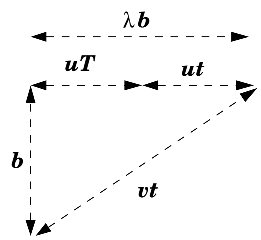
SOLUCION CONTROL No 1
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2003

Por: H. F. A. (mayo 15 de 2003)

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



• Sea t el lapso que tarda la liebre en llegar a la esquina Q. Entonces, de acuerdo al triángulo dibujado se tiene

$$(vt)^2 = b^2 + \lambda b^2 \quad \to \quad vt = b\sqrt{1+\lambda^2}$$

• Considerando el cateto superior...

$$uT + ut = \lambda b$$

• Combinando ambos resultados y despejando T...

$$\boxed{T = \frac{\lambda b}{u} - \frac{b}{v}\sqrt{1+\lambda^2}}$$

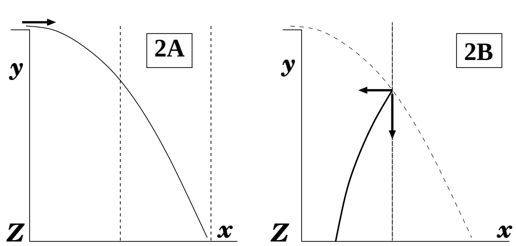
• Para que la liebre alcance la zanahoria se exige que $T \geq 0$. Entonces

$$\frac{\lambda b}{u} \geq \frac{vb}{v}\sqrt{1+\lambda^2} \quad \to \quad \lambda^2\left(\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v^2}\right) \geq \frac{1}{v^2}$$

con lo cual

$$\boxed{\lambda b \geq b\frac{u}{\sqrt{v^2-u^2}}}$$

PROBLEMA 2



• Para determinar velocidad u de la moneda en el plano antes de saltar e imponer que llega a Z results útil estudiar el problema equivalente mostrado en la figura (2A). Tomar origen en Z para movimiento parabólico e imponer que cuando $y = 0$ se cumple $x = 2a$:

$$y = b - \frac{1}{2}gt^2 \quad \to \quad 0 = b - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2b}{g}}$$

$$x = ut \quad \rightarrow \quad 2a = u\sqrt{\frac{2b}{g}} \quad \Rightarrow \quad u = a\sqrt{\frac{2g}{b}}$$

• Hemos encontrado la velocidad de salto de la moneda. Determinamos lugar de impacto y velocidad al llegar a la pared ($x = a$). Tiempo t_p en llegar a la pared:

$$x = ut \quad \rightarrow \quad a = ut_p \quad \Rightarrow \quad t_p = \frac{a}{u}$$

• Coordenada y en ese instante t_p:

$$y = b - \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad y_p = b - \frac{1}{2}gt_p^2 = b - \frac{ga^2}{2u^2} = b - \frac{ga^2}{2(2a^2g/b)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{y_p = \frac{3}{4}b}$$

• Velocidades en t_p:

$$\boxed{v_x - u}; \qquad v_y = -gt_p \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_y = -\frac{bg}{u}}$$

• Analizamos la caída en el segundo trecho con la posición y velocidad inicial encontradas. El cronómetro se ajusta $t \rightarrow 0$ en el instante del rebote. Determinamos el instante t_s de llegada al suelo:

$$y = \frac{3b}{4} - \frac{bg}{u}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad 0 = \frac{3b}{4} - \frac{bg}{u}t_s - \frac{1}{2}gt_s^2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}gt_s^2 + \frac{bg}{u}t_s - \frac{3b}{4} = 0$$

Resolvemos:

$$t_s = \frac{-\frac{bg}{u} \pm \sqrt{(\frac{bg}{u})^2 + 4\frac{1}{2}g\frac{3b}{4}}}{g}$$

Sustituyendo resultado $u = a\sqrt{2g/b}$, considerando la solución positiva (llegada despues de t=0) y simplificando...

$$t_s = \sqrt{\frac{2b}{g}} - \sqrt{\frac{b}{2g}}$$

• Para la coordenada x en t_s, partiendo de $x = a$ hacia Z con rapidez ru:

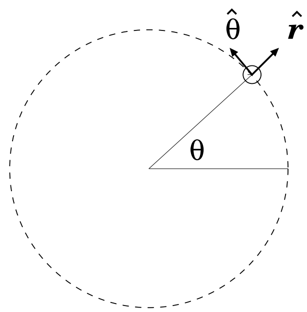
$$x = a - rut \quad \rightarrow \quad e = a - rut_s \quad \rightarrow \quad e = a - ra\sqrt{\frac{2g}{b}}\left(\sqrt{\frac{2b}{g}} - \sqrt{\frac{b}{2g}}\right)$$

Por lo tanto

$$\boxed{e = a(1 - r)}$$

• Si $r \sim 1$ entonces $e \sim 0$, lo que indica que si el rebote es elástico, la moneda cae justo en Z, como era de esperar!

PROBLEMA 3



• Escribamos la ecuación de Newton para un movimiento circunferencial representando la aceleración en coordenadas polares ($\boldsymbol{r}$,$\boldsymbol{\theta}$):

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \rightarrow \quad \vec{F} = m\left(-\omega^2 R\hat{r} + \alpha R\hat{\theta}\right).$$

• La componente radial (la que apunta según $\hat{\boldsymbol{r}}$) es dato (Gt^2), con lo cual:

$$Gt^2 = m\omega^2 R \quad \rightarrow \quad \omega = \left[\sqrt{\frac{G}{mR}}\right] t$$

• Esto indica que la velocidad angular aumenta linealmente con t: aceleración angular constante. Ciertamente

$$\alpha = \sqrt{\frac{G}{mR}}$$

• Con este resultado podemos calcular el tiempo $t_\circ$ en la primera vuelta. Consideranto velocidad angular inicial nula:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \rightarrow \quad 2\pi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{G}{mR}}t_\circ^2$$

con lo cual

$$t_\circ = \sqrt{4\pi\sqrt{\frac{mR}{G}}}$$