

# Final de clase auxiliar

Daniel Rivas

20/3/2008

## Problema 4 (creo)

El átomo de Hidrógeno corresponde a una carga central de valor  $q$  (que se asume puntual para este problema) y un electrón de carga  $-q$ . Este último tiene una función de onda dada por:

$$\psi(r) = Ce^{-r/a}$$

donde  $C$  es una constante a determinar en el problema y  $a$  es una constante conocida. Dado que  $|\psi(r)|^2$  representa la densidad de probabilidad de encontrar al electrón, encuentre la distribución de carga de este, el campo eléctrico a una distancia  $R$  y el potencial a esa misma distancia.

## Solución (resumida)

Como al principio de la clase ya calculé el campo eléctrico para un átomo de Hidrógeno, no volveré a repetir los detalles (pueden fotocopiar el cuaderno de algún compañero o tratar de hacerlo Uds. mismos, es sólo integrar por partes). Teníamos que la distribución de carga del electrón venía dada por:

$$\rho(r) = \frac{-q}{\pi a^3} e^{-\frac{2r}{a}}$$

Luego si aplicabamos la ley de Gauss, haciendo una esfera de radio  $R$  alrededor del átomo (recordando que hay un protón), se tiene:

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \left[ q + \int \rho(r) dV \right]$$

$$\vec{E} 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0 a^3} \left[ a^3 + 2a^2 R + 2aR^2 \right] e^{-\frac{2R}{a}} \hat{\rho}$$

$$\implies \vec{E} = \frac{q}{4\pi R^2 \epsilon_0 a^3} \left[ a^3 + 2a^2 R + 2aR^2 \right] e^{-\frac{2R}{a}} \hat{\rho}$$

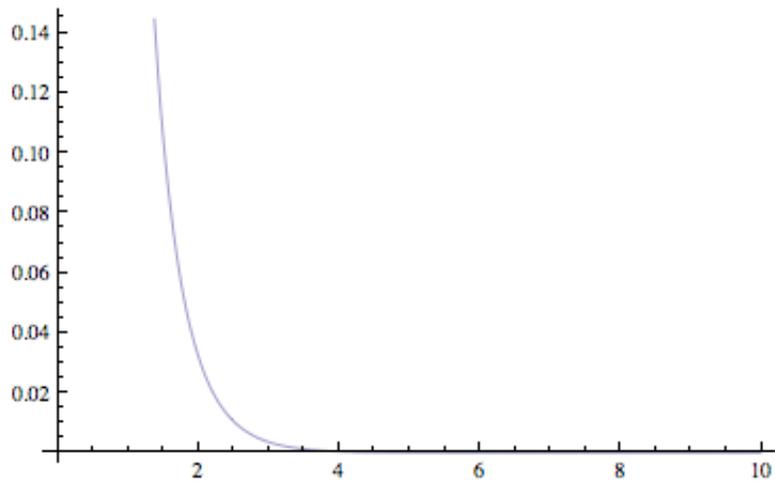
Ahora si queremos obtener el potencial producido por el átomo tenemos que usar la fórmula:

$$V(b) - V(a) = - \int_a^b \vec{E} d\vec{l}$$

Como el potencial en infinito tiene que valer 0, integramos desde R hasta infinito para saber el potencial en cualquier punto a distancia R del centro:

$$V(R) = - \int_R^{\infty} \vec{E} d\vec{l}$$

Al reemplazar el campo eléctrico en esta integral y tomando un camino radial (el más simple), el resultado puede ser complicado. Basta con que quede claro como plantear un problema de potencial. Si graficamos el resultado, quedaría algo así:



Lo que debería quedar claro despues de este problema es como calcular el campo eléctrico para cargas no uniformes usando la ley de Gauss y como calcular un potencial a partir del campo eléctrico. Si tienen alguna duda o si encuentran algún error, no duden en avisarme.