

Cinemática en 1-d

- Ecuación de una recta: $y = mx + b$

m = pendiente

$$m = \tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} \in \mathcal{R}$$

b = intersección con eje y

α = ángulo entre eje-x y la recta;
>0 desde el eje x+ hacia arriba y
<0 desde el eje x+ hacia abajo

Definiciones

- **Tiempo:** siempre transcurre. Sólo nos interesa hablar de intervalos de tiempo ($\Delta t > 0$). La unidad básica de un intervalo de tiempo es 1 s.
- **Posición:** punto en un espacio (de 1, 2, o 3 dimensiones) definido por un Sistema de Coordenadas ortogonales.
- **Partícula:** cuerpo suficientemente pequeño como para quedar completamente definido por una posición y su masa.

Posición, Desplazamiento

- **Posición:** es un vector, incluso en el caso de 1-d esta tiene un valor y signo.
- **Desplazamiento:** es el cambio en la posición de un cuerpo en un intervalo de tiempo. **No** depende del camino utilizado para llegar de la posición inicial a la posición final.

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$$

Velocidad

- **Velocidad:** es el desplazamiento por unidad de tiempo.
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
- Cuando esta se mide en un intervalo de tiempo extremadamente pequeño hablamos de velocidad instantánea, si el intervalo de tiempo es mayor se denomina velocidad media.
- $v > 0$ si la posición aumenta en el tiempo: $x_2 > x_1$
- Velocidad instantánea es la pendiente en un gráfico posición-tiempo

Si Δt es muy pequeño:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad , \quad t_2 = t_1 + \Delta t$$

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{\Delta t}$$

Mov Rectilíneo Uniforme

- Si $v = \text{constante}$, entonces la ecuación que describe el movimiento sale directamente de la definición de velocidad:

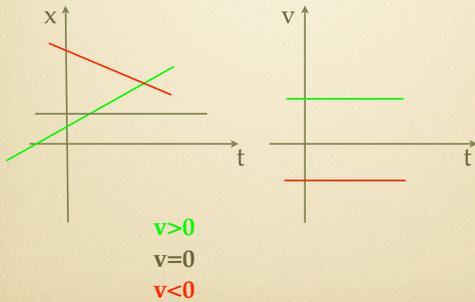
$$v(t) = v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x = x(t) - x(t_0) = v_0 \Delta t$$

$$x(t) = x(t_0) + v_0 \Delta t$$

El gráfico posición-tiempo representa una recta con pendiente v_0 .

Mov. Rectilíneo Unif.



Aceleración

- **Aceleración:** es una medida del cambio en la velocidad por unidad de tiempo:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Es la pendiente en un gráfico velocidad-tiempo.
- $a > 0$ si la velocidad es creciente.

Mov Unif Acelerado

- La aceleración es constante, luego la velocidad cambia en el tiempo (creciente si $a > 0$).

$$a(t) = a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta v = v(t) - v_0 = a_0 \Delta t$$

$$v(t) = v_0 + a_0 \Delta t$$

El gráfico velocidad-tiempo representa una recta con pendiente a_0 .

- Velocidad media es el promedio de velocidades en un intervalo de tiempo dado:

$$\langle v \rangle = (v_0 + v(t))/2 = v_0 + \frac{1}{2} a_0 \Delta t$$

Pero la velocidad media es también el desplazamiento total por unidad de tiempo en el mismo intervalo:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Igualando ambas expresiones obtenemos la ecuación del movimiento $x(t)$ para MRUA:

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_0 (\Delta t)^2$$

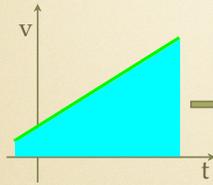
El gráfico posición-tiempo representa una parábola.

- **Posición** es siempre una función continua del tiempo. Una discontinuidad en la posición requeriría de una velocidad instantánea infinita.
- **Velocidad** es normalmente una función continua del tiempo. Salvo cuando uno trata problemas de choque.
- **Aceleración** puede variar bruscamente (no es una función continua del tiempo).

Gráficos

- **Velocidad** es la pendiente de un gráfico posición-tiempo
- **Aceleración** es la pendiente de un gráfico velocidad-tiempo
- **Desplazamiento** es el área bajo el gráfico velocidad-tiempo (áreas bajo las abscisas son negativas!).

Gráficos



Desplazamiento =
área bajo curva $v(t)$

desplazamiento > 0 sobre el eje t
 < 0 bajo el eje t

Caída Libre

- $a = g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ hacia abajo, es la aceleración constante a lo largo de cualquier trayectoria de caída libre o lanzamiento de proyectiles. Esto es independiente de la masa del cuerpo (Galileo).
- En el instante de la altura máxima la velocidad instantánea es cero.
- El movimiento de subida y de bajada es simétrico, cambiando v por $-v$ a una altura dada.

Caída Libre

- Ej: un cuerpo se lanza hacia arriba con v_0 determinar la altura máxima y tiempo de vuelo:
 1. Usamos $v(t) - v_0 = -gt$. Al alcanzar la altura máxima tenemos $v(t) = 0$, luego $t = v_0/g$, y el tiempo de vuelo es $2v_0/g$.
 2. Altura $z(t) - z_0 = v_0t - gt^2/2$ y reemplazando $t = v_0/g$ obtenemos $z(\text{max}) = v_0^2/(2g)$
- Invertiendo el problema vemos que la velocidad con que llega al suelo un objeto soltado desde el reposo desde una altura h es $v^2 = 2gh$ y el tiempo que demora en caer es $t^2 = 2h/g$.