Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

Pauta Auxiliar 2
FI100-07 2008-01

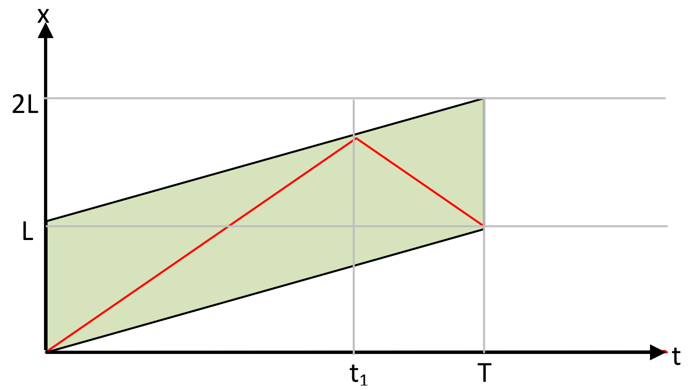
Aux: Osmar Valdebenito G.
Prof: Alejandra Montecinos T.

3. Una fila de hombres de largo L marcha en línea recta, uno detrás de otro. Un oficial recorre la columna, comenzando desde el último hombre, con rapidez constante U. En el instante en que alcanza la cabeza de la columna, se devuelve con la misma rapidez, hasta que se encuentra con el último hombre de la columna. Durante este intervalo la columna de hombres ha permanecido en movimiento con rapidez constante V y se ha desplazado L [m] desde el instante en que el oficial comenzó a adelantarse en la columna. De esta forma, el último soldado se encuentra en el lugar donde estuvo el primer soldado en el instante en que el oficial se dispuso a revisar la tropa.

a) Dibuje un esquema de la situación.
b) Determine la distancia que recorrió el oficial.
c) Encuentre la razón entre los valores de U y V.

Solución

a)



b) El tiempo T que se demora el oficial en recorrer la columna de ida y vuelta corresponde al mismo en que el último de la fila recorre de 0 a L o el primero de la fila recorre de L a 2L => $\Delta x = L$

$$v = \Delta x / \Delta t$$
$$\Delta t = \Delta x / v$$
$$T = L / V$$

Para calcular la distancia recorrida por el oficial, basta suponer que avanza en línea recta con v = U sin considerar el cambio de sentido que realiza en t_1.

$$v = \Delta x / \Delta t$$
$$\Delta x = v \cdot \Delta t$$
$$\Delta x = U \cdot (L / V)$$
$$\boxed{\Delta x = LU / V}$$

c) Calculemos los tiempos t_1 y t_2 tal que $(t_1 + t_2) = T$

En el tiempo $[0, t_1]$, la ecuación de itinerario del oficial es $x(t) = U \cdot t$

Por condiciones de borde, en $x(0) = 0$ y en $x(t_1) = U \cdot t_1$

Además, se sabe que en t_1, el oficial llega a la cabeza de la fila que se mueve con

$y(t) = L + V \cdot t$

=> $y(t_1) = L + V \cdot t_1$

Igualando las posiciones, $U t_1 = L + V t_1$ =>

$$\boxed{t_1 = \frac{L}{U - V}}$$

Considerando el tiempo $[t_1, T]$, es equivalente a considerarlo como un intervalo $[0, t_2]$

En este intervalo, la ecuación de itinerario del oficial es $x(t) = L - U \cdot t$

Notemos que en este caso, consideramos un cambio en el origen del sistema restando el desplazamiento $V t_1$ de la fila. Así, el primero de la fila está en L en vez de estar en $L + V t_1$ y el último de la fila está en 0 en vez de $V t_1$.

Por condiciones de borde, en $x(0) = L$ y en $x(t_2) = V \cdot t_2$

Igualando las posiciones, $V \cdot t_2 = L - U \cdot t_2$ =>

$$\boxed{t_2 = \frac{L}{U + V}}$$

Sin embargo, sabemos que $T = (t_1 + t_2)$

$$\rightarrow T = \frac{L}{V} = \frac{L}{U - V} + \frac{L}{U + V}$$

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{U - V} + \frac{1}{U + V}$$

$$\frac{1}{V} = \frac{(U + V) \cdot (U - V)}{U^2 - V^2}$$

$$\frac{1}{V} = \frac{2U}{U^2 - V^2}$$

$$2UV = U^2 - V^2$$

$$2\frac{U}{V} = \left(\frac{U}{V}\right)^2 - 1$$

$$2C = C^2 - 1$$

$$C^2 - 2C - 1 = 0$$

$$C = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

La razón entre dos velocidades (ambas positivas) debe ser positiva, por lo que consideramos

$$\boxed{C = \frac{U}{V} = 1 + \sqrt{2}}$$