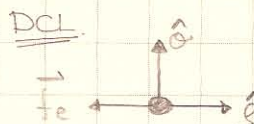
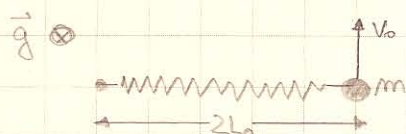


ACEITUNO

(a) PARA LA PARTÍCULA A:



$$\begin{aligned} (\hat{g}) \quad -k(s - L_0) &= m(\ddot{s} - s\dot{\theta}^2) \\ (\hat{\theta}) \quad 0 &= m(s\ddot{\theta} + 2\dot{s}\dot{\theta}) \end{aligned}$$

Sabemos que $s = 2L_0 = \text{cte} \Rightarrow \dot{s} = \ddot{s} = 0$

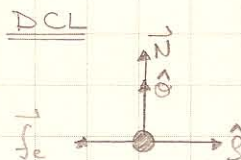
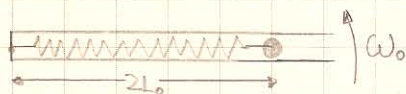
$$(1) \quad -kL_0 = -m2L_0\dot{\theta}^2$$

$$(2) \quad \frac{d}{dt}(s^2\dot{\theta}) = 0 \Rightarrow s^2\dot{\theta} = \text{cte}$$

$$\text{de (1)} \quad \dot{\theta} = \sqrt{\frac{k}{2m}} \Rightarrow v_0 = s\dot{\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 = L_0 \sqrt{\frac{k}{2m}}} \Rightarrow \boxed{s^2\dot{\theta} = (2L_0)^2 \sqrt{\frac{k}{2m}}} \quad (*)$$

PARA LA PARTÍCULA B:



$$\begin{aligned} (\hat{g}) \quad -k(s - L_0) &= m(\ddot{s} - s\dot{\theta}^2) \\ (\hat{\theta}) \quad N &= m(s\ddot{\theta} + 2\dot{s}\dot{\theta}) \end{aligned}$$

Sabemos que $s = 2L_0 \Rightarrow \dot{s} = \ddot{s} = 0$
 $\dot{\theta} = \omega_0 \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

$$(1) \quad -kL_0 = -m2L_0\omega_0^2$$

$$(2) \quad N = 2m2L_0\omega_0$$

$$\text{de (1)} \quad \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{2m}}}$$

(b) Calcularemos la energía para la partícula A:

en polares $\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta}$

$$K_A = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2)$$

$$U_A = \frac{1}{2} k (r - L_0)^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} k (r - L_0)^2$$

y de la ecuación (*)

$$\dot{\theta} = 4L_0^2 \sqrt{\frac{k}{2m}} \frac{1}{r^2}$$

Reemplazando $\dot{\theta}$ en E queda

$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \underbrace{\frac{1}{2} m r^2 \left(4L_0^2 \sqrt{\frac{k}{2m}} \frac{1}{r^2} \right)^2}_{U_{\text{eff}}} + \frac{1}{2} k (r - L_0)^2$$

$$U_{\text{eff}} = 4L_0^4 k \frac{1}{r^2} + \frac{1}{2} k (r - L_0)^2$$

Aquí podemos ocupar el método del potencial porque la Energía se conserva:

$$\Rightarrow \frac{dU_{\text{eff}}}{dr} = -8L_0^4 k \frac{1}{r^3} + k(r - L_0)$$

$$\frac{d^2 U_{\text{eff}}}{dr^2} = 24L_0^4 k \frac{1}{r^4} + k$$

$$\left. \frac{d^2 U_{\text{eff}}}{dr^2} \right|_{r=2L_0} = \frac{5}{2} k$$

$$\Rightarrow T_{\text{osc A}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{5k}}$$

(b)... PARA LA PARTÍCULA B, NO PODEMOS APLICAR CONCEPTOS DE ENERGÍA PORQUE NO SE CONSERVA.
POR LO TANTO TENDREMOS QUE OCUPAR LAS ECUACIONES DE MOV:

$$(1) -k(g-L_0) = m\ddot{g} - mg\dot{\theta}^2$$

SABEMOS QUE $\dot{\theta} = \omega_0$ REEMPLAZANDO EN LA EC.:

$$\ddot{g} + \frac{k}{m}g - g\omega_0^2 - \frac{k}{m}L_0 = 0$$

Y REEMPLAZANDO $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ EN ESTA ECUACIÓN:

$$\ddot{g} + \frac{k}{2m}g - \frac{k}{m}L_0 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_{\text{PEQ}} = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$$\Rightarrow T_{\text{PEQ}_B} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\text{PEQ}_A}}{T_{\text{PEQ}_B}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Vemos que el periodo de B es mayor en $\sqrt{5}$ veces que el de A.