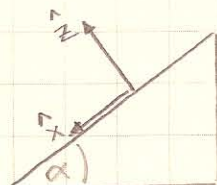


GABRIEL CUEVAS  
Aux. F121A

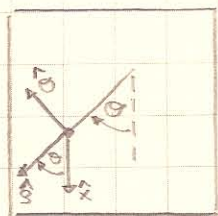
TENEMOS A UNA PARTÍCULA QUE SE MUEVE EN UNA CIRCUNFERENCIA DE RADIO  $L$ , DESCRITA SOBRE UN PLANO INCLINADO. PARA RESOLVER ESTE PROBLEMA, DONDRE-  
MOS UN SISTEMA DE COORDENADAS EN EL PLANO:

EN UNA VISTA LATERAL PODEMOS VER QUE:



$\hat{z}$  CORRESPONDE AL VECTOR  $\hat{z}$  DE LAS COORDENADAS CILÍNDRICAS.

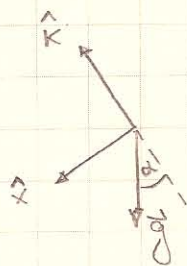
ASU VEZ  $\hat{x}$  CORRESPONDE A UNA COMPO-  
SICIÓN DE LOS VECTORES  $\hat{\theta}$  Y  $\hat{\phi}$  QUE  
ESTÁN SITUADOS EN EL PLANO.



PODEMOS VER QUE:

$$\hat{x} = \hat{\theta} \cos \theta - \hat{\phi} \sin \theta \quad (1)$$

TENIENDO NUESTRO SISTEMA EN EL PLANO, SÓLO NOS  
FALTA DESCRIBIR LA GRAVEDAD EN ÉSTE:



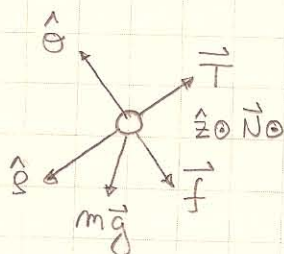
$$\vec{g} = g \sin \alpha \hat{x} - g \cos \alpha \hat{z}$$

REEMPLAZANDO  $\hat{x}$  DE (1)

$$\vec{g} = g \sin \alpha \cos \theta \hat{\theta} - g \sin \alpha \sin \theta \hat{\phi} - g \cos \alpha \hat{z}$$

AL DESCOMPONER  $\vec{g}$  EN LOS VECTORES DE NUESTRO PLANO,  
NOTAMOS QUE EL PESO TENDRÁ COMPONENTE EN TODAS  
LAS DIRECCIONES.

AHORA PASAMOS A HACER EL DCL:



Donde  $mg$  ESTÁ DIBUJADO SIN APUNTA A UNA DIRECCIÓN EN PARTICULAR.

$$\Rightarrow \begin{aligned} (\hat{z}) \quad & -T + mg \sin \alpha \cos \theta = m(\ddot{z} - g\dot{\theta}^2) \\ (\hat{\theta}) \quad & -f - mg \sin \alpha \sin \theta = m(g\ddot{\theta} + 2\dot{g}\dot{\theta}) \\ (\hat{z}) \quad & N - mg \cos \alpha = m\ddot{z} \end{aligned}$$

COMO SE TRATA DE UN MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL EN EL PLANO INCLINADO  $g=L \Rightarrow \dot{g}=\ddot{g}=0$  ADEMÁS NO HAY MOVIMIENTO SEGÚN LA COORDENADA  $z \Rightarrow \ddot{z}=0$ .

$$-T + mg \sin \alpha \cos \theta = -mL\dot{\theta}^2 \quad (2)$$

$$-f - mg \sin \alpha \sin \theta = mL\ddot{\theta} \quad (3)$$

$$N - mg \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

ADEMÁS:

$$f = \mu N, \text{ YA QUE SE TRATA DEL ROCE CINÉTICO.}$$

$$\Rightarrow N = mg \cos \alpha$$

EN (3)

$$-\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \sin \theta = mL\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} \frac{d\theta}{d\theta} = -\frac{\mu g \cos \alpha}{L} - \frac{g \sin \alpha \sin \theta}{L}$$

ADEMÁS, LA PARTÍCULA INICIALMENTE SALE TANGENCIALMENTE CON  $v_0 \Rightarrow \dot{\theta}_0 = v_0/L$

$$\Rightarrow \int_{v_0/L}^{\dot{\theta}} \ddot{\theta} d\dot{\theta} = -\frac{g}{L} \int_0^{\theta} (\mu \cos \alpha + \sin \alpha \sin \theta) d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{\theta}^2}{2} - \frac{v_0^2}{2L^2} = -\frac{g}{L} (\mu \cos \alpha \theta + \sin \alpha (1 - \cos \theta))$$



$$\Rightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{v_0^2}{L^2} - \frac{2g}{L} (L \cos \alpha \theta + \sin \alpha (1 - \cos \theta))$$

EN (2)

$$\Rightarrow T = mg \sin \alpha \cos \theta + \frac{mv_0^2}{L} - 2mg(L \cos \alpha \theta + \sin \alpha (1 - \cos \theta))$$

$$T = \frac{mv_0^2}{L} - 2mg(L \cos \alpha \theta + \sin \alpha (1 - \frac{3}{2} \cos \theta))$$

DEBEMOS IMPONER QUE  $T > 0$ , PARA TODO  $0 < \theta < \pi$  (YA QUE ENTRE ESOS ÁNGULOS SE DEBE MOVER LA PARTÍCULA).

$$\Rightarrow \frac{mv_0^2}{L} > 2mg(L \cos \alpha \theta + \sin \alpha (1 - \frac{3}{2} \cos \theta))$$

EL LADO DERECHO DE LA ECUACIÓN ALCANZA EL VALOR MÁXIMO PARA  $\theta = \pi$ , POR LO TANTO

$$\Rightarrow \frac{v_0^2}{L} > 2g(L \cos \alpha \pi + \frac{5}{2} \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow v_0^2 > 2gL(L \cos \alpha \pi + \frac{5}{2} \sin \alpha) \quad (*)$$

ESTA ES LA CONDICIÓN SOBRE  $v_0$  PARA QUE LA CUERDA ESTÉ SIEMPRE TENSA.

AHORA LA CONDICIÓN PARA QUE LLEGUE AL PUNTO B ES QUE  $\dot{\theta}(\pi) > 0$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2}{L^2} - \frac{2g}{L} (L \cos \alpha \pi + 2 \sin \alpha) > 0$$

$$\Rightarrow v_0^2 > 2gL(L \cos \alpha \pi + 2 \sin \alpha) \quad (**)$$

A SIMPLE VISTA, SE PUEDE APRECIAR QUE LA CONDICIÓN (\*) ES MAYOR QUE LA CONDICIÓN (\*\*), POR LO TANTO DE LAS 2 CONDICIONES ELEGIMOS LA QUE CORRESPONDE A  $T > 0$ , LO CUAL SIGNIFICA QUE SÓLO BASTABA IMPONER LA PRIMERA CONDICIÓN PARA OBTENER EL RESULTADO CORRECTO:

$$\Rightarrow v_0 > \sqrt{2gL \left( \mu \cos \alpha \pi + \frac{5}{2} \sin \alpha \right)}$$

AHORA IMPONEMOS LOS LÍMITES

$$\mu = 0, 0 < \alpha < \pi/2$$

$$v_0 > \sqrt{5gL \sin \alpha}$$

AHORA:

$$\alpha = 0, \mu > 0$$

$$\Rightarrow v_0 > \sqrt{2\pi \mu gL}$$

FINALMENTE:

$$\alpha = \pi/2, \mu > 0$$

$$\Rightarrow v_0 > \sqrt{5gL}$$

GABRIEL CUEVAS  
Aux. FIZIA