

Auxiliar Extra - Lunes 5 de mayo

FI2A1 - Mecánica

Prof. René Rojas

Semestre Otoño 2008

Auxs: Hernán Gonzales & Kim Hauser

P1

Una partícula de masa m se mueve con rapidez constante v_o por el exterior de un semicilindro horizontal de radio R . Además del peso y la fuerza normal que ejerce la superficie, la partícula está sometida a otras dos fuerzas. La primera es una fuerza $\vec{F}_1$ que está descrita por la expresión:

$$\vec{F}_1 = -c(xz^2\hat{i} + x^2z\hat{k})$$

donde c es una constante conocida y las coordenadas x, z se miden respecto al origen O . La otra fuerza, $\vec{F}_2$, para la cual no se cuenta con una expresión explícita, es la que permite que la partícula se mueva con rapidez constante en su trayectoria desde el origen O a la cúspide C . Se pide:

- Mostrar que la fuerza $\vec{F}_1$ es conservativa.
- Determinar una expresión para el potencial asociado a $\vec{F}_1$.
- Determinar el trabajo efectuado por la fuerza $\vec{F}_2$ en el trayecto de O hasta la cúspide C .

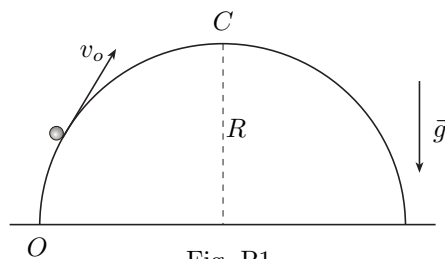


Fig. P1

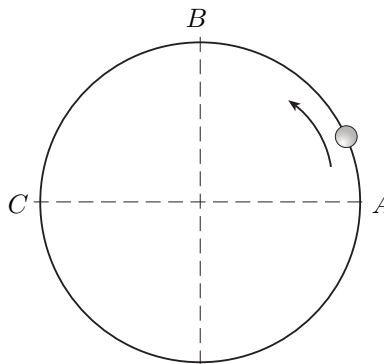


Fig. P2

P2

Una partícula puntual que se mueve por una circunferencia de radio a es atraída por un punto C de la misma, por una fuerza de módulo $F = k/r^2$, donde r es la distancia al punto C . Determine el trabajo de la fuerza al ir la partícula del punto A , diametralmente opuesto a C , a un punto B ubicado a medio camino entre C y A , también en la circunferencia.

P3

Una partícula de masa m está sometida a la fuerza central que proviene de la energía potencial

$$U(r) = a^2 \ln\left(\frac{r}{r_o}\right)$$

- Determine el radio r_c de la órbita circular caracterizada por una velocidad angular ω_o conocida y no nula y el momento angular l_o asociado a ella.
- Determine la frecuencia ω_{po} de las pequeñas oscilaciones del valor de $r(t)$ en torno a $r = r_c$ cuando la órbita es levemente no circular pero tiene el mismo valor l_o del momento angular. ¿Cuánto vale $\frac{\omega_o}{\omega_{po}}$? ¿Se trata una órbita cerrada?

P4

Considere una partícula de masa m que se mueve en un campo de fuerza de atracción central $\vec{F} = -c\hat{r}$, donde c es una constante positiva (note que la magnitud de la fuerza es constante).

- Demuestre que la partícula no puede escapar de este campo de atracción.
- Si se verifica que la partícula se encuentra en una órbita circular de radio $r = r_o$, determine el período de pequeñas oscilaciones que experimenta la distancia entre la partícula y el centro de atracción cuando la partícula sufre una pequeña perturbación radial.
- Suponga que, como resultado de un impulso radial, en dirección opuesta al centro de atracción, la partícula queda en una órbita tal que su distancia máxima al centro de atracción es $2r_o$. Determine cuánto aumenta la energía mecánica total de la partícula como resultado de este impulso.

P5

Un resorte de constante elástica k y largo natural b tiene una partícula de masa m en un extremo, mientras que el otro extremo está fijo a una pared en un punto Q . Una barra ideal (masa despreciable) de largo $\sqrt{2}b$ está sujeta en un extremo a una rótula, a distancia $\sqrt{2}b$ bajo Q como lo indica la figura. En el otro extremo la barra está fija a la partícula de masa m .

- ¿Cuánto debe valer m para que $\phi = \pi/2$ sea un punto de equilibrio estable del sistema?
- Obtenga la frecuencia angular de pequeñas oscilaciones en torno a ese punto de equilibrio.

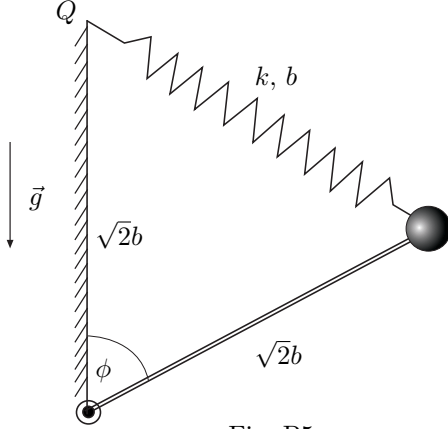


Fig. P5

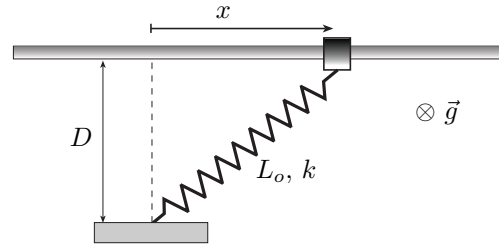


Fig. P6

P6

Considere un anillo de masa m que desliza sin roce a lo largo de una barra horizontal. El anillo está atado a un resorte (L_o, k) cuyo otro extremo está fijo, a una distancia D de la barra. Determine puntos de equilibrio y período de pequeñas oscilaciones.