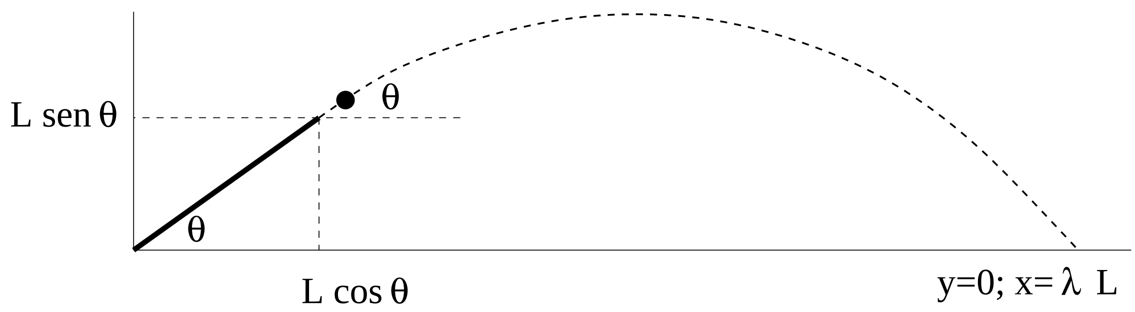
SOLUCION CONTROL No 1
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2002

Por: H. F. A. (mayo 9 de 2002)

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



• Considerar origen de coordenadas en P. La bala sale con rapidez $v_\circ$ desconocida y ángulo θ con respecto a la horizontal:

$$x = L\cos\theta + v_\circ \cos\theta t \qquad \rightarrow \qquad x = \cos\theta(L + v_\circ t) \tag{1}$$

$$y = L\sin\theta + v_\circ \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \rightarrow \qquad y = \sin\theta(L + v_\circ t) - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2}$$

• Bala llega al suelo ($y = 0$, $x = \lambda L$) en $t \rightarrow t^*$:

$$\lambda L = \cos\theta(L + v_\circ t^*) \tag{3}$$

$$0 = \sin\theta(L + v_\circ t^*) - \frac{1}{2}g{t^*}^2 \tag{4}$$

• Usar $(L + v_\circ t^*)$ de Ec. (3) en (4) y se obtiene:

$$\lambda L \tan\theta = \frac{1}{2}g{t^*}^2 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{t^* = \sqrt{\frac{2\lambda L\tan\theta}{g}}} \tag{5}$$

• Sustituir este valor de t^* en Ec. (3) para la rapidez y obtenemos:

$$v_\circ = \frac{1}{t^*}\left\{\frac{\lambda L}{cos\theta} - L\right\} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{v_\circ = \sqrt{\frac{gL}{2\lambda\tan\theta}}\left\{\frac{\lambda}{cos\theta} - 1\right\}} \tag{6}$$

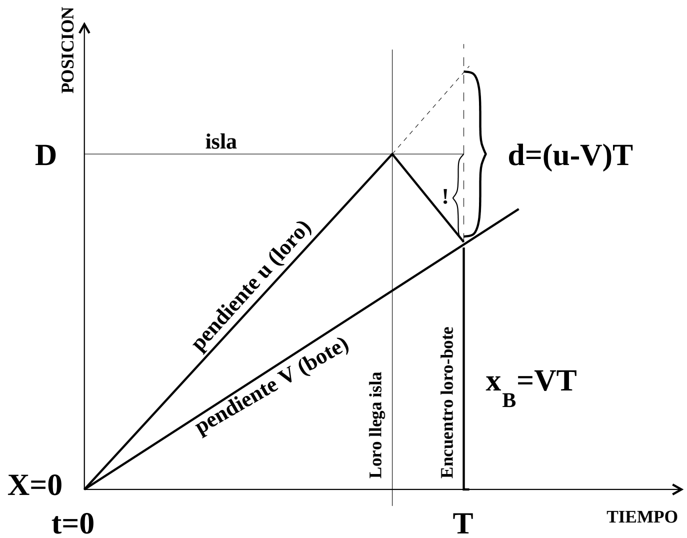
• Del resultado anterior, $\lambda \sim \cos\theta$ implica $v_\circ \sim 0$. Esto es esperable pues $\lambda \sim \cos\theta$ significa que la bala cae verticalmente desde la boca del cañón. Para que ello ocurra $v_\circ \sim 0$.

PUNTUACION: 1Pt ecuaciones correctas x(t) y(t) + 1Pt condición correcta llegada suelo + 2Pt obtención correcta de t^* + 1Pt obtención de $v_\circ$ + 1Pt examen caso límite aceptable.

PROBLEMA 2

• Este problema admite soluciones gráficas o analíticas. Soluciones analíticas existen muchas; el resultado debe ser el mismo que en la solucion gráfica. Cualquiera sea el caso la puntuación está definida en el recuadro de abajo.

• SOLUCION GRAFICA: el gráfico de abajo ilustra el movimiento del bote (pendiente V) y del loro (pentiente u de ida y $-u$ de regreso).



• Una manera simple de identificar la distancia isla-bote es extendiendo en forma recta la línea de ida del loro hasta $t = T$ (línea segmentada). En la figura se muestra el segmento de longitud $d = (u - V)T$, que corresponde al doble de la distancia isla-bote al momento del regreso. Por lo tando la distancia Δx entre el bote y la isla es

$$\boxed{\Delta x = \frac{1}{2}(u - V)T}$$

• Si $V \sim 0$ el resultado implica $\Delta x \sim uT/2$ (esperable). En efecto, si el bote está detenido el viaje de ida dura $T/2$. Si el loro viaja von velocidad u hacia la isla y el viaje (ida) dura $T/2$ entonces de distancia = velocidad×tempoi $\rightarrow$ $\Delta x = uT/2$.

• Si $V \sim u$ entonces el resultado obtenido implica $\Delta x = 0$. Esto es esperable pues si el loro vuela a igual rapidez que el bote entonces andan siempre juntos: $\Delta x = 0$ para toto t.

PAUTA DE NOTAS:

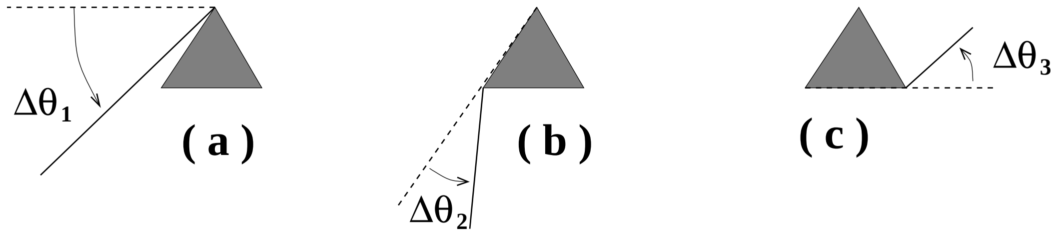
NF=2 para idea parcial con errores

NF=4 para idea correcta con errores

NF=6 para idea correcta sin errores

NF=7 para idea correcta sin errores y discusión aceptable en casos límites.

PROBLEMA 3



• Identificamos tres casos, todos de movimiento circunferencial uniforme pero de distintos radios. En cada caso la aceleración es sólo centrípeta de valor $\boldsymbol{v^2/R}$:

Caso a.- Desplazamiento total de $\boldsymbol{\Delta\theta_1 = \pi/3}$, radio $\boldsymbol{R_1 = 3b}$, velocidad angular $\boldsymbol{\omega_1 = v_\circ/R_1 = v_\circ/3b}$. El lapso y aceleración del 1er intervalo:

$$\texttt{Lapso:} \quad \boldsymbol{\Delta t_1 = \frac{\Delta\theta_1}{\omega_1} = \left(\frac{\pi b}{v_\circ}\right)} \ ; \qquad \texttt{aceleración:} \quad \boldsymbol{a_1 = \frac{v_\circ^2}{R_1} = \frac{1}{3}\left(\frac{v_\circ^2}{b}\right)}$$

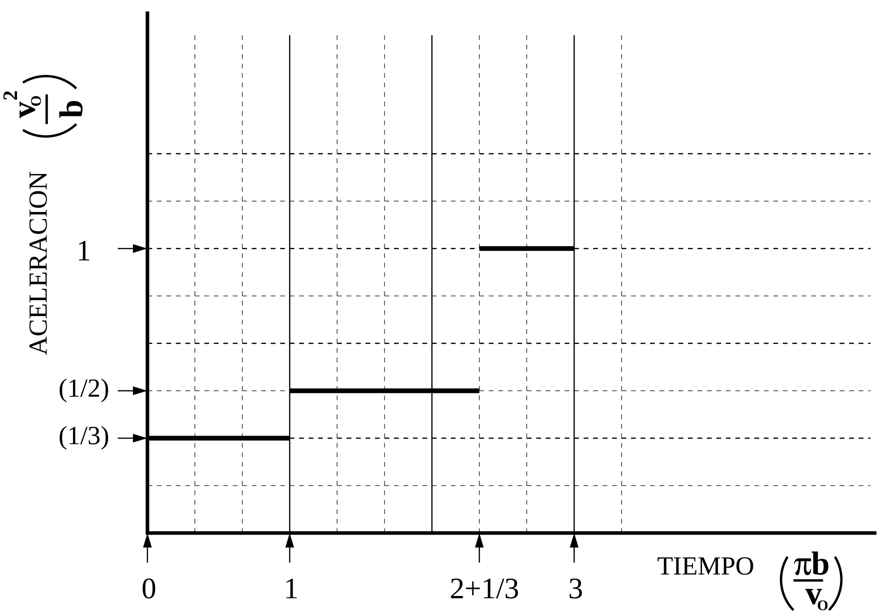
Caso b.- Desplazamiento total de $\boldsymbol{\Delta\theta_2 = 2\pi/3}$, radio $\boldsymbol{R_2 = 2b}$, velocidad angular $\boldsymbol{\omega_2 = v_\circ/R_2 = v_\circ/2b}$. El lapso y aceleración del 2do intervalo:

$$\texttt{Lapso:} \quad \boldsymbol{\Delta t_2 = \frac{\Delta\theta_2}{\omega_2} = \frac{(2\pi/3)}{(v_\circ/2b)} = \frac{4}{3}\left(\frac{\pi b}{v_\circ}\right)} \ ; \qquad \texttt{aceleración:} \quad \boldsymbol{a_2 = \frac{v_\circ^2}{R_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{v_\circ^2}{b}\right)}$$

Caso c.- Desplazamiento total de $\boldsymbol{\Delta\theta_3 = 2\pi/3}$, radio $\boldsymbol{R_3 = b}$, velocidad angular $\boldsymbol{\omega_3 = v_\circ/R_3 = v_\circ/b}$. El lapso y aceleración del 3er intervalo:

$$\texttt{Lapso:} \quad \boldsymbol{\Delta t_3 = \frac{\Delta\theta_3}{\omega_3} = \frac{(2\pi/3)}{(v_\circ/b)} = \frac{2}{3}\left(\frac{\pi b}{v_\circ}\right)} \qquad \texttt{aceleración:} \quad \boldsymbol{a_3 = \frac{v_\circ^2}{R_3} = \left(\frac{v_\circ^2}{b}\right)}$$

• La aceleración es constante por intervalos. El tiempo total de vuelo de la cigarra es: $\boldsymbol{(1 + 4/3 + 2/3)\pi b/v_\circ = 3(\pi b/v_\circ)}$. Todo lo anterior se resume en el siguiente gráfico:



PUNTUACION: 0.5 Pt determinación de cada lapso [1.5 Pt total] + 0.5 Pt determinación de cada aceleración [1.5 Pt total] + 1Pt gráfico cualitativo + 1 Pt rotulación correcta eje temporal + 1 Pt rotulación correcta eje aceleración