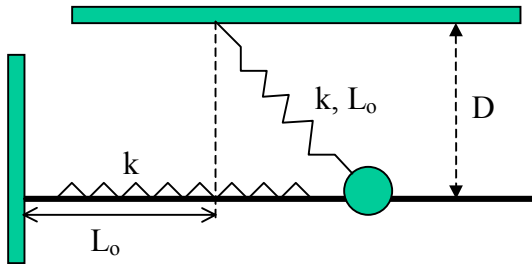
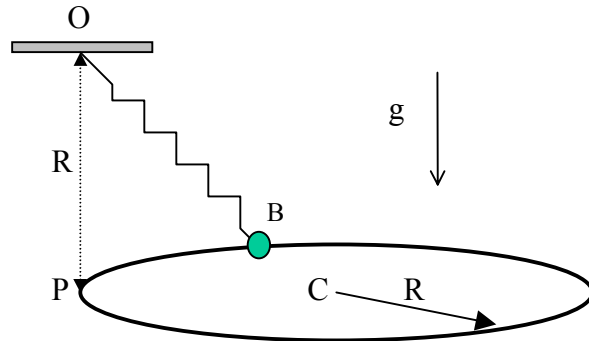


E: PEQUEÑAS OSCILACIONES ALREDEDOR DE POSICIONES DE EQUILIBRIO

E.1.- La esfera E de masa m desliza con roce despreciable por una barra rígida horizontal fija a la tierra. La esfera está unida a dos resortes que tienen la misma constante elástica k e igual largo natural L_0 y cuyos otros extremos están fijo como se indica en la figura. Encuentre los puntos de equilibrio estables de la esfera, indicando las condiciones para que existan. Determine además los períodos de las pequeñas oscilaciones en torno a dichos puntos.



(Prob. E.1)

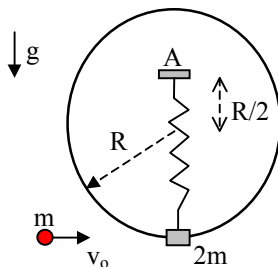


(Prob. E.2)

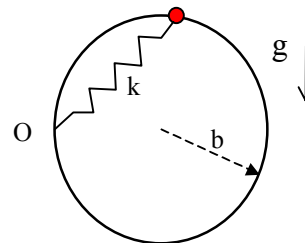
E.2.- Un anillo (B) de masa m desliza con roce despreciable a lo largo de un aro circular rígido de radio R , colocado en posición horizontal. El anillo está unido al extremo de un resorte ideal de constante elástica k y largo natural $L_0 = 3R$. El otro extremo del resorte está fijo en un punto O, ubicado verticalmente sobre el punto P del aro y a una distancia R de éste. Encuentre los puntos de equilibrio estable del sistema, y los períodos de las pequeñas oscilaciones alrededor de éstos.

E.3.- Una partícula de una masa m que se desplaza con una velocidad $v_0 = \sqrt{3gR}$ choca elásticamente con un anillo de masa $2m$ que se encuentra en reposo sobre un aro de radio R . El anillo se encuentra atado a un resorte en la forma como se indica en la figura y desliza con roce despreciable a lo largo del aro colocado en posición vertical. El largo natural del resorte es R .

- determine la constante elástica del resorte si como resultado del choque, el anillo sube por el aro hasta alcanzar una altura igual a la del punto A.
- calcular la reacción normal del aro sobre el anillo y su aceleración tangencial cuando alcanza la altura máxima
- ¿está el anillo inicialmente en un equilibrio estable?



(Prob. E.3)

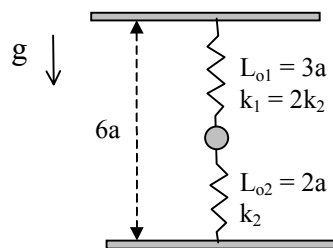


(Prob. E.4)

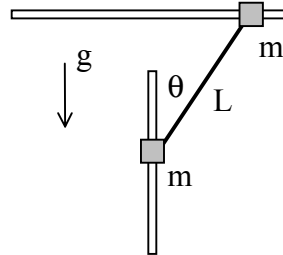
E.4.- El anillo de la figura puede deslizar sin roce por un aro vertical de radio b , unido a un resorte de constante elástica $k = mg/b$ y largo natural despreciable, que se encuentra fijo al punto O del aro. Si el roce entre el anillo y el aro es despreciable determine:

- posiciones de equilibrio y su naturaleza
- período de las pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio estable.

E.5.- Una partícula de masa m está sujeta por dos resortes diferentes de constantes elásticas k_1 y k_2 , y largo natural L_{o1} y L_{o2} , tal como se indica en la figura. Estudiar las posiciones de equilibrio y la estabilidad correspondiente. Encontrar el período de las pequeñas oscilaciones verticales y el de las pequeñas oscilaciones horizontales.



(Prob. E.5)



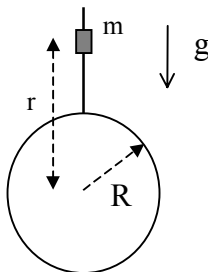
(Prob. E.6)

E.6.- Considere dos anillos de masa m cada uno, que deslizan sin roce a lo largo de una barra vertical y de otra barra horizontal, como se indica en la figura. Ambos están unidos por una cuerda ideal de largo L .

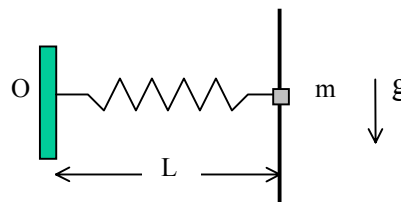
- demuestre que la suma de los trabajos de las fuerzas de tensión que la cuerda ejerce sobre ambos anillos es nula.
- usando el principio de conservación de energía, encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo θ de la figura.
- encuentre el ángulo θ de equilibrio y el período de pequeñas oscilaciones del sistema en torno del punto de equilibrio estable.

E.7.- En el experimento que se describe en la figura, un anillo de masa m desliza con roce despreciable a lo largo de una barra vertical. La esfera colocada en el extremo inferior de la barra, cuyo radio es R , se encuentra cargada electrostáticamente, de modo tal que ejerce una fuerza de repulsión $F=k/r^2$ sobre el anillo. Suponga que $k/R^2 > mg$

- determine la función de potencial asociada a la fuerza neta que actúa sobre el anillo, en función de su distancia al centro de la esfera, y gráfiquela en forma esquemática.
- determine los puntos de equilibrio para el movimiento vertical del anillo y el período de pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio estable.
- determine desde qué altura r_o sobre el centro de la esfera se debe liberar el anillo (desde el reposo) para que llegue con velocidad nula a la superficie de la esfera.



(Prob. E.7)



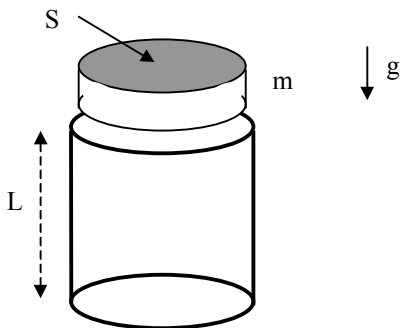
(Prob. E.8)

E.8.- Considere un anillo de masa m que desliza con roce despreciable a lo largo de una barra vertical. El anillo se encuentra atado a un resorte de largo natural despreciable, que está fijo en el punto O a una distancia L de la barra. El anillo se suelta desde el reposo, a una altura igual a la del punto O. Calcule:

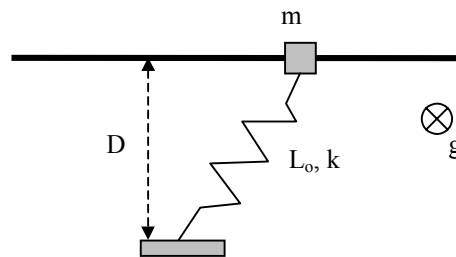
- rapidez máxima del anillo.
- puntos de equilibrio.
- período de las pequeñas oscilaciones alrededor de cada punto de equilibrio estable.

E.9.- Considere un cilindro de sección transversal S , colocado en posición vertical y con su extremo inferior cerrado. En un cierto instante se deja caer un bloque cilíndrico de masa m , sección transversal S y velocidad inicial nula desde una altura L desde el fondo del tubo. En esta posición inicial, la presión en el interior del tubo es igual a la presión atmosférica p_a exterior. En la medida que el bloque comprime el aire en el interior del tubo la presión (p) aumenta de modo tal que el producto entre ésta y el volumen (V) de aire comprimido se mantiene constante ($pV = \text{cte}$). Calcule:

- velocidad máxima que alcanza el bloque y a qué altura desde la base del tubo ocurre.
- encuentre una ecuación (no la resuelva) que le permitiría calcular la altura mínima del bloque sobre la base del tubo, correspondiente a la máxima compresión en su interior.
- calcule el periodo de las pequeñas oscilaciones del bloque alrededor del punto de equilibrio estable.



(Prob. E.9)

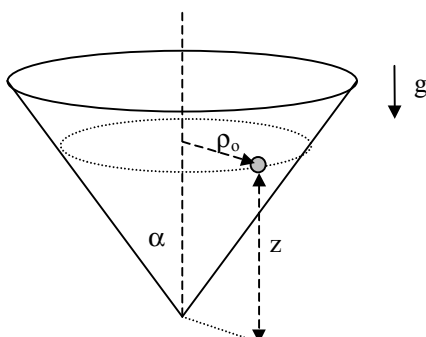


(Prob. E.10)

E.10 Considere un anillo de masa m que desliza con roce despreciable a lo largo de una barra colocada en posición horizontal. El anillo está atado a un resorte de largo natural L_0 y de constante elástica k , cuyo otro extremo está fijo a un punto localizado a una distancia D de la barra. Dependiendo de los valores relativos entre L_0 y D , determine la posición de los puntos de equilibrio y el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno a los puntos de equilibrio estable.

E.11.- Una partícula de masa m desliza con roce despreciable sobre la superficie interior de un cono invertido como se indica en la figura. La generatriz del cono forma un ángulo α con la dirección vertical.

- escriba las ecuaciones de movimiento de la partícula con respecto a un sistema fijo.
- determine la distancia radial ρ_0 en la cual la partícula se mantiene en un movimiento circular horizontal con rapidez v_0 .
- perturbe ligeramente el movimiento anterior en la dirección de la generatriz del cono y determine el periodo de las pequeñas oscilaciones que se generan, ya sea en la altura z sobre el vértice del cono o en la distancia ρ al eje del mismo.



(Prob. E.11)