FI33A ELECTROMAGNETISMO
Clase 7
Medios Materiales II

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

INDICE

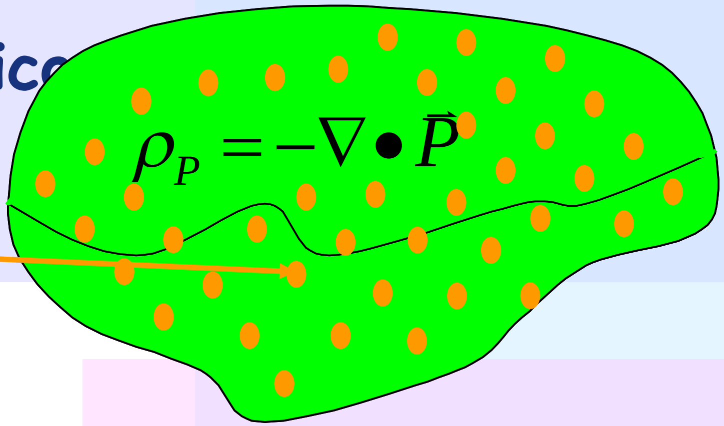
- Generalización de la 1ª ecuación de Maxwell
- Constante dieléctrica
- Clasificación de materiales dieléctricos
- Ruptura dieléctrica
- Condiciones de borde para el campo eléctrico
- Ejemplo
- Refracción del campo eléctrico
- Consideraciones sobre Simetría

Generalización de la 1ª ecuación de Maxwell

La 1ª ecuación de Maxwell indica $\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_{total}}{\varepsilon_0}$

ρ_{total} corresponde a la carga total que es fuente de campo eléctrico

$\rho_{polarización}$

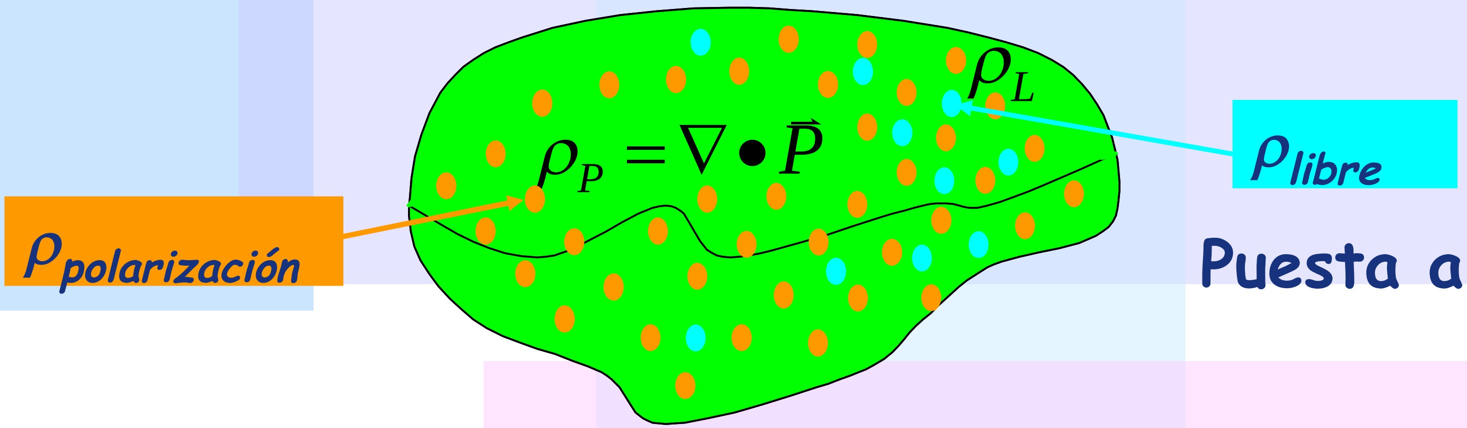


En el caso más general ρ_{total} estará compuesta de carga libre y carga de polarización

Generalización de la 1ª ecuación de Maxwell

La 1ª ecuación de Maxwell indica $\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_{total}}{\varepsilon_0}$

$\rho_{total} = \rho_{Polarización} + \rho_{libre} \Rightarrow \quad \rho_L + \rho_P = \nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E}$



Puesta a propósito

Generalización de la 1ª ecuación de Maxwell

$$\rho_L = \nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} - \rho_P \qquad \text{pero} \qquad \rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$$

$$\rho_L = \nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} + \nabla \cdot \vec{P} \quad (2.18)$$

$$\rho_L = \nabla \cdot (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \quad (2.19)$$

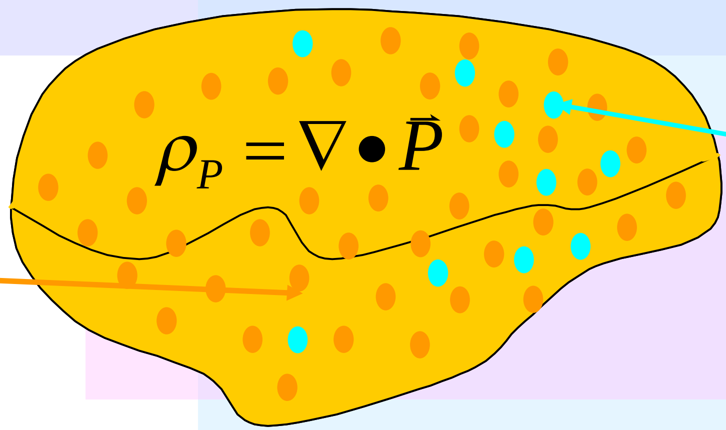
definiendo $\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$

Vector de desplazamiento

$$\boxed{\rho_L = \nabla \cdot \vec{D}}$$

1ª ecuación de Maxwell

$\rho_{polarización}$



ρ_{libre}

Puesta a propósito

Generalización de la 1ª ecuación de Maxwell

$$\rho_L = \nabla \cdot \vec{D}$$ 1ª ecuación de Maxwell

donde $$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$ Vector de desplazamiento

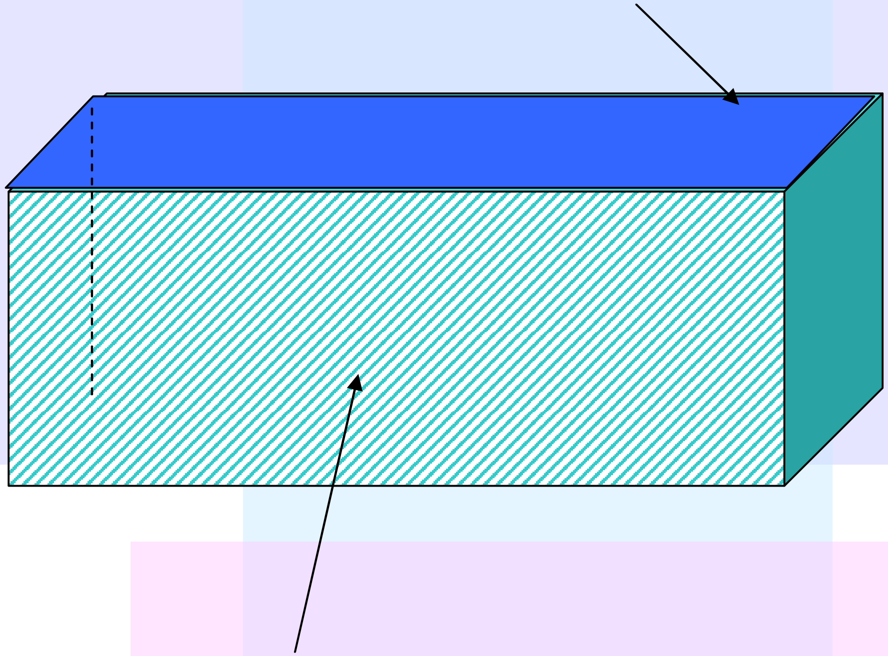
Integrando en un volumen Ω

$$\underbrace{\iiint_{\Omega} \rho_L dv}_{Q_L} = \underbrace{\iiint_{\Omega} \nabla \cdot \vec{D} dv}_{\oiint_{S(\Omega)} \vec{D} \bullet d\vec{s}} \Rightarrow Q_L = \oiint_{S(\Omega)} \vec{D} \bullet d\vec{s}$$

Ley de Gauss en la materia

Ejemplo

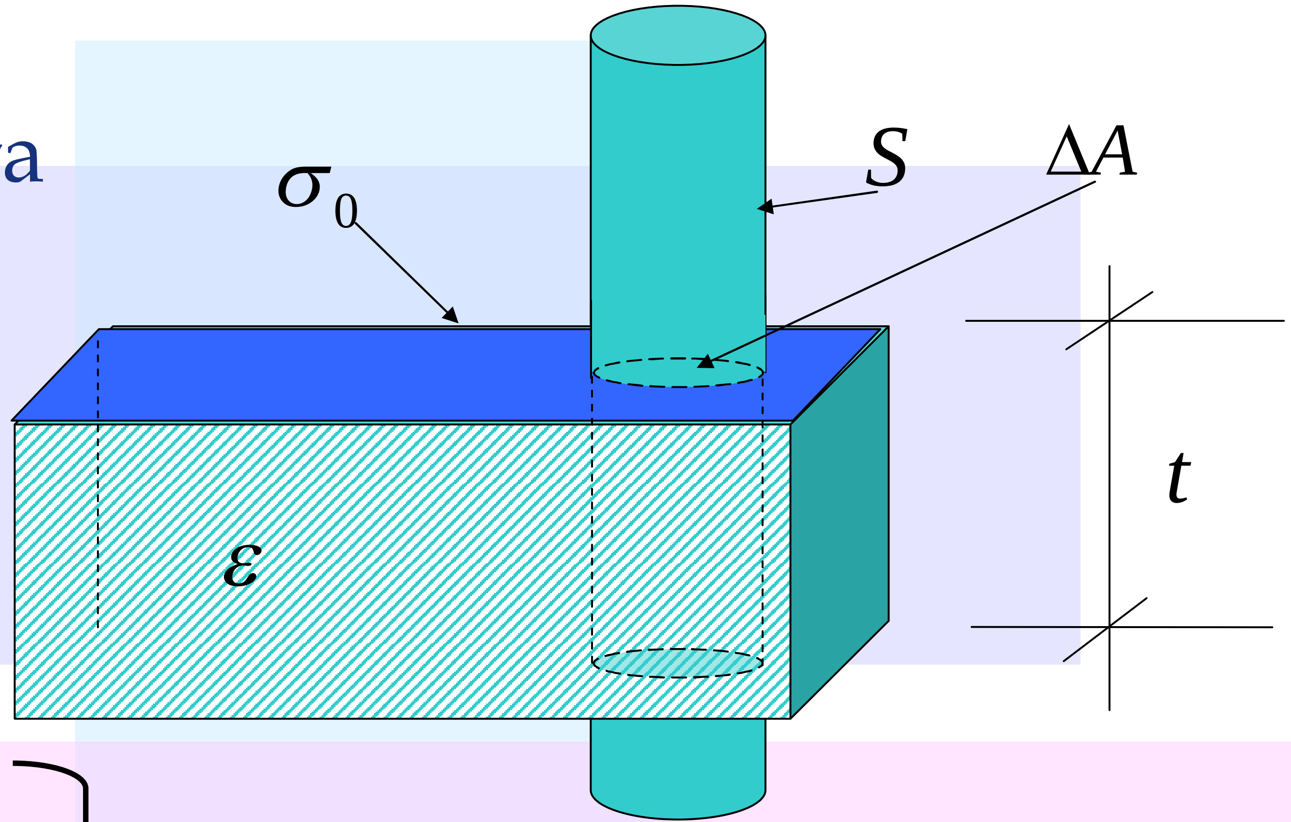
Plano de carga σ_0



Dieléctrico ε

Ejemplo

Plano de carga (infinito)



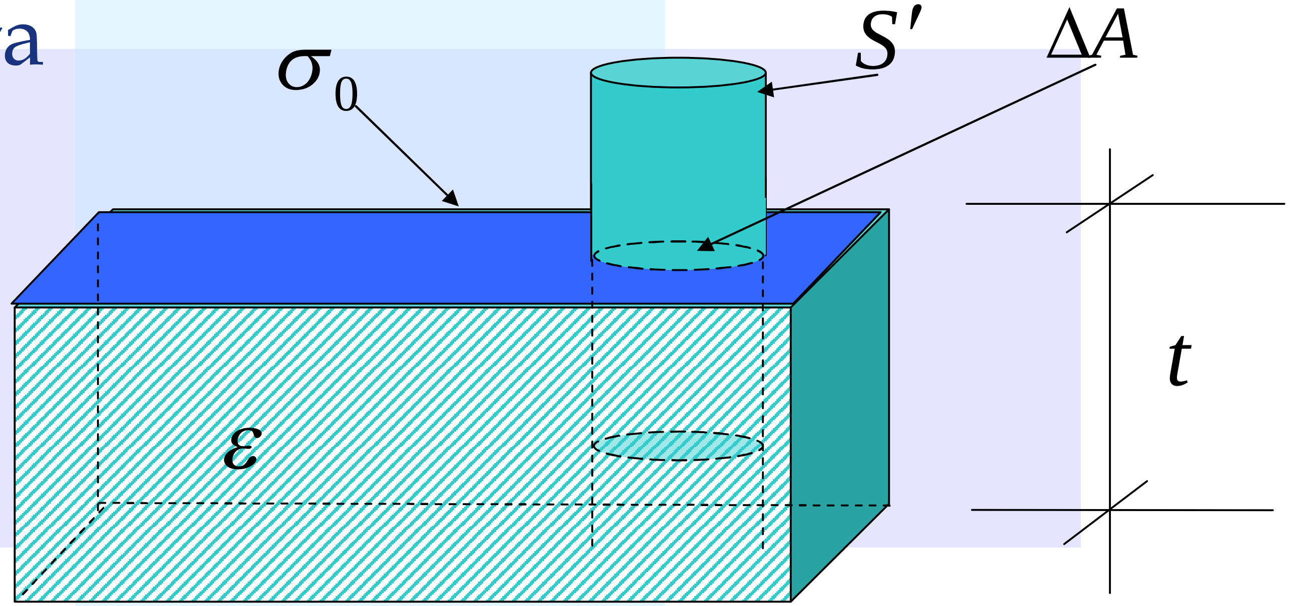
$$\oiint_S \vec{D}\bullet d\vec{s} = Q_T$$

$$\left.\begin{aligned} Q_T &= \Delta A\sigma_0 \\ \oiint_S \vec{D}\bullet d\vec{s} &= 2\Delta A D_n \end{aligned}\right\} D_n = \frac{\sigma_0}{2}$$

Fuentes de D son sólo cargas libres

Ejemplo

Plano de carga (infinito)



$$\oiint_{S'} \vec{D} \bullet d\vec{s} = Q_T$$

$$Q_T = \Delta A \sigma_0$$

$$\oiint_{S'} \vec{D} \bullet d\vec{s} = 2\Delta A D_n$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_T = \Delta A \sigma_0 \\ \oiint_{S'} \vec{D} \bullet d\vec{s} = 2\Delta A D_n \end{array}\right\} D_n = \frac{\sigma_0}{2}$$

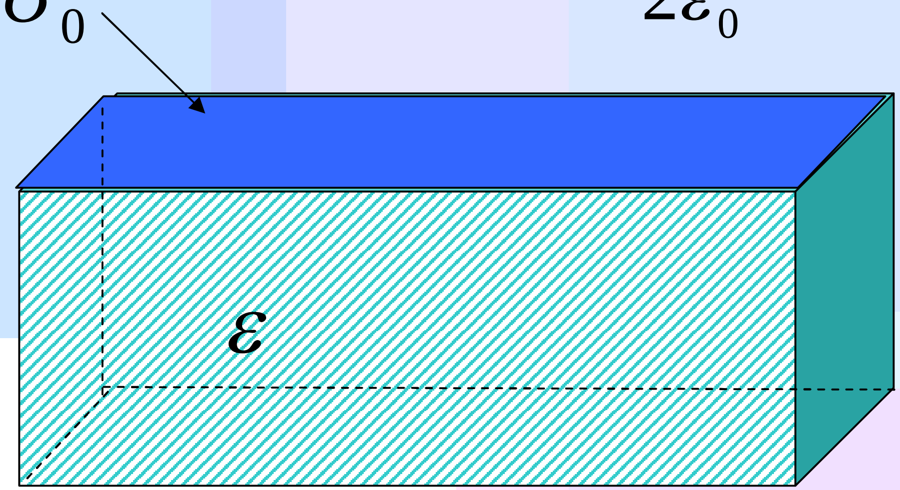
Fuentes de D son sólo cargas libres

Ejemplo

$$\vec{D} = \frac{\sigma_0}{2}$$ En todo el espacio

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\hat{k}, \quad \vec{P} = 0$$

Zona 1



$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon}\hat{k}$$

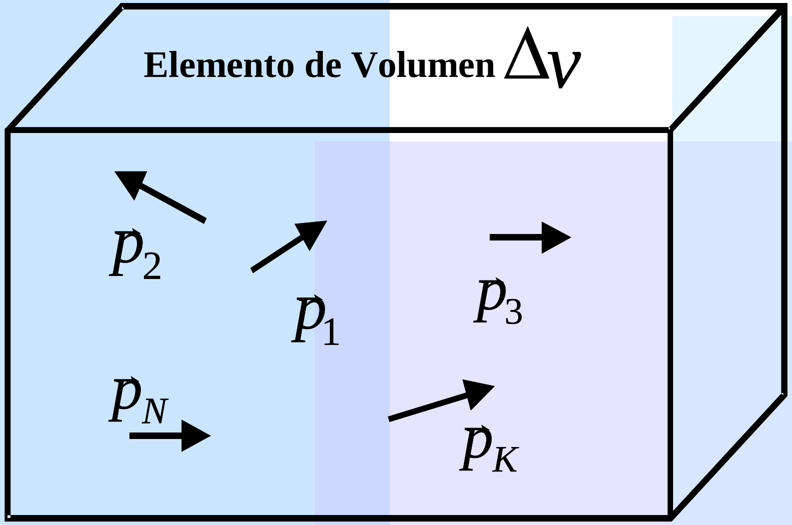
$$\vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}$$

Zona 2

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\hat{k}, \quad \vec{P} = 0$$

Zona 3

Polarización de medios materiales



$$\vec{P} = \lim_{\Delta v' \longrightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{N} Q_k \vec{d}_k}{\Delta v'} = \lim_{\Delta v' \to 0} \left[\frac{\sum_{k=1}^{N} \vec{p}_k}{\Delta v'} \right]$$

$\vec{P}$ La polarización en medios materiales varia con la intensidad del campo eléctrico aplicado

Polarización de medios materiales

$$\left\|\vec{P}\right\| = \alpha\left\|\vec{E}\right\| \Rightarrow$$ Materiales lineales

$$\vec{P} = \alpha(\vec{r})\vec{E} \Rightarrow$$ Materiales isótropos $\vec{P} // \vec{E}$

Si α es constante $\Rightarrow$ Material homogéneo

En general tendremos $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$

χ_e es la susceptibilidad eléctrica de un material

Constante dieléctrica

Teniamos que $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ pero $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$

$$\Rightarrow \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi_e \varepsilon_0 \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{D} = \varepsilon_0 (I + \chi_e) \vec{E}$$

$\varepsilon_r = (I + \chi_e)$ Permeabilidad dieléctrica relativa

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ Constante dieléctrica del material

$$\Rightarrow \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$