Problema 1

a) después de alcanzar el equilibrio hay 0,2 moles de O_2 en el compartimiento izquierdo, 0,4 moles de He en el izquierdo y 0,4 moles de He en el derecho.

b) Método 1.

Antes del proceso el número de configuraciones es

$$\Omega_1=\Omega_1(He)\Omega_1(O_2)=(KV_1)^{NHe}/N_{He}!(KV_1)^{NO2}/N_{O2}! \text{ donde } N_{He}=0{,}8N_o \text{ y } N_{O2}=0{,}2N_o$$

Después del proceso:

$$\Omega_2=\Omega_2(He)\Omega_2(O_2)=(KV_2)^{NHe}/N_{He}!(KV_1)^{NO2}/N_{O2}!$$

donde se usó el hecho que el O_2 mantiene su volumen y el He no.

Luego $S_2\text{-}S_1 = k\ln W_2 - k\ln W_1 = k\ln(W_2/W_1)$

$=k \ \ln \ [(KV_2)^{NHe}/N_{He}!(KV_1)^{NO2}/N_{O2}! \ \times \ (KV_1)^{-NHe}N_{He}!(KV_1)^{-NO2}N_{O2}!]$

se cancelan los factoriales y queda

$=k\ln(V2/V1)^{NHe} \quad =kN_{He}\ln 2$ porque $V_2/V_1=2$

$=(1{,}38\times10^{-23}J/K)\times(0{,}8\times6{,}02\times10^{23})\times\ln(2)$

$=1{,}38\times0{,}8\times6{,}02\times0{,}69$ J/K $=4{,}61$ J/K

b) Método 2: El proceso es equivalente a la expansión libre de $N_{He}=0{,}8N_o$ moléculas de helio, problema visto en clases para el cual $S_2\text{-}S_1 = kN_{He}\ln 2=4{,}61$ J/K

Problema 2

i) Se resuelve por analogía a lo visto en cátedra. Las configuraciones espaciales son independientes de la energía, por lo que se puede poner $\Omega=\Omega(\text{espacial})\Omega(\text{energía})$

$$\Omega(\text{espacial})=(KV)^N/N!$$

Ω(energía) se determina observando que la energía E es la suma de N términos de la forma $E=\boldsymbol{p}^2/2m+I_1\omega_1^2+I_2\omega_2^2+I_3\omega_3^2$, es decir, es la suma de 6N términos cuadráticos. La hipersuperficie $E=cte$ tiene entonces un tamaño proporcional a $E^{(6N-1)/2}$ donde se desprecia 1 frente a 6N. Se acepta que Ω(energía) es proporcional al tamaño, luego

$\Omega(E)=cte\times E^{(6N)/2}$, de donde:

$\Omega=(KV)^N/N! \times cte\times E^{(6N)/2}$.

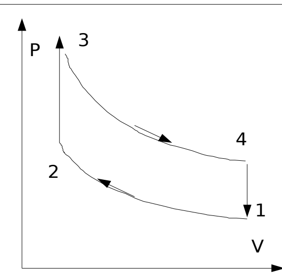
$S=k\ln\Omega=ctes+Nk\ln(V)+3Nk\ln(E)$, que en forma dimensionalmente correcta equivale a

$S\text{-}S_o=Nk\ln(V/V_o)+3Nk\ln(E/E_o)$

ii) Si los tres átomos fueran colineales, se anula uno de los momentos de inercia principales y la energía tiene cinco términos cuadráticos por molécula. Entonces, en la parte que depende de la energía, se debe reemplazar 6N por 5N, lo que lleva a

$S\text{-}S_o=Nk\ln(V/V_o)+(5/2)Nk\ln(E/E_o)$.

Problema 3

i) La figura muestra el ciclo, que se recoge en el sentido de las agujas del reloj. ii) $P_1=101300$ Pa (atmósfera estándar) V_1 se determina de $P_1V_1=RT_1$ $V_1=R\text{x}300K/P_1=0{,}0246\ m^3$ $V_2=0{,}2V_1=V_1/5$, por el enunciado, $=0{,}00492\ m^3$	

P_2 se determina de la condición $P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}$,
$P_2=(V_1/V_2)^{\gamma}P_1=(5)^{\gamma}P_1=5^{5/3}P_1=1\,481\,015$ Pa$= 1{,}48\times10^{23}$ Pa

Por enunciado $V_3=V_2=V_1/5=0{,}00492$ m^3
Por enunciado $P_3=2P_2=2\times5^{5/3}P_1= 2{,}96\times10^{23}$ Pa

Por enunciado $V_4=V_1=0{,}0246$ m^3
P_4 se obtiene de $P_3V_3^{\gamma}=P_4V_4^{\gamma}$, $P_4=(V_3/V_4)^{\gamma}P_3=(1/5)^{\gamma}P_3$
$=5^{-5/3}P_3=5^{-5/3}\times2\times5^{5/3}P_1=2P_1=202600$Pa $=2{,}026\times10^5$ Pa

iii) El trabajo en los procesos isocóricos 2->3 y 4->1 es cero. (1 punto)

iv)

En 1->2 $P(V)=P_1(V_1/V)^{\gamma}$ y $W(1\text{->}2)=-\int_{V1}^{V2}PdV=-\int_{V1}^{V2}P_1V_1^{\gamma}V^{-\gamma}dV=-P_1V_1^{\gamma}/(1-\gamma)V^{(1-\gamma)}|_{V1}^{V2}$
$=P_1V_1^{\gamma}/(\gamma-1)(V_2^{(1-\gamma)}-V_1^{(1-\gamma)})$
pero $V_2=V_1/5$, luego
$W(1\text{->}2)=P_1V_1^{\gamma}/(\gamma-1)(V_2^{(1-\gamma)}-V_1^{(1-\gamma)})$
$=P_1V_1^{\gamma}/(\gamma-1)(V_1^{(1-\gamma)}\times5^{\gamma-1}-V_1^{(1-\gamma)})$
$=P_1V_1/(\gamma-1)(5^{\gamma-1}-1)$ pero γ-1=5/3-1=2/3
$=(3P_1V_1/2)(5^{2/3}-1)$
$=1{,}5\times101300\times0.02462\times(2{,}92-1)$
=7199 J>0 entra energía al sistema 1 punto

En 3->4 W se calcula del mismo modo
$W(3\text{->}4)=P_3V_3^{\gamma}/(\gamma-1)(V_4^{1-\gamma}-V_3^{1-\gamma})$ con $V_3=V_1/5$ y $V_4=V_1$ $P_3=2\times5^{5/3}P_1$
$= 2\times5^{5/3}P_1(V_1/5)^{\gamma}/(\gamma-1)[V_1^{(1-\gamma)}-(V_1/5)^{1-\gamma}]$ γ-1=2/3
$=2\times(3/2)5^{5/3}P_1V_15^{-5/3}[1-(5)^{2/3}]$
$=-3P_1V_1(5^{2/3}-1)$
=-14938 J sale energía del sistema 1 punto

iv) El trabajo neto es la suma de todas las ramas
$=-3P_1V_1(5^{2/3}-1)+(3P_1V_1/2)(5^{2/3}-1)$
$=(3P_1V_1/2)(5^{2/3}-1)$=-7199 <0, sale energíoa del sistema
La variación de energía del sistema es cero, porque los estados inicial y final son los mismos. La variación de energía es por lo tanto diferente al trabajo.
1 punto