

Primera Ley de Newton

“Cada cuerpo persiste en su estado de movimiento uniforme o reposo, a menos que una fuerza sobre el lo conmine a cambiar su estado de movimiento”

Si $F=0$, entonces $v=\text{constante}$!

Válida en “sistemas de referencia inerciales,” estacionarios o con movimiento uniforme con respecto al “espacio.”

Segunda ley de Newton

- La fuerza neta aplicada sobre un cuerpo es igual a la tasa de variación del momentum lineal en el tiempo:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = m\vec{a}$$

$$\Sigma \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{neto}} = m\vec{a}$$

a es la aceleración neta del cuerpo, que típicamente es **lineal** o **centrípeta**

Tercera ley de Newton

Si un cuerpo A ejerce una fuerza sobre otro cuerpo B, entonces el cuerpo B ejercerá una fuerza de igual magnitud y dirección pero en sentido inverso sobre el cuerpo A.

- Ambas fuerzas actúan sobre la misma línea de acción.
- Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre distintos cuerpos! Nunca deben sumarse.
- Las fuerzas internas de un cuerpo son siempre pares acción/reacción, luego no afectan el movimiento del cuerpo completo.

Fuerzas Mecánicas

- Peso:** debido a la atracción gravitacional de la tierra sobre cualquier objeto cercano.
- Reacción:** un sólido no puede traspasar a otro, al menos mientras podamos considerarlos indeformables. Típicamente conviene separarla en una componente normal a la superficie (Fuerza **Normal**) y otra paralela (Fuerza de **Roce** Estático o Cinético).
- En fluídos (agua, aire), existe una fuerza de **roce viscoso**.

Fuerza de Gavedad

- Gravitación: cerca la superficie terrestre, la tierra ejerce una fuerza sobre cualquier masa de la forma

$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$

- A esta fuerza la llamamos Peso.
- La fuerza de gravitación sobre la superficie terrestre define la vertical de un lugar (g). Esta fuerza siempre está presente.

Fuerza Normal y Peso

- Normal:** Es una fuerza de contacto entre cuerpos sólidos. Es perpendicular a la superficie de contacto (o a la tangente en el caso de una superficie curva).
- Sensación de Peso (**peso aparente**): es la fuerza que mide una balanza de resorte (de feria) bajo un cuerpo. La balanza ejerce una fuerza normal sobre el cuerpo que este “siente” como su propio peso.

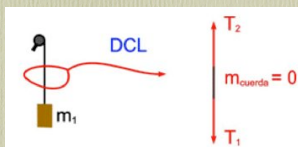
Elementos Mecánicos:

- **Cuerda ideal:** transmiten tensión (fuerza) sólo a lo largo de la cuerda (tangente).
- **Polea ideal:** cambian dirección de cuerdas sin cambiar la tensión.
- **Rueda ideal:** gira infinitamente, se usa para indicar que no hay roce.

Tensión de una Cuerda

- Una cuerda ideal es inextensible, no tiene masa, y es completamente flexible.
- Dicha cuerda sólo transmite fuerzas a lo largo de la dirección de la cuerda (recta tangente en cualquier punto) y se denomina tensión.
- En problemas mecánicos se supone siempre que la cuerda está “tensa,” luego la velocidad y aceleración a ambos lados de un segmento de cuerda deben ser iguales.

Tensión de una Cuerda



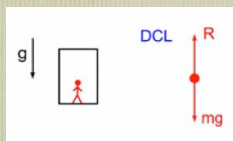
- $T_2 - T_1 = m_{\text{cuerda}} a$
- Luego $T_1 = T_2$ si $m_{\text{cuerda}} = 0$

Diagrama de Cuerpo Libre

- Aislar cada uno de los cuerpos.
- Dibujar todas las fuerzas actuando sobre cada cuerpo, incluir fuerzas de reacción o normal.
- Aplicar segunda ley de Newton sobre cada cuerpo por separado.
- Imponer condiciones del problema:
 - cuerpos en reposo; con igual aceleración?
 - aceleración lineal o centrípeta?
 - normal o tensión se anula?

Ascensor:

1. Ascensor en reposo o con $v = \text{cte}$:

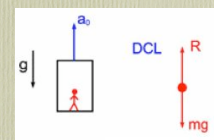


$$\hat{y} : R - mg = 0 \Rightarrow R = mg$$

R = peso aparente = peso real
La sensación de peso (peso aparente) es la fuerza que el piso ejerce sobre nuestros pies.

Ascensor:

2. Ascensor sube con $a_0 = \text{cte}$:

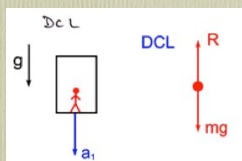


$$\hat{y} : R - mg = ma_0 \Rightarrow R = m(g + a_0)$$

Peso aparente > peso real

Ascensor:

3. Ascensor baja con $a = \text{cte}$:

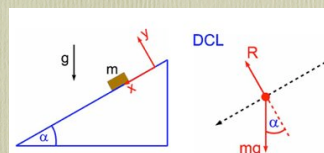


$$\hat{y} : R - mg = -ma_1 \Rightarrow R = m(g - a_1)$$

Peso aparente < peso real

Plano Inclinado:

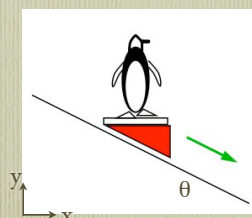
Cuál es la aceleración?
Cuál es la reacción del piso? (normal)



$$mg \sin \alpha = ma_x \Rightarrow a_x = g \sin \alpha$$

$$\text{normal } R = mg \cos \alpha$$

El Pinguino de la figura reposa sobre una balanza que cae por un plano inclinado sin roce, ¿qué peso registra la balanza?



$$a = g \sin \theta$$

paralelo al plano hacia abajo,

$$\vec{a} = g \sin \theta \cos \theta \hat{x} - g \sin^2 \theta \hat{y}$$

con (x,y) horizontal y vertical

El peso aparente es la normal que ejerce la balanza sobre los pies del pinguino

$$\hat{y} : N - mg = -mg \sin^2 \theta$$

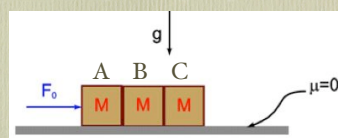
$$N = mg(1 - \sin^2 \theta) = mg \cos^2 \theta$$

Si $\theta=0$, $N=mg$; si $\theta=\pi/2$, $N=0$

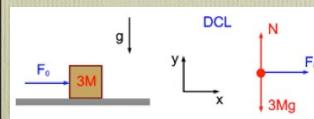
cos θ por
Inclinación

cos θ por
Aceleración

Bloques pegados:



Los tres bloques se mueven con la misma aceleración.



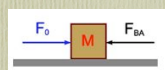
$$\hat{x} : F_0 = 3Ma$$

$$\hat{y} : N - 3Mg = 0$$

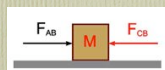
$$a = \frac{F_0}{3M}$$

Bloques pegados:

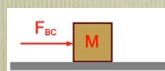
Los tres bloques se mueven con la misma aceleración: $a = \frac{F_0}{3M}$



$$F_0 - F_{BA} = Ma \Rightarrow F_{BA} = \frac{2F_0}{3}$$

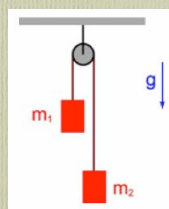


$$F_{AB} - F_{CB} = Ma \Rightarrow F_{CB} = \frac{F_0}{3}$$



$$F_{BC} = Ma \Rightarrow F_{BC} = \frac{F_0}{3}$$

Máquina de Atwood



Polea ideal: sin masa, sin roce sobre su eje.

$$T_1 = T_2 = T$$

$$a_1 = a_2 = a$$

Una polea ideal no tiene masa y gira libremente (no tiene fricción sobre su eje).

Una polea ideal sólo cambia la dirección de la tensión de una cuerda, sin modificar su módulo.

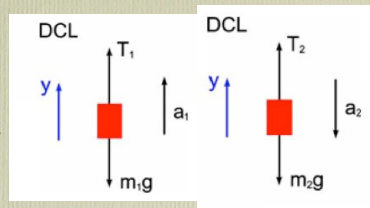
Máquina de Atwood

$$T - m_1g = m_1a$$

$$T - m_2g = -m_2a$$

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g$$

$$T = \left(\frac{2m_2m_1}{m_2 + m_1} \right) g$$



Si $m_1 = m_2 = m$,
entonces $a = 0$, $T = 2mg$

Poleas:

Caso estático: no hay aceleración

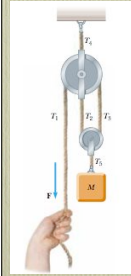
$$\text{mano: } F = T_1$$

$$\text{polea grande: } T_4 = T_1 + T_2 + T_3 = 3T_1$$

$$\text{polea chica: } T_5 = T_2 + T_3 = 2T_1$$

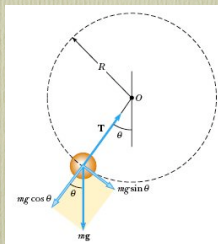
$$M: T_5 = Mg$$

$$\Rightarrow F = \frac{1}{2}Mg$$



Si la mano baja una distancia L, la masa M sube L/2

Movimiento Circular: rueda vertical



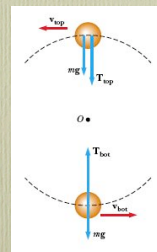
A lo largo de un radio r:

$$\Sigma \vec{F} \cdot \hat{r} = -m \frac{v^2}{r} = -m\omega^2 r$$

$$mg \cos \theta - T = -m \frac{v^2}{R}$$

$$T = m \left(\frac{v^2}{R} + g \cos \theta \right)$$

Movimiento circular: rueda vertical

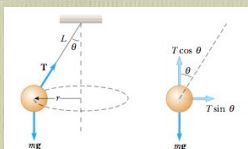


$$\text{arriba: } T_{\text{arriba}} = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right)$$

$$T_{\text{arriba}} = 0 \quad \text{si} \quad \frac{v^2}{R} = g$$

$$\text{abajo: } T_{\text{abajo}} = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right)$$

Ejemplo: Péndulo Cónico



Movimiento circular uniforme horizontal de radio r

$$r = L \sin \theta$$

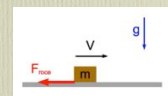
$$T \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$

$$T \cos \theta = mg$$

Fuerza de Roce Dinámica

- Siempre se opone al movimiento (velocidad).
- Experimentalmente se encuentra que la fuerza de roce cinética es proporcional a la fuerza normal:

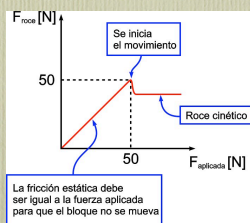
$$|\vec{F}_{roce}| \text{ (cinético)} \equiv \mu_k |\vec{N}|$$



- El coeficiente de roce cinético es independiente de la velocidad relativa entre los cuerpos.
- La Fuerza de roce es independiente del tamaño de las superficies en contacto.

Fuerza de Roce Estática

Si se aplica gradualmente una fuerza paralela a la superficie de contacto entre dos cuerpos, se observa que el bloque permanece inmóvil hasta llegar a una fuerza aplicada límite.

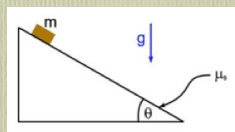


$$|\vec{F}_{roce}| \text{ (estático)} \leq \mu_s |\vec{N}|$$

La fuerza requerida para mover un cuerpo en reposo es mayor que la fuerza necesaria para moverlo con velocidad constante:

$$\mu_s \geq \mu_k$$

Fuerza de Roce Estática



Si m no resbala:

$$\hat{x} : mg \sin \theta - f_\mu = 0$$

$$\hat{y} : N - mg \cos \theta = 0$$

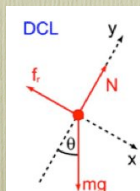
$$f_\mu = mg \sin \theta$$

$$N = mg \cos \theta$$

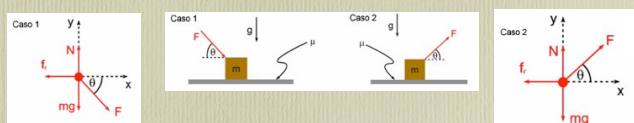
Luego $f_\mu = N \tan \theta$

Caso límite θ_c cuando comienza a resbalar:

$$f_\mu = \mu_e N \Rightarrow \mu_e = \tan \theta_c$$



Ejemplo 1:

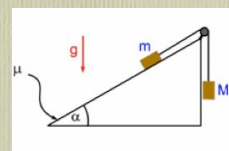


Caso 1: $f_\mu = \mu N = \mu(mg + F \sin \theta)$

Caso 2: $f_\mu = \mu N = \mu(mg - F \sin \theta)$

En el caso 2 la fuerza de roce es menor, luego es necesario ejercer una fuerza menor para mover el bloque

Ejemplo 2:

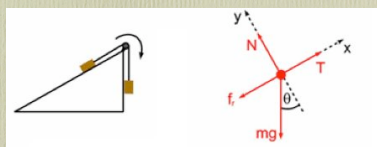


$a = ?$

$m_{\min}$ y $m_{\max}$ para que el sistema esté en reposo

Ejemplo 2:

(1) Supongamos que la polea gira hacia la derecha:

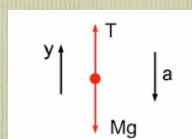


$$\hat{x} : T - f_\mu - mg \sin \theta = ma$$

$$\hat{y} : N - mg \cos \theta = 0$$

$$T - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma$$

Ejemplo 2:



$$T = M(g - a)$$

$$a = \frac{Mg - mg(\sin \theta + \mu \cos \theta)}{m + M}$$

$$a = 0 \Rightarrow m_{\min} = \frac{M}{\sin \theta + \mu \cos \theta}$$

$m_{\min}$ es la masa mínima necesaria para que el sistema esté en reposo.

Ejemplo 2:

(2) Supongamos ahora que la polea gira hacia la izquierda

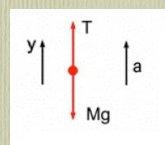


$$\hat{x} : T + f_r - mg \sin \theta = -ma$$

$$\hat{y} : N - mg \cos \theta = 0$$

$$T + \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = -ma$$

Ejemplo 2:



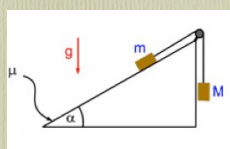
$$T = M(g + a)$$

$$a = \frac{-Mg + mg(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{m + M}$$

$$a = 0 \Rightarrow m_{\max} = \frac{M}{\sin \theta - \mu \cos \theta}$$

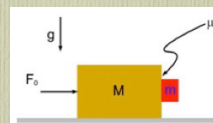
$m_{\max}$ es la masa máxima necesaria para que el sistema esté en reposo.

Ejemplo 2:



- Si $m < m_{\min}$ el sistema gira hacia la derecha
- Si $m_{\min} < m < m_{\max}$ el sistema está estático
- Si $m > m_{\max}$ el sistema gira hacia la izquierda

Ejemplo 3:



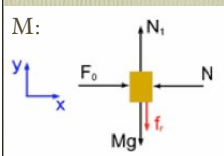
Fuerza de roce estático:

$$f_r \leq \mu_e N$$

Caso crítico, encontrar F_0 mínima tal que m no resbale:

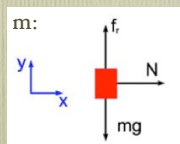
$$f_r = \mu_e N$$

Ejemplo 3:



$$F_0 - N = Ma$$

$$N_1 = Mg + f_r$$



$$N = ma$$

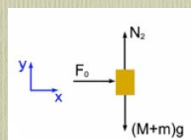
$$f_r = mg$$

$$\text{roce: } f_r = \mu_e N$$

$$F_0 = \frac{m + M}{\mu_e} g$$

N, f_r son pares acción-reacción entre los bloques m y M .

Ejemplo 3:



La aceleración es la misma para ambos cuerpos, luego podemos hacer un DCL y aplicar la 2^{da} ley de Newton al sistema $m+M$

$$F_0 = (m + M)a$$

$$N_2 = (m + M)g$$

En este caso particular, estas ecuaciones son redundantes.

Problema muy similar:



Hay un coeficiente de roce estático entre la pared interior del cilindro y la persona. Con que velocidad angular debe girar el cilindro para que la persona no caiga?

Fuerza elástica de un resorte (Ley de Hooke)

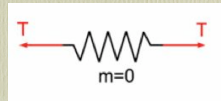
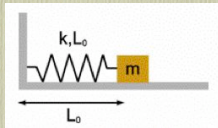
- Un resorte “ideal” no tiene masa apreciable, tiene un largo natural l_0 , y ejerce una fuerza de restitución en la “dirección” de su largo natural y proporcional al desplazamiento desde el largo natural.

- Ley de Hooke:

$$\vec{F}_{elastica} = -k\Delta\vec{x} = -k(\vec{x} - \vec{x}_0)$$

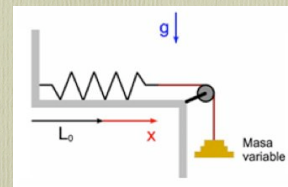
- k es la constante del resorte, unidades N/m
- x_0 es la posición del resorte en su largo natural l_0

Fuerza elástica de un resorte (Ley de Hooke)



- Resorte debe estar amarrado a masa m para que 2^{da} ley de Newton no sea trivial ($m_{resorte}=0$)
- Al comprimirlo tiende a estirarse, al estirarlo tiende a comprimirse, el resorte siempre tiende a su largo natural l_0

Fuerza elástica de un resorte (Ley de Hooke)

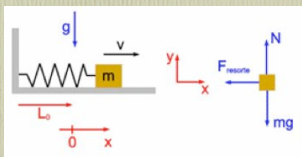


Problemas estáticos:

¿Qué fuerza ejerce el resorte?

¿Cuánto se debe estirar o comprimir el resorte?

Fuerza elástica de un resorte (Ley de Hooke)



$$F_{resorte} = -kx$$

Ecuación de Movimiento en x : $-kx = ma$

aceleración no es constante:

$a < 0$ si $x > 0$

$a > 0$ si $x < 0$

Fuerza de Roce Viscosa

- En medios continuos (gases o líquidos) la fuerza de roce a depende de la rapidez con que el objeto se mueve c/r al fluido.

a. En un líquido con “flujo laminar”: $\vec{F}_{roce} = -b_1 \vec{v}$

b. Con turbulencia: $\vec{F}_{roce} = -b_2 v^2 \hat{v}$

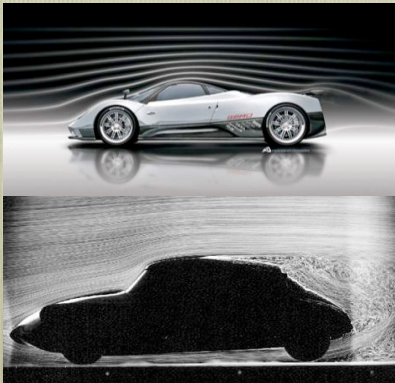
En ambos casos la fuerza de roce se opone al movimiento y aumenta con la velocidad relativa.

Los coeficientes b_1 y/o b_2 se determinan experimentalmente.

$$[b_1] = \text{N m}^{-1} \text{ s} = \text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$[b_2] = \text{N m}^{-2} \text{ s}^2 = \text{kg m}^{-1}$$

Fuerza de Roce Viscosa



(a) Laminar:

$$\vec{F}_{roce} = -b_1 \vec{v}$$

(b) Turbulento:

$$\vec{F}_{roce} = -b_2 v^2 \hat{v}$$

Velocidad terminal de paracaidista:

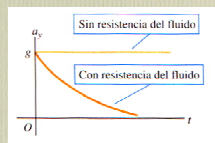


$$mg - f_{arrastre} = ma$$



Velocidad terminal de paracaidista I, laminar:

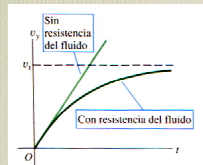
2^{da} Ley de Newton: $mg - b_1 v = ma$
en $t=0$ $a=g$



A medida que pasa el tiempo, aumenta la velocidad y la aceleración disminuye

$a = 0$ cuando $b_1 v = mg$

$$v_{terminal} = \frac{mg}{b_1}$$



Fuerza de Gravitación

$$\vec{F}_G = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{r}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Ejemplo, la tierra ejerce una aceleración sobre cualquier masa en el espacio:

$$\vec{a}_{tierra} = -\frac{GM_T}{d^2} \hat{r}$$

Sobre la superficie terrestre: $M_T = 6.1 \times 10^{24} \text{ kg}$,
 $R_T = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \Rightarrow a_T(R_T) = g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

Satélite geoestacionario:

Tiene una órbita tal que está siempre sobre el mismo punto de la superficie terrestre, es decir, su período orbital es

$$T_s = 24 \text{ h}$$

Para que dicha órbita sea posible, debemos imponer que la aceleración gravitacional sea de magnitud tal que provea la aceleración centrípeta para la órbita. Supongamos el satélite en órbita circular de radio d_s desde el centro de la tierra, con velocidad tangencial v_s

$$\frac{GM_T m_s}{d_s^2} = \frac{m_s v_s^2}{d_s} \Rightarrow d_s = \frac{GM_T}{v_s^2}$$

$$v_s = \frac{2\pi d_s}{T_s} \Rightarrow d_s^3 = \frac{GM_T T_s^2}{4\pi^2}$$

Satélite geoestacionario:

$$24 \text{ h} = 86400 \text{ s} \Rightarrow d_{sat} = 4.3 \times 10^7 \text{ m} \sim 7R_T$$

A qué distancia orbita la Luna si su período orbital es de 27.3 días?

$$27.3 \text{ d} = 2.4 \times 10^6 \text{ s} \Rightarrow d_{luna} = 3.9 \times 10^8 \text{ m} \sim 61R_T$$