Clase Auxiliar Extra # 1 FI2A1-3

Prof. Patricio Aceituno
Aux. Gabriel Cuevas
Lunes, 7 de Abril de 2008

Dinámica.

Problema 1. (P3 C2 2004-2 R. Muñoz.)
Una partícula de masa m está en una superficie inclinada en un ángulo α, atada a una cuerda de largo L, cuyo otro extremo está fijo a un punto O.
Si el coeficiente de roce dinámico entre la superficie y la partícula es μ y ésta se lanza desde el punto A con velocidad inicial v_o, determine:

a. El valor mínimo de v_o tal que la cuerda se mantiene siempre tensa y la partícula alcanza a llegar al punto B.

b. Determine y analice cómo cambia su resultado para los casos en que:

- $\mu = 0$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
- $\alpha = 0$, $\mu > 0$
- $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\mu > 0$

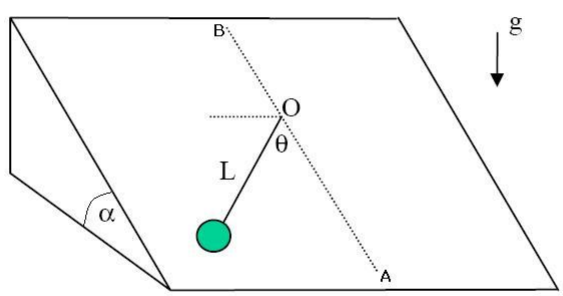

Figura 1: Problema 1

Problema 2. (P3 C2 2004-1)
La caída de un paracaidista puede ser modelada como el movimiento de dos partículas de masa m_1 (el paracaídas) y m_2 (la persona) que están unidas por una cuerda de largo L. Sobre el paracaídas y la persona se ejercen fuerzas viscosas del tipo $\vec{F} = -c\vec{v}$ ($\vec{v}$ es la velocidad), con coeficientes c_1 y c_2, respectivamente. Las condiciones son tales que $m_2 > m_1$ y $c_2 < c_1$. Suponga además que la cuerda está siempre tensa y el movimiento es vertical (no hay efecto del viento).

a. Determine la velocidad límite de la persona antes que se abra el paracaídas.

b. Luego de haber alcanzado la velocidad límite, la persona abre el paracaídas. A partir de ese instante ($t = 0$) determine la velocidad de caída en función del tiempo.

c. Calcule la tensión de la cuerda en función del tiempo, a partir del instante cuando se abre el paracaídas. Muestre ahora, que la cuerda está siempre tensa.

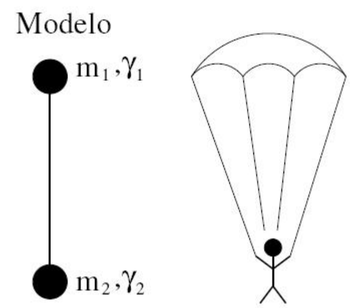

Figura 2: Problema 2

Problema 3. (B4 guía P. Aceituno)
Un anillo de de masa m_1 desliza con roce despreciable a lo largo de una barra horizontal, unido mediante una cuerda inextensible de largo L a una una partícula de masa m_2. En un cierto instante, cuando el sistema se encuentra en reposo, se le da una velocidad inicial v_o al anillo. Encuentre una expresión para la tensión de la cuerda en función del angulo θ (que forma la cuerda con la vertical) y de sus derivadas respecto al tiempo, como únicas variables.

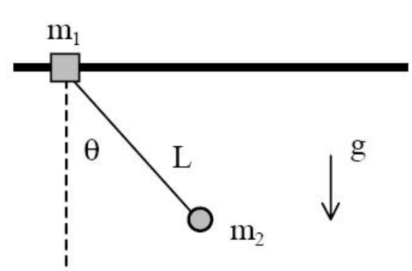

Figura 3: Problema 3

Problema 4. (P3 C1 2002-2 R. Soto y P. Aceituno.) Considere una partícula de masa m atada a una cuerda de largo L, cuyo otro extremo es forzado a moverse con velocidad constante v_o, en el fondo de un estanque lleno de un fluido. Este ejerce una fuerza viscosa F_r sobre la particula, con una magnitud proporcional a la velocidad de la misma ($F_r = -\gamma v$). El roce entre la partícula y el fondo del estanque es despreciable.

a. Encuentre la ecuación que describe la evolución del ángulo θ, que forma la cuerda con la dirección opuesta a v_o.

b. Asumiendo que θ es pequeño y que

$$\frac{m v_o}{\gamma L} = \frac{2}{9}$$

determine una expresión para el ángulo θ en función del tiempo, si en la condicion inicial ($t = 0$), $\theta = \theta_o$ y la derivada de θ con respecto al tiempo es nula.

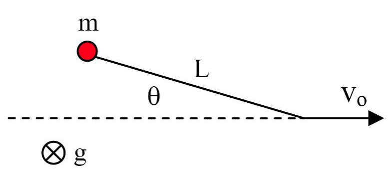

Figura 4: Problema 4

Problema 5. (P1 C1 2004-1 P. Aceituno.) Considere una partícula de masa m, colocada sobre una tabla, a una distancia ρ_o de su extremo izquierdo. En un cierto instante se levanta el extremo derecho, girando sobre el extremo izquierdo, como se indica en la figura. Considere las siguientes dos situaciones:

a. No existe roce entre la partícula y la tabla. En este caso, calcule una expresión para la velocidad angular (en funcion del angulo θ) con que se debe levantar la tabla, para que la partícula no deslice sobre ella. Determine además, la fuerza que la tabla ejerce sobre la partícula, también en función del ángulo θ.

b. El coeficiente de roce estático entre la particula y la tabla es $\mu_e = 0{,}5$. La tabla gira con una velocidad angular constante ω_o. En estas condiciones, indique los valores máximo y mínimo de la velocidad angular, que aseguren que la tabla se pueda levantar hasta un angulo $\pi/4$, sin que la partícula se mueva sobre ella.

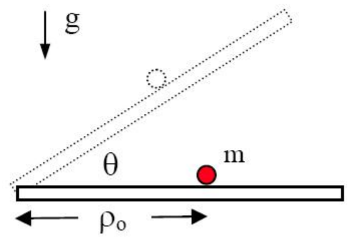

Figura 5: Problema 5

Problema 6. (P3 C1 2006-2 P. Cordero.) Hay un hilo enrollado alrededor de un cilindro de radio R. En la punta del hilo hay un cuerpo de masa m que se suelta con velocidad inicial $\vec{v_o}$ perpendicular al hilo, cuando $\theta(0) = 0$, lo que determina que el hilo se comience a enrollar. La distancia inicial entre el cuerpo y el punto B de tangencia del hilo con el cilindro es L_o (ver figura). El movimiento es sobre un plano horizontal que no ejerce roce.

a. Determine la ecuación de movimiento.

b. Obtenga la velocidad angular $\dot{\theta}$ en función de θ.

c. Suponiendo que el hilo se corta si la tensión sobrepasa el valor T_{max} conocido obtenga el valor de θ en el momento de corte.

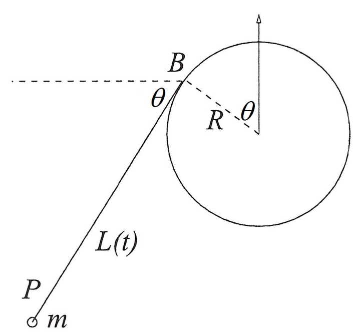

Figura 6: Problema 6

Problema 7. (P1 C1 2007-1 P. Aceituno.)
Una partícula de masa m se encuentra sobre la superficie interior de un tambor cilíndrico de eje horizontal y radio R, que gira con velocidad angular constante ω_o en torno a su eje.

a. ¿Qué valor debe tener el coeficiente de roce cinético μ_c, entre el tambor y el bloque si se observa que este último se mantiene detenido en el espacio formando un ángulo $\theta = \theta_o$ con la vertical?

b. ¿Qué condicion(es) debe(n) cumplir ω_o y el coeficiente de roce estático μ_e, para que el bloque pueda mantenerse sin deslizar ni despegarse de la superficie del tambor mientras que éste gira alrededor de su eje?

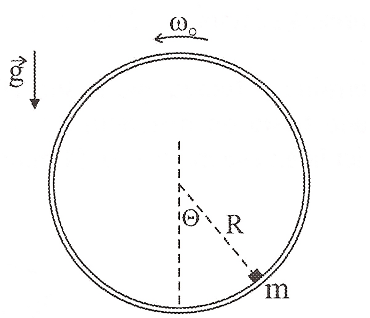

Figura 7: Problema 7

Problema 8. (Ej 6 2006-2 P. Cordero.)
Se tiene una superficie cónica, de eje vertical, que gira con velocidad angular constante ω en torno a su propio eje. El ángulo entre el eje y una generatriz es $\frac{\pi}{4}$. En la superficie interna está apoyado un cuerpo de masa m, a distancia ρ_o del eje, el cual, debido al roce con coeficiente μ_e no desliza a pesar de su peso.

a. Obtenga la velocidad angular $\omega = \omega_c$ necesaria para que la fuerza de roce estático sea exáctamente nula.

b. Suponga ahora que $\omega > \omega_c$ y obtenga el máximo valor que puede tener ω para que el cuerpo no deslice.

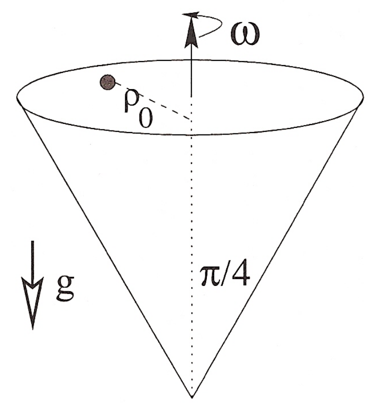

Figura 8: Problema 8