

Pauta Ejercicio 4

Mecanica FI2A1, Profesor Patricio Cordero

a)

Puesto que $\vec{r} = R\hat{\rho} + z\hat{z}$, las ecuaciones escalares de movimiento son:

$$\hat{\rho}) \quad N_{\rho} = mR\omega^2 \quad (1)$$

$$\hat{z}) \quad mg - k(z - d) - F_{roce} = m\ddot{z} \quad (2)$$

$$\hat{\phi}) \quad N_{\phi} = m(\rho\ddot{\phi} + 2\dot{\rho}\dot{\phi}) = 0 \quad (3)$$

(1 punto)

Para que P no caiga debe cumplirse que $mg = F_{roce}$ y como se trata de un roce estático, $mg \leq \mu_e mR\omega^2$. Luego la condición para que siempre deslice es:

$$\mu_e < \frac{g}{R\omega^2} \quad (1 \text{ punto})$$

b)

Ahora, suponiendo que se cumple esta condición, la ecuación en la dirección z es:

$$-\frac{k}{m}z + \frac{k}{m}d + g - \mu_d R\omega^2 = \ddot{z} \quad (4)$$

Luego, si hacemos el cambio de variables:

$$\xi = z - d - \frac{mg}{k} + \mu_d R\omega^2$$

La ecuación a resolver es:

$$\ddot{\xi} + \Omega^2 \xi = 0 \quad (5)$$

Donde hemos definido $\Omega^2 = \frac{k}{m}$. Esta EDO a coeficientes constante se resuelve suponiendo una solución de la forma $\xi(t) = e^{\lambda t}$. Si se reemplaza esto en la ecuación (5) se obtiene que $\lambda^2 = -\Omega^2$. Por lo tanto:

$$\xi(t) = A \sin(\Omega t) + B \cos(\Omega t) \quad (1 \text{ punto}) \quad (6)$$

Volviendo a la variable z:

$$z(t) - d = A \sin(\Omega t) + B \cos(\Omega t) + \frac{g}{\Omega^2} - \frac{\mu_d R\omega^2}{\Omega^2} \quad (7)$$

Y como en $t = 0$, $\dot{z} = 0$, necesariamente $A = 0$. De la condición de que la partícula parte con el resorte en su largo natural tenemos:

$$B = -\frac{g}{\Omega^2} + \frac{\mu_d R\omega^2}{\Omega^2} \quad (1 \text{ punto})$$

Y por lo tanto:

$$z(t) - d = \frac{g - \mu_d R\omega^2}{\Omega^2} (1 - \cos(\Omega t)) \quad (8)$$

Y de esta ecuación podemos ver que la primera vez que se detiene es cuando $\cos(\Omega t) = -1$. Por lo tanto:

$$z^* - d = 2 \frac{g - \mu_d R\omega^2}{\Omega^2} \quad (1 \text{ punto}) \quad (9)$$

c)

Reemplazando $\mu_d = \frac{1}{2}$ y $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$, se tiene:

$$z^* = d + \frac{mg}{k} \quad (1 \text{ punto})$$

Escrita por Jocelyn Dunstan E