Control # 2

N. ZAMORANO

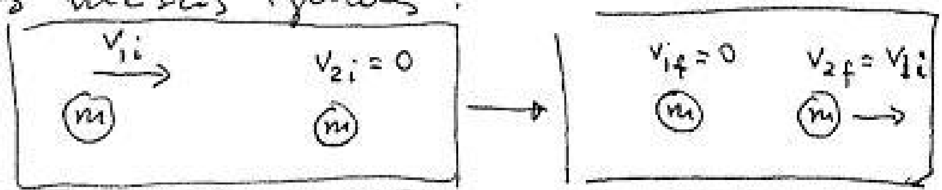
P1 a) Fórmulas del choque elástico.

$$v_{1f} = 2\,\frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2}\, v_{1i}$$

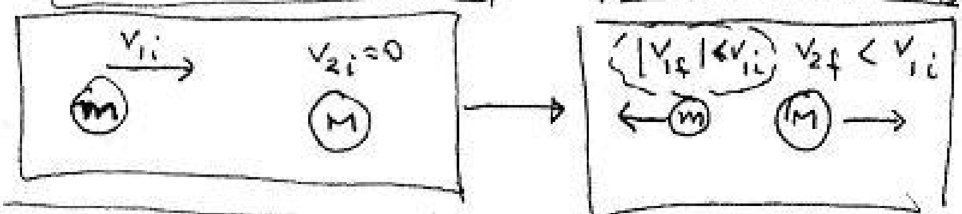
$$v_{2f} = 2\,\frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2}\, v_{2i}.$$

Nota: Estas fórmulas no eran pedidas. Las uso aquí para justificar rápidamente la dirección y sentido de las velocidades después del choque.

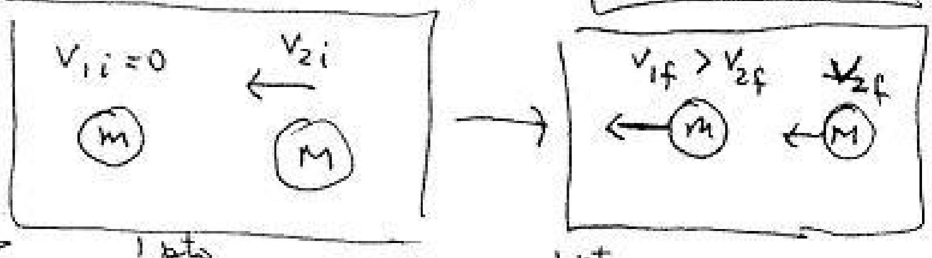
Caso 1: dos masas iguales:



Caso 2:

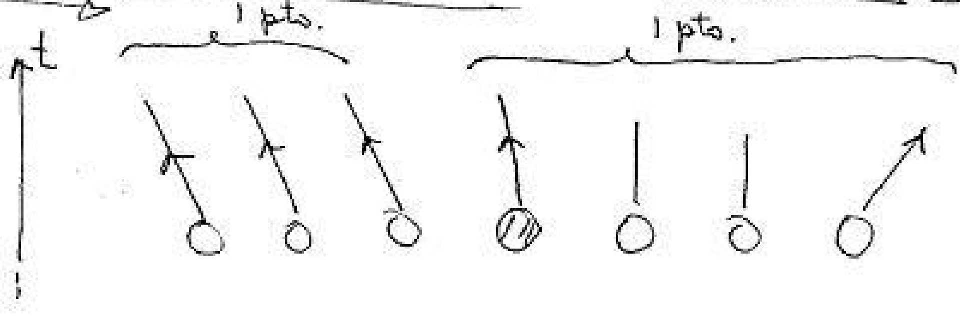


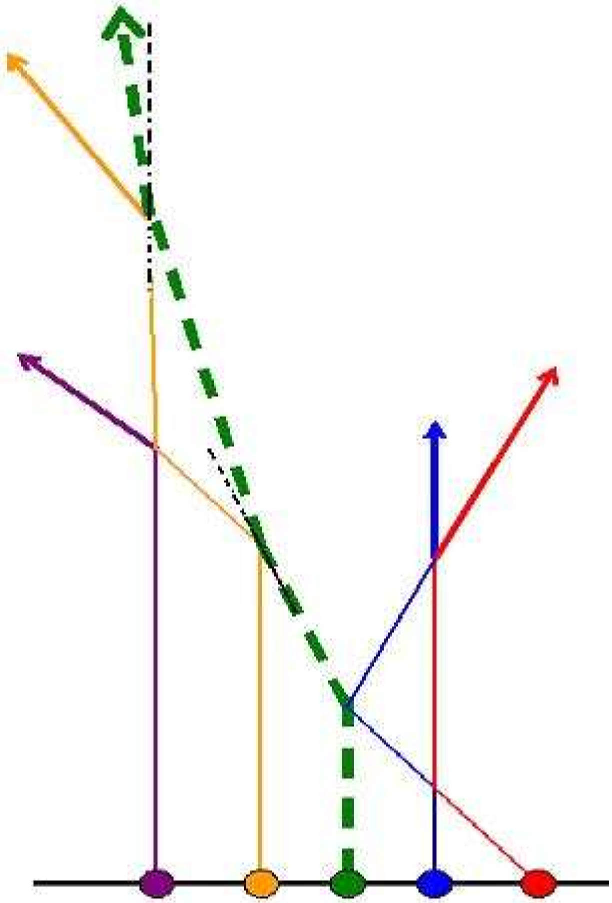
Caso 3:



Evaluación!

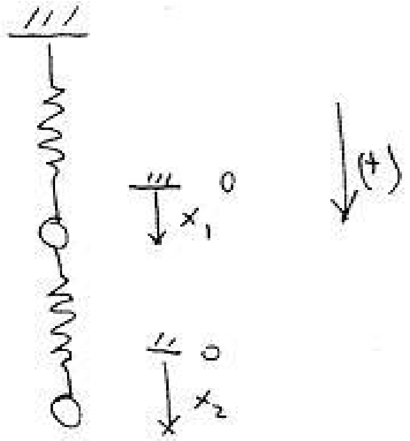
situación final



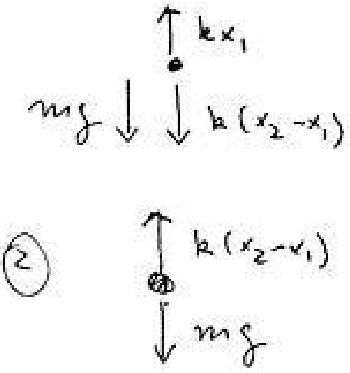


Esquema de los choques de cinco partículas. El tiempo es una línea vertical (no dibujada). La posición instantánea en cualquier instante es una línea horizontal.
La partícula del centro es la más masiva. La segunda -de derecha a izquierda-- queda en reposo después de dos choques consecutivos. La rapidez del resto de las partículas va disminuyendo con cada choque puesto que la energía se conserva y se gasta en poner en moviento a cad una de las masas en reposo

1 b)



① $-kx_1 + k(x_2 - x_1) + mg = 0$



② $-k(x_2 - x_1) + mg = 0$

① + ② $\quad -kx_1 + 2mg = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = \dfrac{2mg}{k}}$

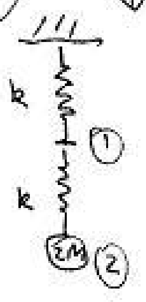
② $\Rightarrow \quad -kx_2 + kx_1 + mg = 0$

$-kx_2 + 2mg + mg = 0$

1 pto

$$\boxed{x_2 = \frac{3mg}{k}}$$

1 pto.



Repito el mismo procedimiento anterior

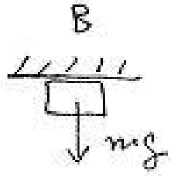
①' : $\quad -kx_1 + k(x_2 - x_1) = 0$

②' : $\quad -k(x_2 - x_1) + 2mg = 0$

①' + ②' : $\quad \boxed{x_1 = \dfrac{2mg}{k}}$, $\quad kx_2 = 2kx_1$

$$\boxed{x_2 = 4\frac{mg}{k}}$$

P1 c) Para que no caiga en B

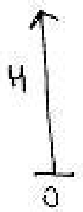


$$mg = m\omega^2 R \qquad (N=0)$$

$$m v_B^2 = mgR$$

(1 pto)

Conservación de la energía



$$mgH = \frac{1}{2} m v_B^2 + 2mgR$$

$$= \frac{1}{2} mgR + 2mgR$$

$$= \frac{5}{2} mgR$$

(1 pto)

$$\boxed{H = \frac{5}{2} R}$$

P3 a)

1) $E_0 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2}(M-m) v_0^2$

2) $0 = -m v_1 + (M-m) v_0$

(0.5 pts) 2) $\Rightarrow$ $v_1 = \frac{M-m}{m} v_0$

$$E_0 = \frac{1}{2} m \left(\frac{M-m}{m}\right)^2 v_0^2 + \frac{1}{2}(M-m) v_0^2$$

(1.0 pts)

$$\left(\frac{M-m}{m} + 1\right) v_0^2 = \frac{2E_0}{(M-m)}$$

$$\frac{M}{m} v_0^2 = \frac{2E_0}{M-m}$$

$$\lambda = \frac{M-m}{m}$$

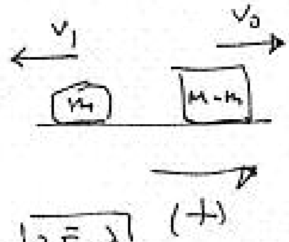
$$v_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{(M-m)} \cdot \frac{m}{M}} = \sqrt{\frac{2E_0}{M\lambda}}.$$

b) Debido al roce del piso, las dos masas perderán velocidad. Por esa razón hemos supuesto que el resorte se elongó muy poco.

0,5 ptos.

1 pto.

$$v_1 = \lambda v_0 = \sqrt{\frac{2E_0\lambda}{m}}.$$



$$P_{CM} = -\sqrt{2E_0\lambda m} + (M-m)\sqrt{\frac{2E_0\lambda}{m}}$$

$$= (M-2m)\sqrt{\frac{2E_0\lambda}{m}}$$

0 pts. se usa un el sistema propio

c) 1 pts.

masa m :

$$f_r = \mu m g$$

$$m a = -\mu m g$$

$$a = -\mu g$$

$$v = v_1 - \mu g t$$

masa (M-m)

$$a = -\mu g$$

$$v = v_0 - \mu g t$$

$$P_{CM} = -m(v_1 - \mu g t) + (M-m)(v_0 - \mu g t)$$

como $P_{CM}\Big|_{t=0} = 0$, $\;-m v_1 + (M-m)v_0 = 0$

$$P_{CM} = -\mu g t\,[m + (M-m)] = -\mu g t\,(M-2m)$$

pero $$M - 2m = \frac{(M-m)}{m}\,m - m$$

$$= (\lambda - 1)\,m$$

$$\lambda = \frac{M-m}{m} = \frac{M}{m} - 1$$

$$\frac{M}{m} = \lambda + 1$$

$$M - 2m = \frac{(\lambda-1)}{\lambda+1}\,M$$

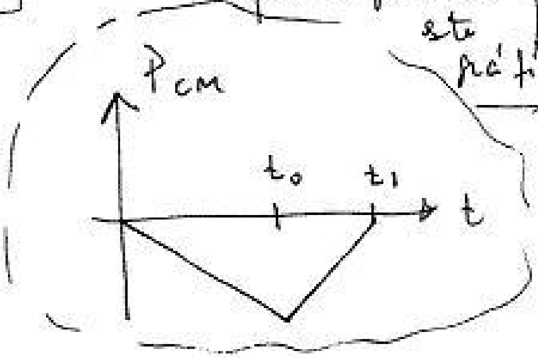
1 pto.) $\rightarrow$ $$P_{CM} = -\mu M g t \left(\frac{\lambda-1}{\lambda+1}\right) //$$

d) $$t_1 = \frac{v_1}{\mu g} = \lambda\,\frac{v_0}{\mu g} = \lambda\, t_0$$

$$t_0 = \frac{v_0}{\mu g}$$

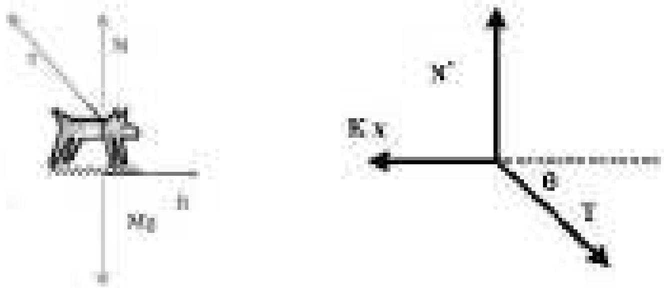
$$\lambda > 1 \Rightarrow t_1 > t_0$$

no se pedía este gráfico



Problema 2 resuelto por: Alejandra Montecinos.

(a) En la figura, se muestra el DCL del perro a la izquierda y el DCL del extremo del resorte, a la derecha.



(b) La ecuación de Newton para el perro es,

$$-\,T\cos\theta + f_r = M\,a \tag{1}$$

$$T\sin\theta + N - Mg = 0. \tag{2}$$

La ecuación de Newton para el extremo del resorte,

$$-\,kx + T\cos\theta = 0 \tag{3}$$

$$N^* - T\,\sin\theta = 0. \tag{4}$$

Despejando la normal de 2,

$$N = Mg - T\sin\theta, \tag{5}$$

con estos resultados la fuerza de roce es

$$f_r = \mu\,(M\,g - T\,\sin\theta). \tag{6}$$

En el momento en que el perro ya no puede avanzar más por la magnitud de las fuerzas que actúan sobre él, el resorte alcanza su elongación máxima. El perro no puede avanzar y está detenido, por lo que $a = 0$.

De la ecuación 3, tenemos que la tensión de la cuerda es,

$$T = \frac{kx}{\cos\theta}. \tag{7}$$

Reemplazando en 1 la fuerza de roce y la tensión, podemos despejar la elongación x del resorte,

$$x = \frac{\mu M g}{k(\mu\,\mathrm{tg}\,\theta + 1)}. \tag{8}$$