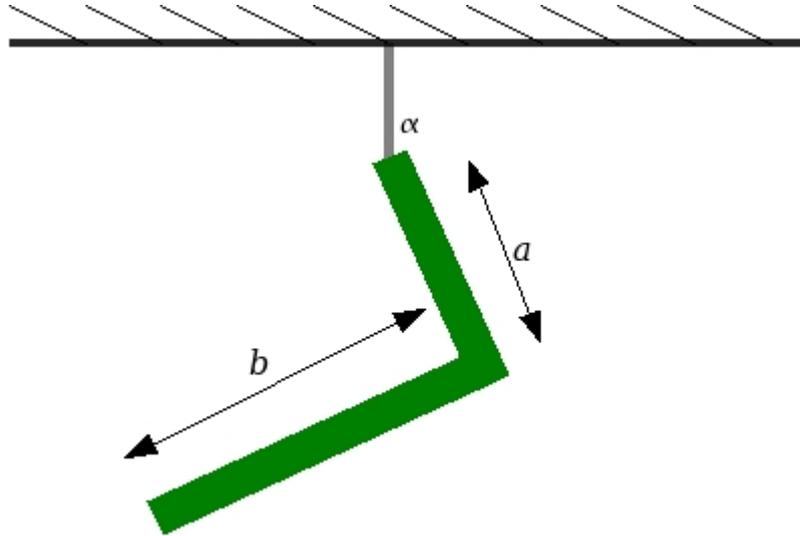


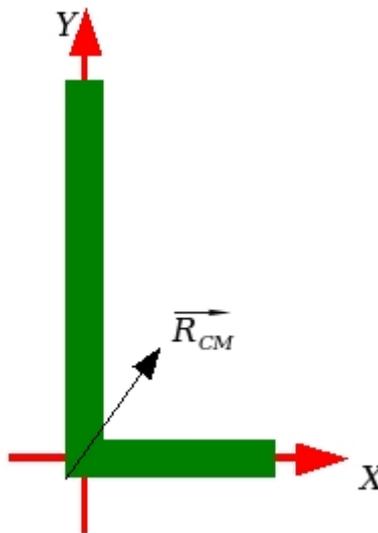
Ejercicio 4: Estática

César Casanova Morales

1. Considere una estructura formada por dos barras uniformes de largo a y b , unidas formando un ángulo recto. La estructura se cuelga de un hilo desde el cielo, como indica la figura. Determine el ángulo α de equilibrio estático.



Como siempre es conveniente calcular el centro de masa (aunque no era necesario), recuerde que el centro de masa \vec{R}_{CM} es un vector, por lo tanto tiene coordenadas en ambos ejes :



Por el eje Y :

$$Y_{CM} = \frac{\frac{b}{2} m_b + 0 \cdot m_a}{m_a + m_b}$$

Por el eje X :

$$X_{CM} = \frac{\frac{a}{2} m_a + 0 \cdot m_b}{m_a + m_b}$$

Ahora debemos calcular las masas, como indica el enunciado ambas barras son del mismo material, por lo tanto tienen la misma densidad lineal λ , luego :

$$\lambda = \frac{M}{(a+b)} \text{ entonces } m_a = a \cdot \lambda \text{ por su parte } m_b = b \cdot \lambda$$

Evaluando ...

$$Y_{CM} = \frac{b^2}{2(a+b)}$$

$$X_{CM} = \frac{a^2}{2(a+b)}$$

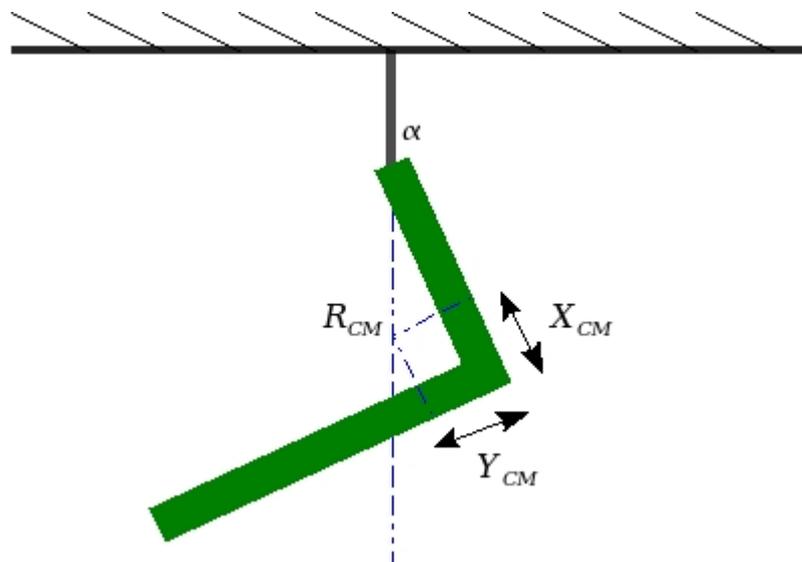
Las condiciones del equilibrio estático :

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \vec{T} + \vec{Mg} = 0$$

Para los torques se tendrá dependiendo del punto, según el punto de donde cuelga :

$$\sum \vec{\tau} = 0 \quad \vec{\tau}_{Mg} = \vec{r} \times \vec{Mg} = 0$$

Por lo tanto el Centro de masa se alinea con la vertical (brazo perpendicular a la línea de acción de la fuerza debe ser nulo) por la cual pasa la cuerda, de tal forma que :



Usando trigonometría y sus identidades, se obtiene el ángulo deseado :

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{Y_{CM}}{a - X_{CM}} = -\tan(\alpha)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{-b^2}{a^2 + 2ab}\right)$$