

Problema propuesto

FI2A1 - Mecánica

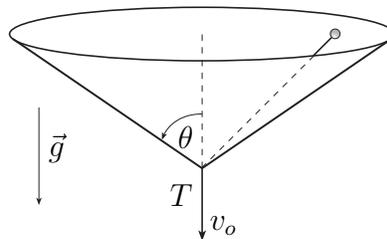
Prof. René Rojas

Semestre Otoño 2008

Auxs: Hernán Gonzales & Kim Hauser

Una partícula P de masa m desliza sin roce por el interior de un cono invertido. El cono tiene eje vertical, vértice abajo y ángulo característico $\theta = \pi/3$. La partícula está unida a un hilo, siempre tenso, que pasa por el vértice del cono. La tensión T es tal que la distancia entre la partícula y el vértice disminuye en la forma: $r_o - v_o t$. En el instante inicial P está a distancia r_o del vértice girando de modo que $\dot{\phi}(0) = \omega_o$, en torno al eje central.

- Reduzca la segunda ley de Newton a tres ecuaciones escalares e indique la dependencia explícita en t de cada una de las coordenadas de P .
- Obtenga la condición que debe cumplirse para que el hilo esté tenso en el instante inicial.
- Obtenga el trabajo W_T de la tensión T desde el momento inicial hasta el instante t_1 en que la distancia de P al vértice es la mitad de la inicial. Explique el significado físico del signo de este trabajo.
- Obtenga la energía cinética en un instante t arbitrario y de ahí obtenga la diferencia $K_1 - K_0$ entre la energía cinética final ($t = t_1$) y la inicial ($t = 0$). ¿Cuánto vale $K_1 - K_0 - W_T$? ¿Por qué?



Soluciones (revisenlas, podrían estar malas):

$$\begin{aligned}
 \text{(a) } \hat{r}) \quad & -mr\dot{\phi}^2 \frac{3}{4} = -T - \frac{mg}{2}, \quad \hat{\theta}) \quad -mr\dot{\phi}^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = -N + mg \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \hat{\phi}) \quad r^2\dot{\phi} = Cte \\
 \phi(t) = & \frac{r_o^2 \omega_o}{v_o} \left[\frac{1}{r_o - v_o t} - \frac{1}{r_o} \right] \quad (\text{suponiendo } \phi(0) = 0). \\
 \text{(b) } & r_o \omega_o^2 > \frac{2}{3}g \\
 \text{(c) } W_T = & \frac{9}{8}mr_o^2 \omega_o^2 - \frac{mgr_o}{4} \quad (W_T > 0!) \\
 \text{(d) } K(t) = & \frac{m}{2} \left(v_o^2 + \frac{3r_o^4 \omega_o^2}{4(r_o - v_o t)^2} \right), \quad K_f - K_i = \frac{9}{8}mr_o^2 \omega_o^2, \quad K_f - K_i - W_T = W_{mg}
 \end{aligned}$$