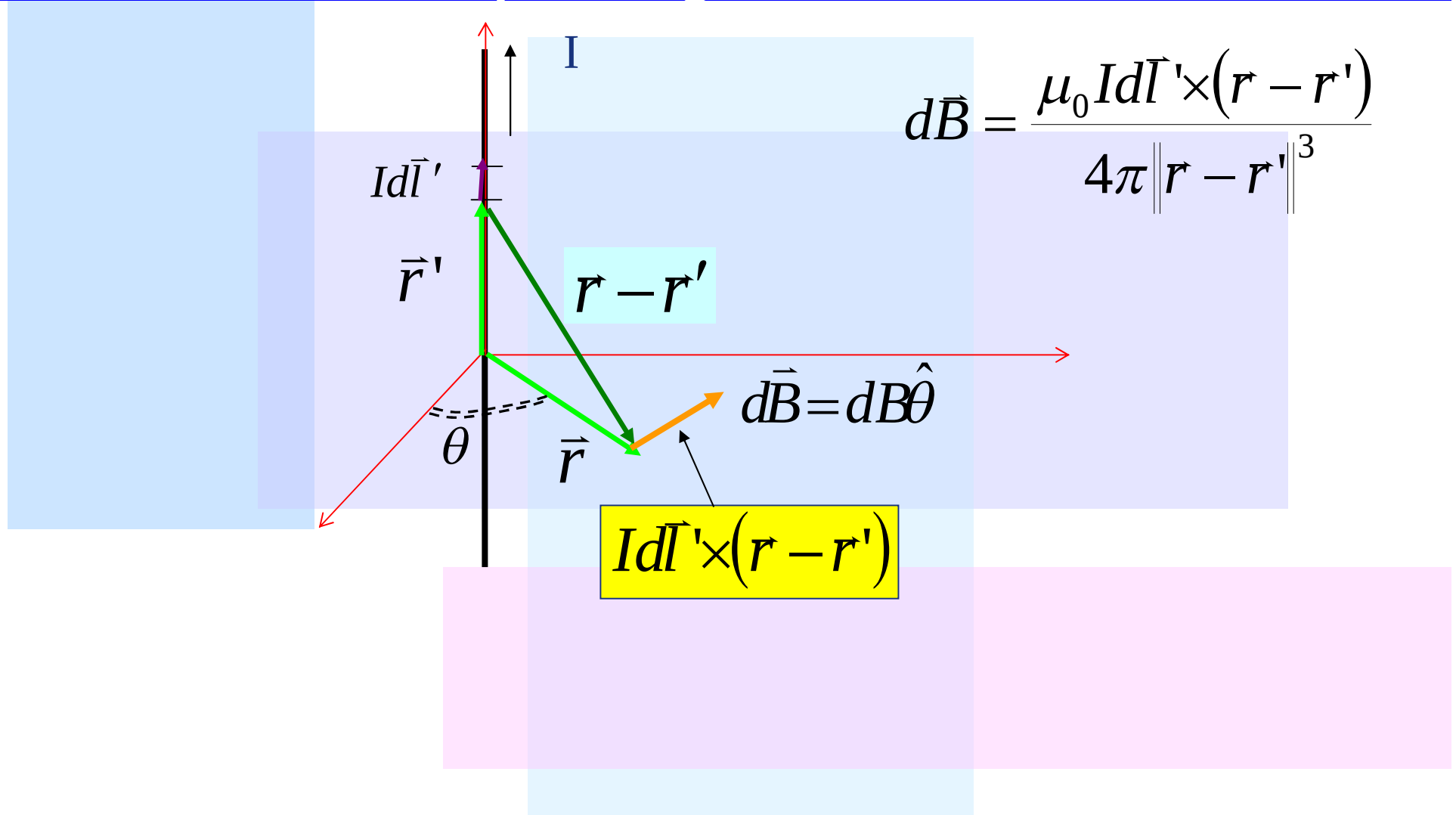


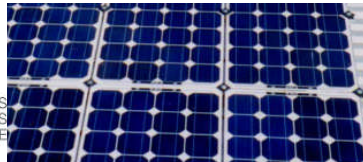
Campo Magnético Linea Infinita



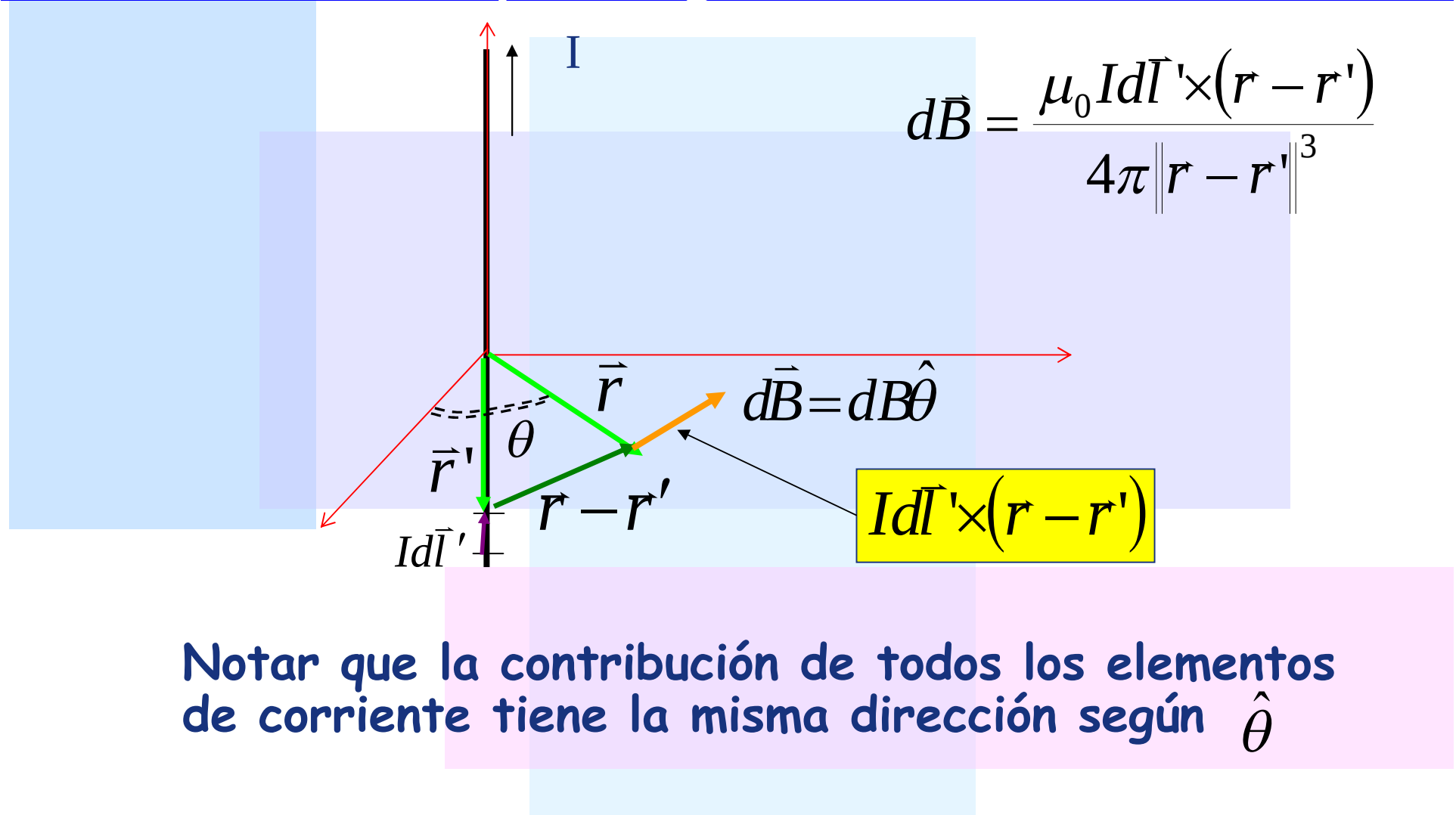


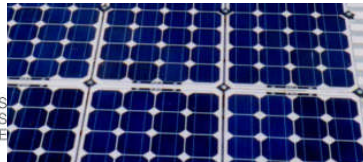
Campo Magnético Linea Infinita





Campo Magnético Linea Infinita



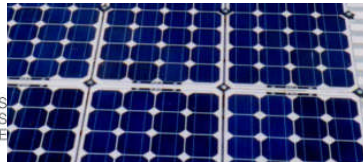


Campo Magnético Linea Infinita

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$d\vec{B} = dB\hat{\theta}$$

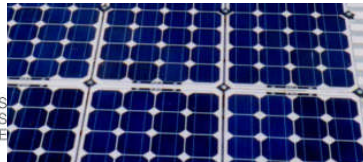
$$\left. \begin{array}{l} \vec{r}' = z'\hat{k} \\ \vec{r} = r\cos\theta\hat{i} + r\sin\theta\hat{j} \\ Id\vec{l}' = Idz'\hat{k} \end{array} \right\} d\vec{B} = \frac{\mu_0 Idz'\hat{k} \times (r\cos\theta\hat{i} + r\sin\theta\hat{j} - z'\hat{k})}{4\pi [r^2 + z'^2]^{3/2}}$$



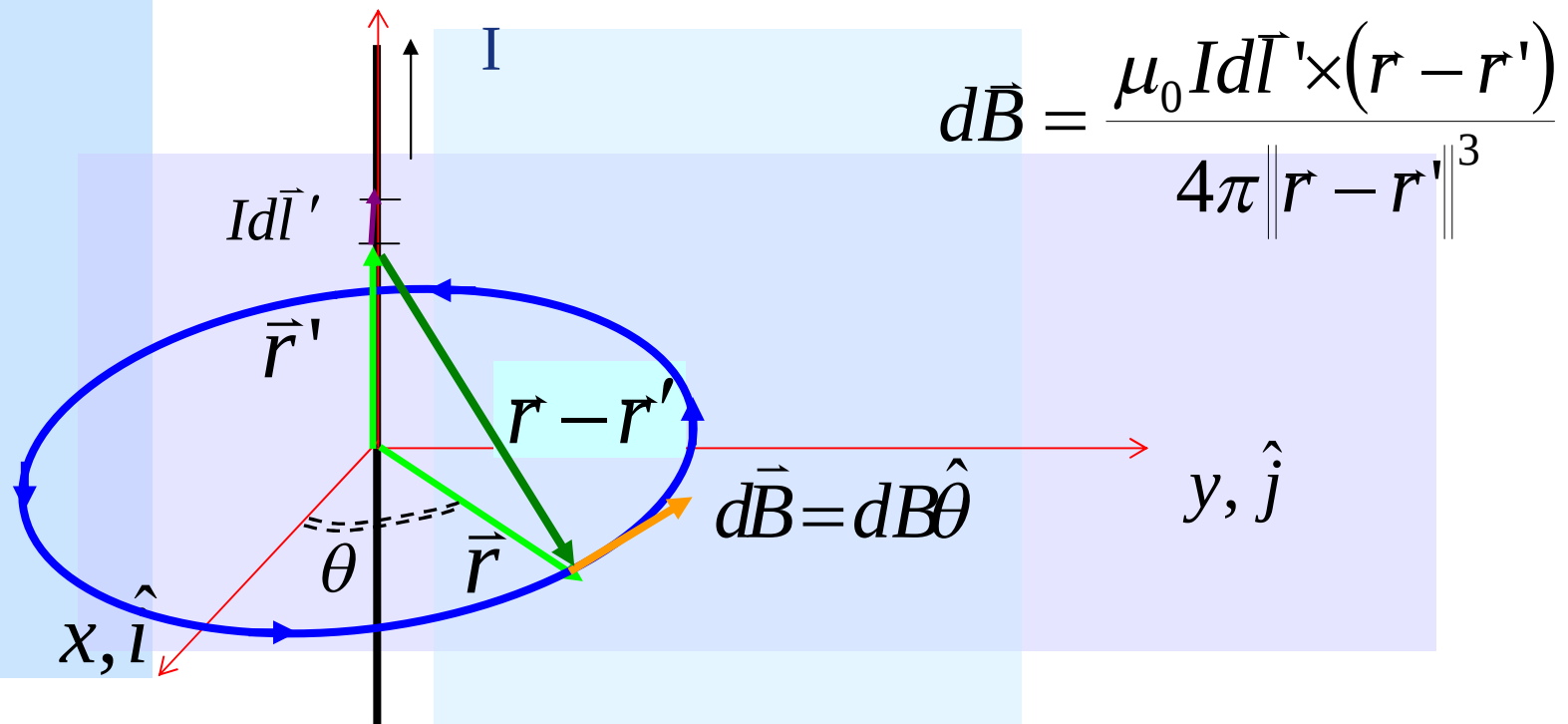
Campo Magnético Linea Infinita

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

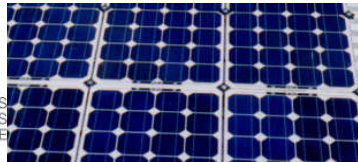
$$\vec{B} = \int_{z'=-\infty}^{z'=\infty} \frac{\mu_0 I r (\cos \theta \hat{j} - \sin \theta \hat{i}) dz'}{4\pi [r^2 + z'^2]^{3/2}}$$



Campo Magnético Linea Infinita

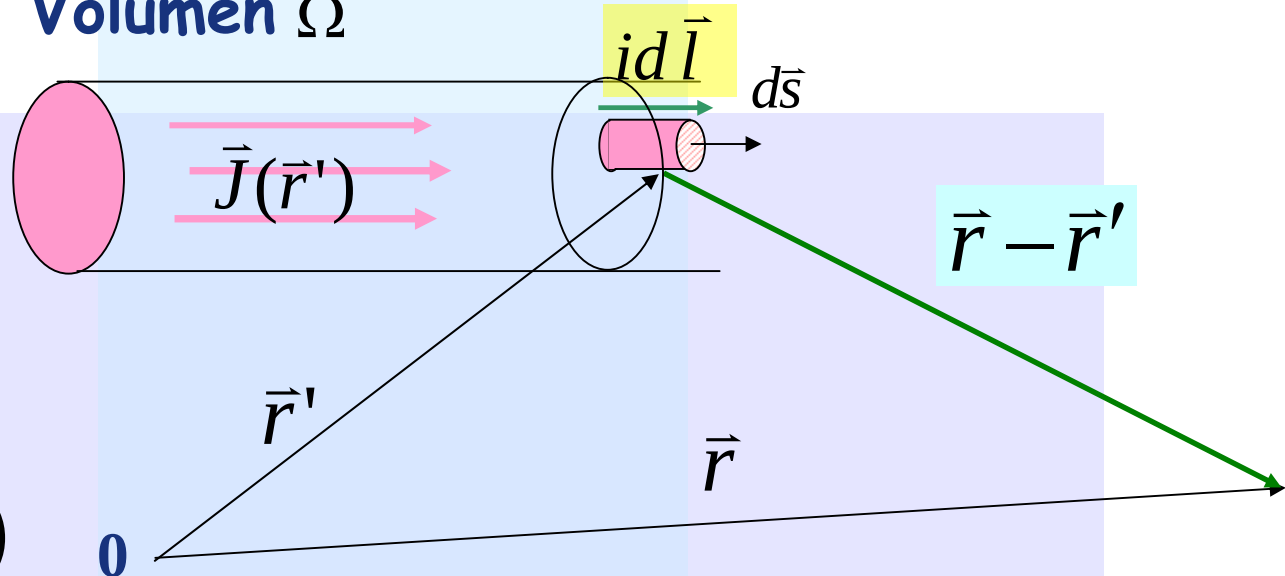


$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta}$$



Campo magnético de distribuciones de corriente

Volumen Ω



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$id\vec{l} = \vec{J} \cdot d\vec{s} \cdot d\vec{l} = \vec{J} dv'$$

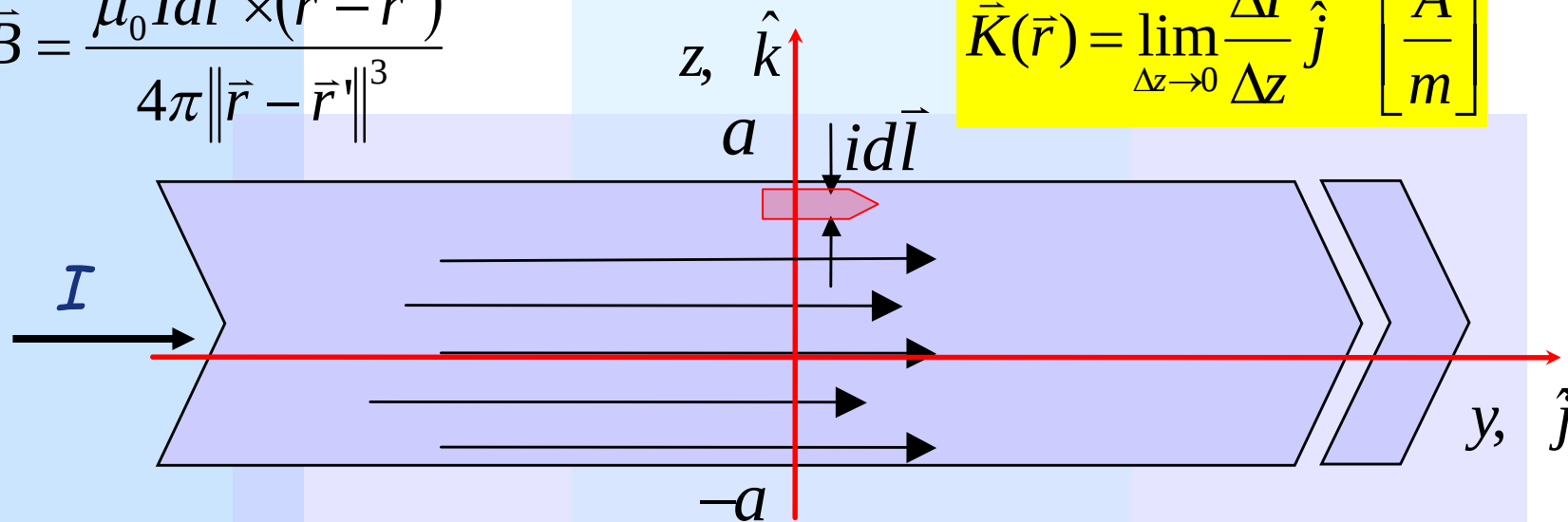
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\Omega} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dv'$$



Densidad de Corriente Superficial

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

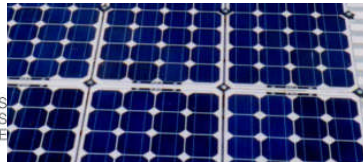
$$\vec{K}(\vec{r}) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta z} \hat{j} \left[\frac{A}{m} \right]$$



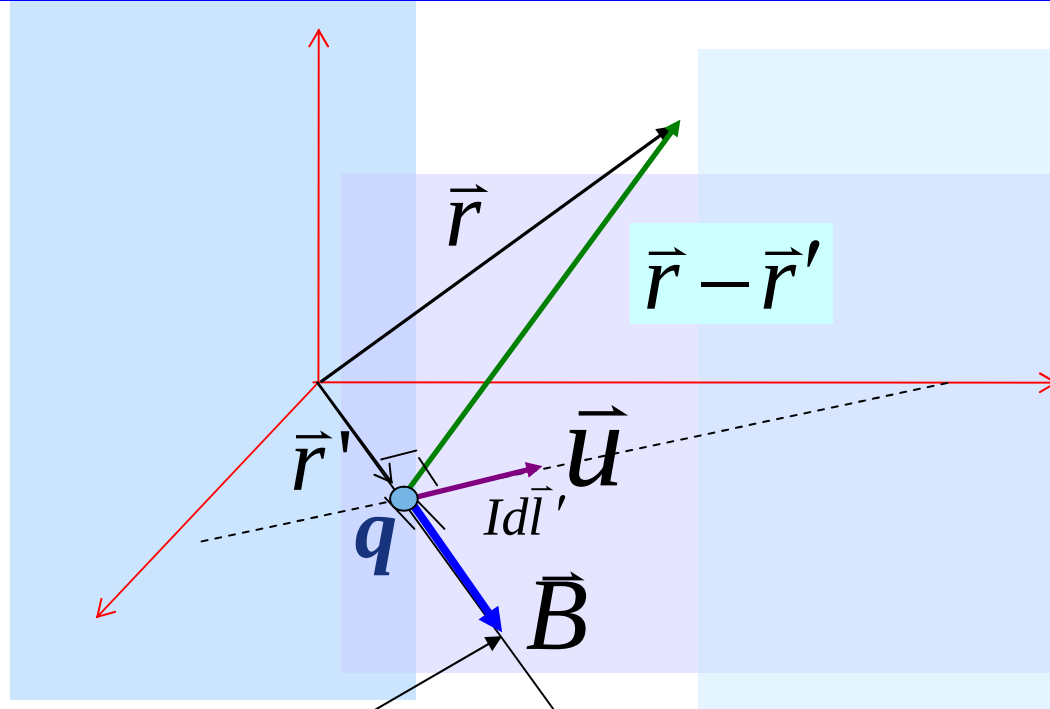
Sólo hay corriente en la superficie S del plano y - z

$$id\vec{l}' = (\vec{K} \cdot dz\hat{j})dy\hat{j} = (K\hat{j} \cdot \hat{j})dzdy\hat{j} = Kdzdy\hat{j} = \vec{K}ds$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{K}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} ds'$$



Campo Magnético de una Carga Puntual



$$Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$id\vec{l} = \frac{dq}{dt} dl \hat{u} = dq \frac{dl}{dt} \hat{u}$$

$$dq \rightarrow q, \quad \frac{dl}{dt} = \|\vec{u}\| \quad \text{y} \quad d\vec{B} \rightarrow \vec{B}$$

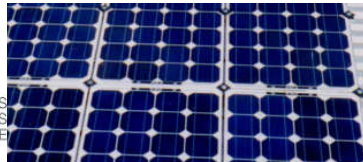
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \vec{u} \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

Campo magnético resultante perpendicular a la velocidad



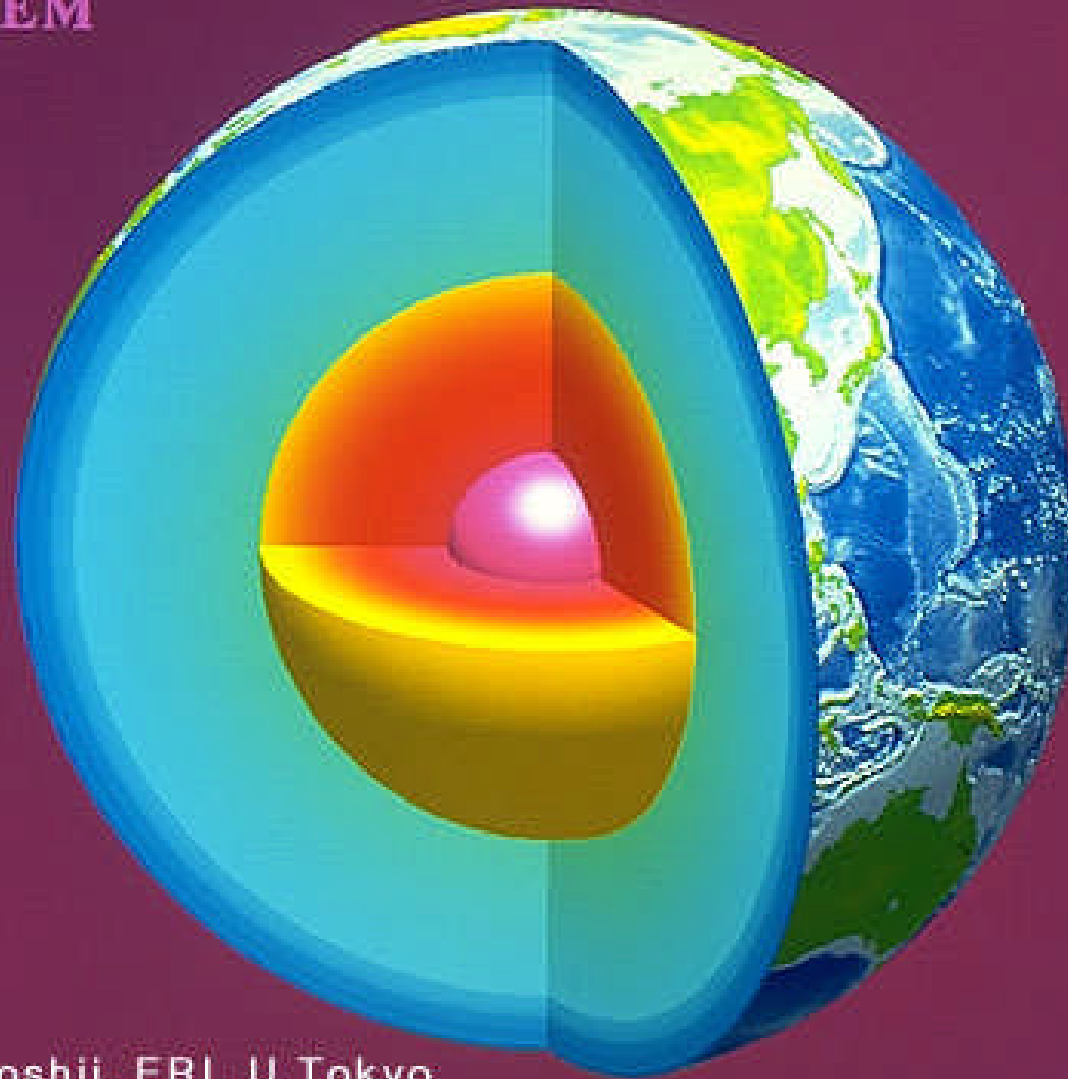
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

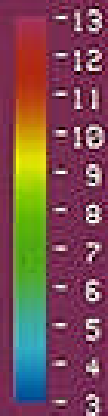


Campo Magnético Terrestre

PREM



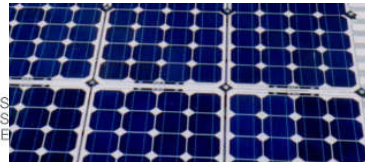
T.Yoshii, ERI, U.Tokyo





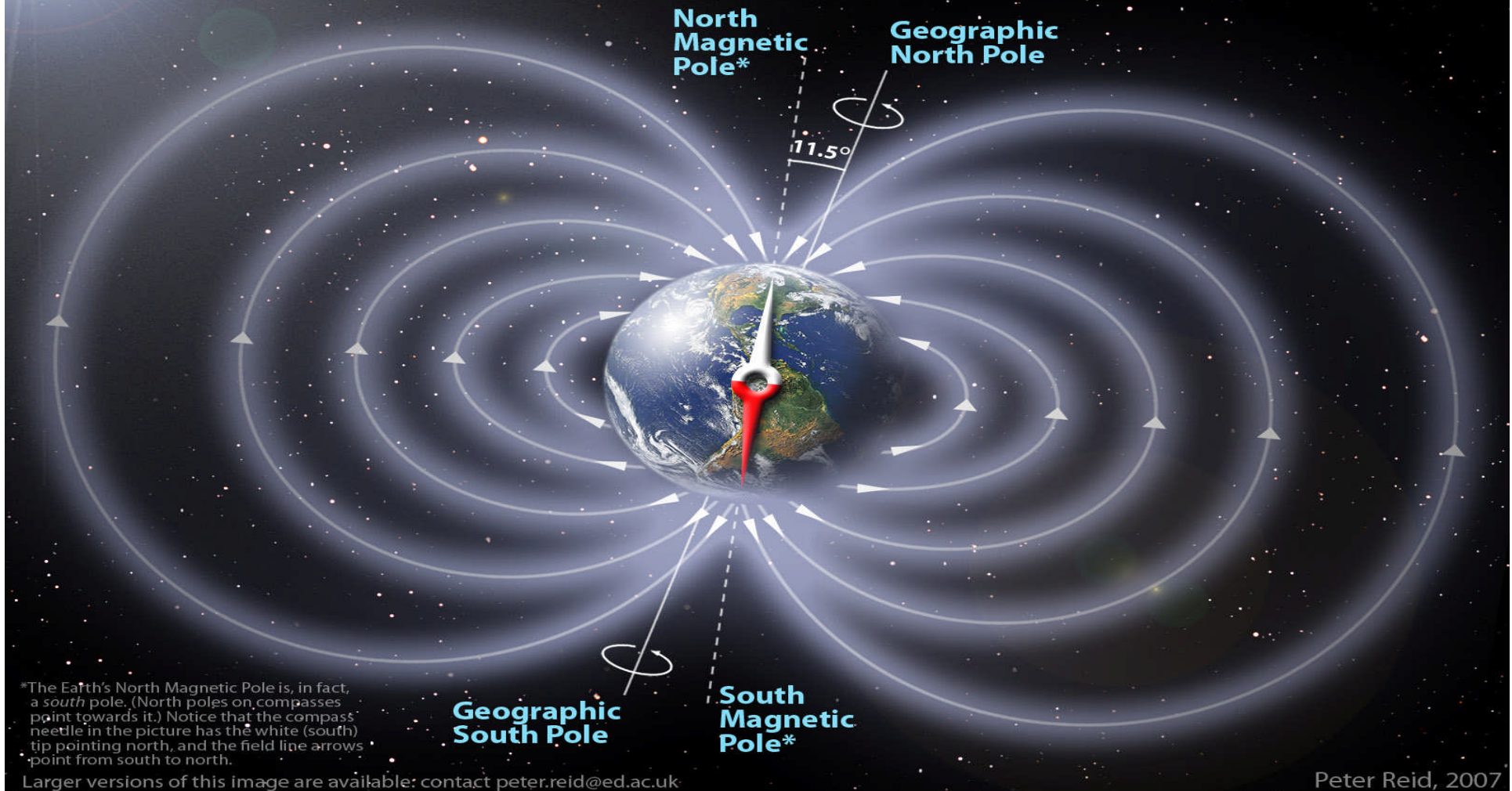
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Campo Magnético Terrestre

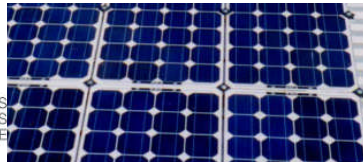
The Earth's Magnetic Field





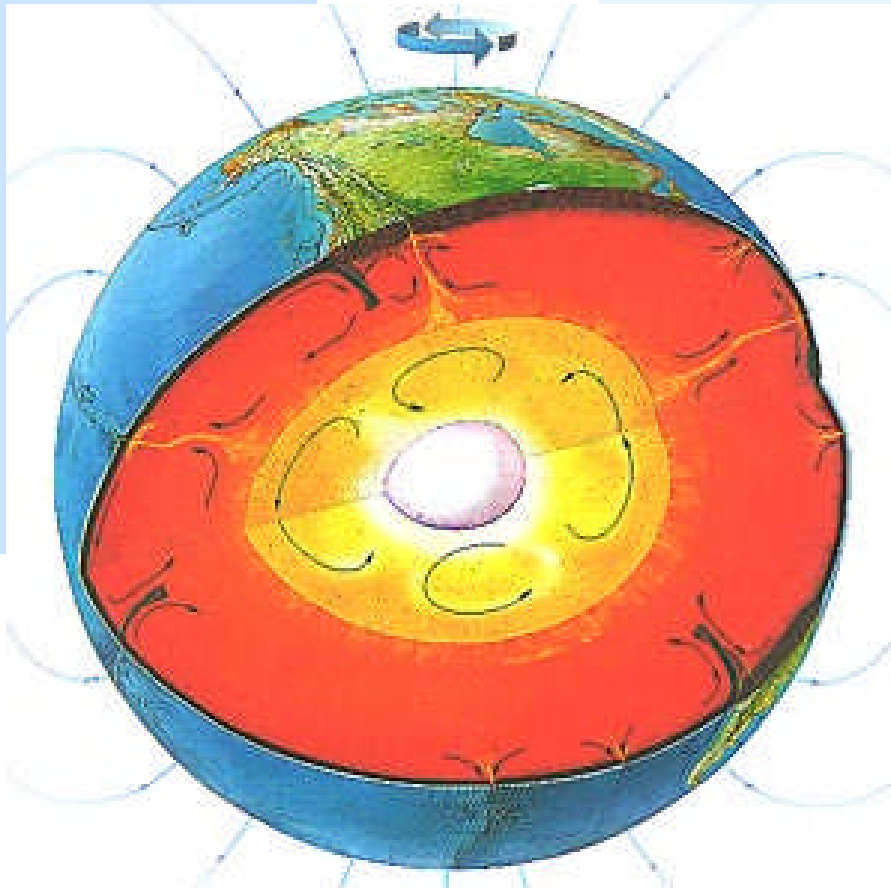
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

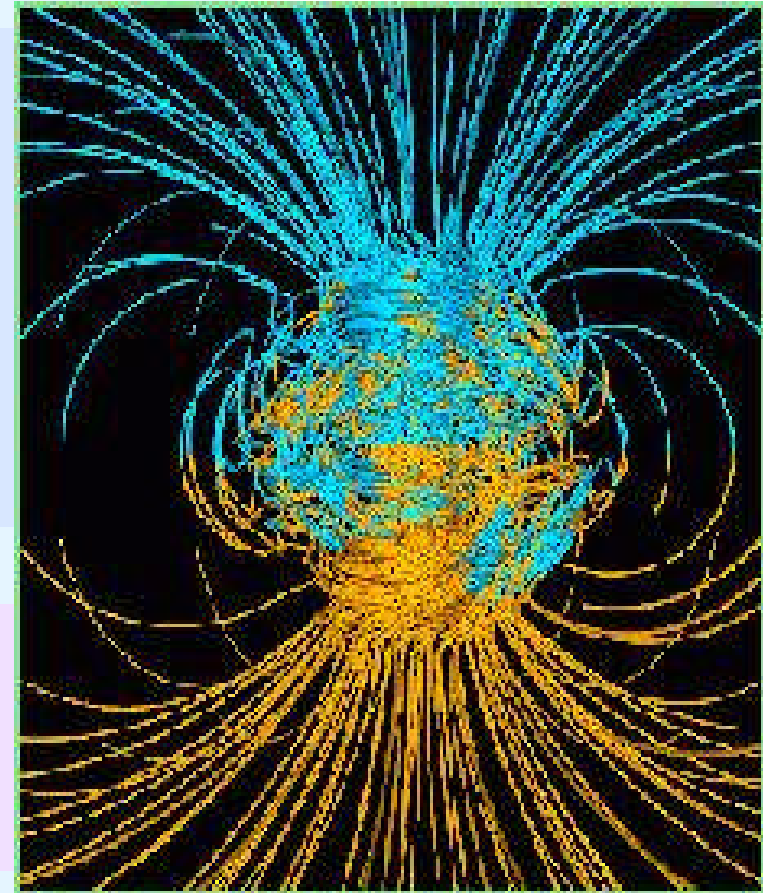


Campo Magnético Terrestre

Convección



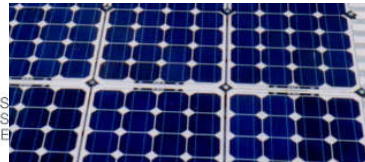
Geodínamo





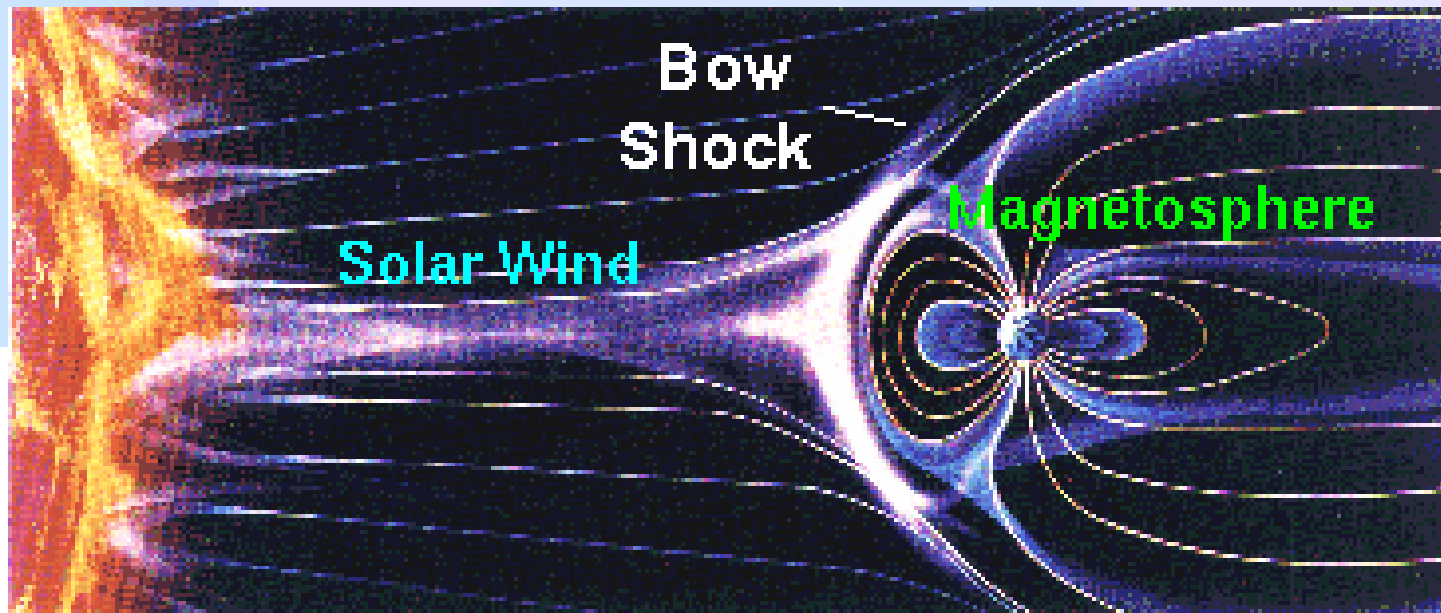
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Campo Magnético Terrestre

- Viento solar: Gases ionizados que vienen del sol a 400Km/s
- Varian con la actividad de la superficie solar

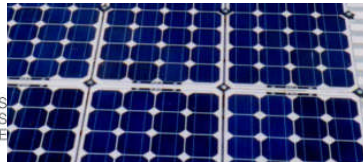


Fuente: National Geophysical Data Center, USA



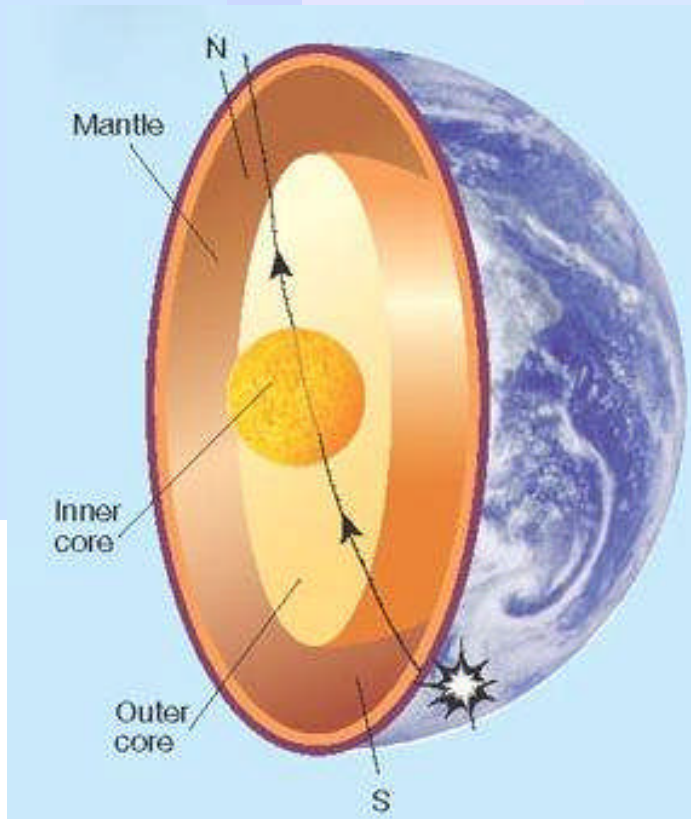
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

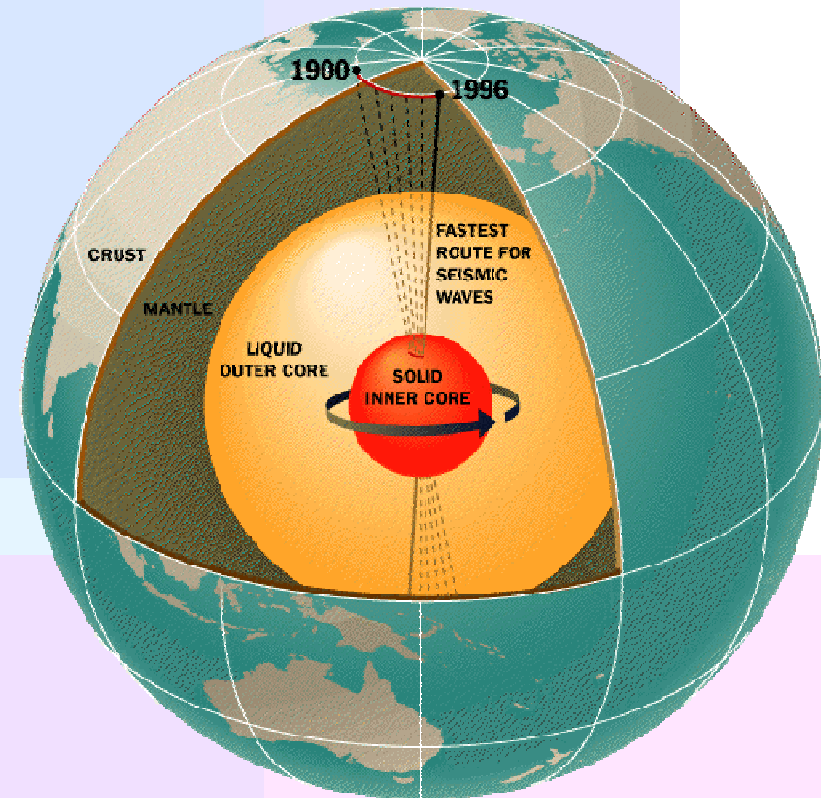


Campo Magnético Terrestre

Estudio del núcleo



Anisotropía y super-rotación



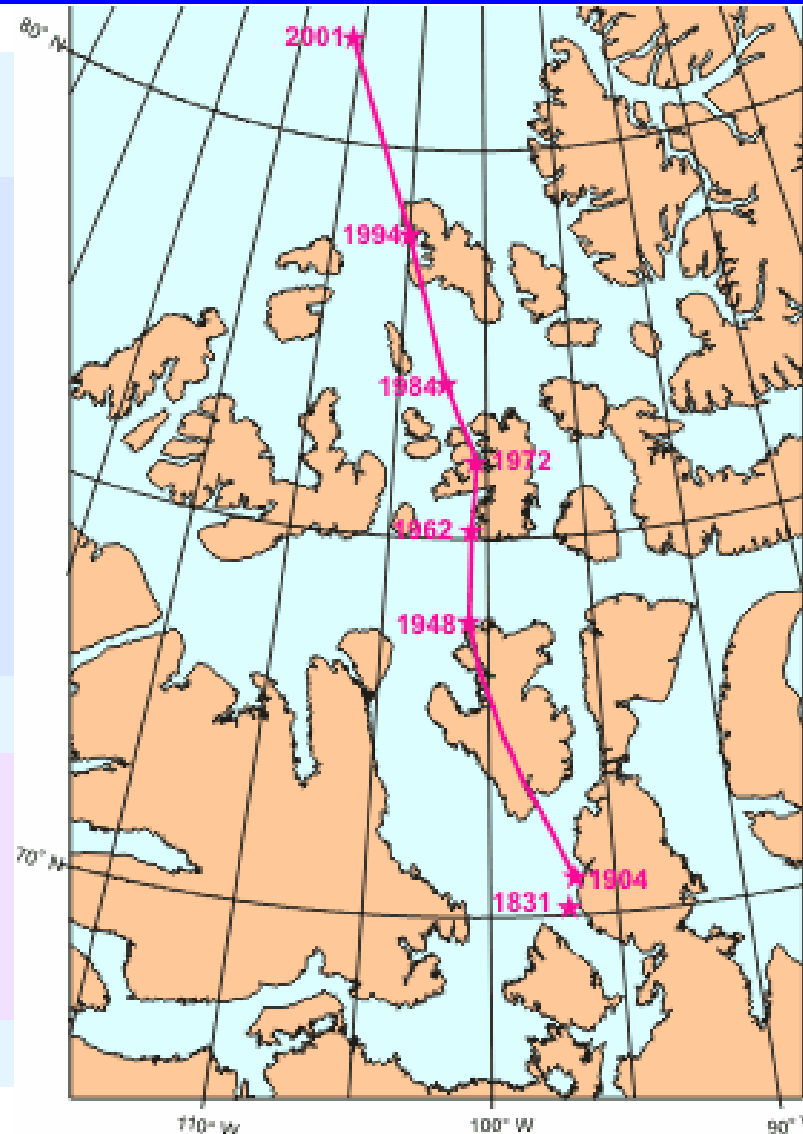


Campo Magnético Terrestre

Movimiento del polo norte magnético en el Artico de Canadá en el periodo 1831-2001.
Fuente: Geological Survey of Canada.
Se mueve a 40 km cada año, approx.

Ultimamente se mueve crecientemente mas rápido.

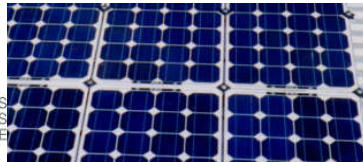
La última vez que el polo magnético se cambio al otro lado de la tierra fue hace 780.000 años



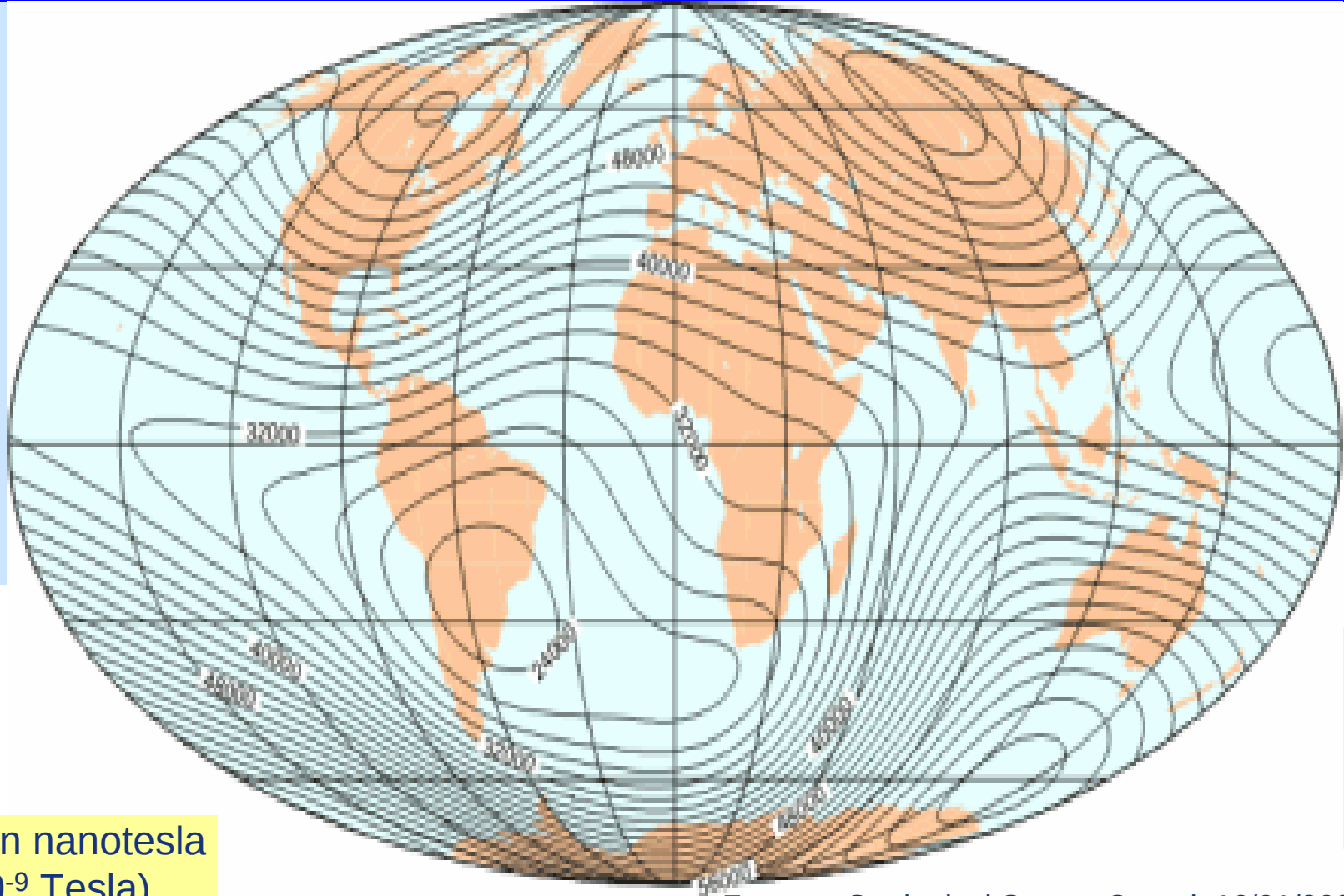


fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Campo Magnético Terrestre



Medido en nanotesla
 $1 \text{ nT} = 10^{-9} \text{ Tesla}$)

Fuente: Geological Survey Canada 16/01/2008