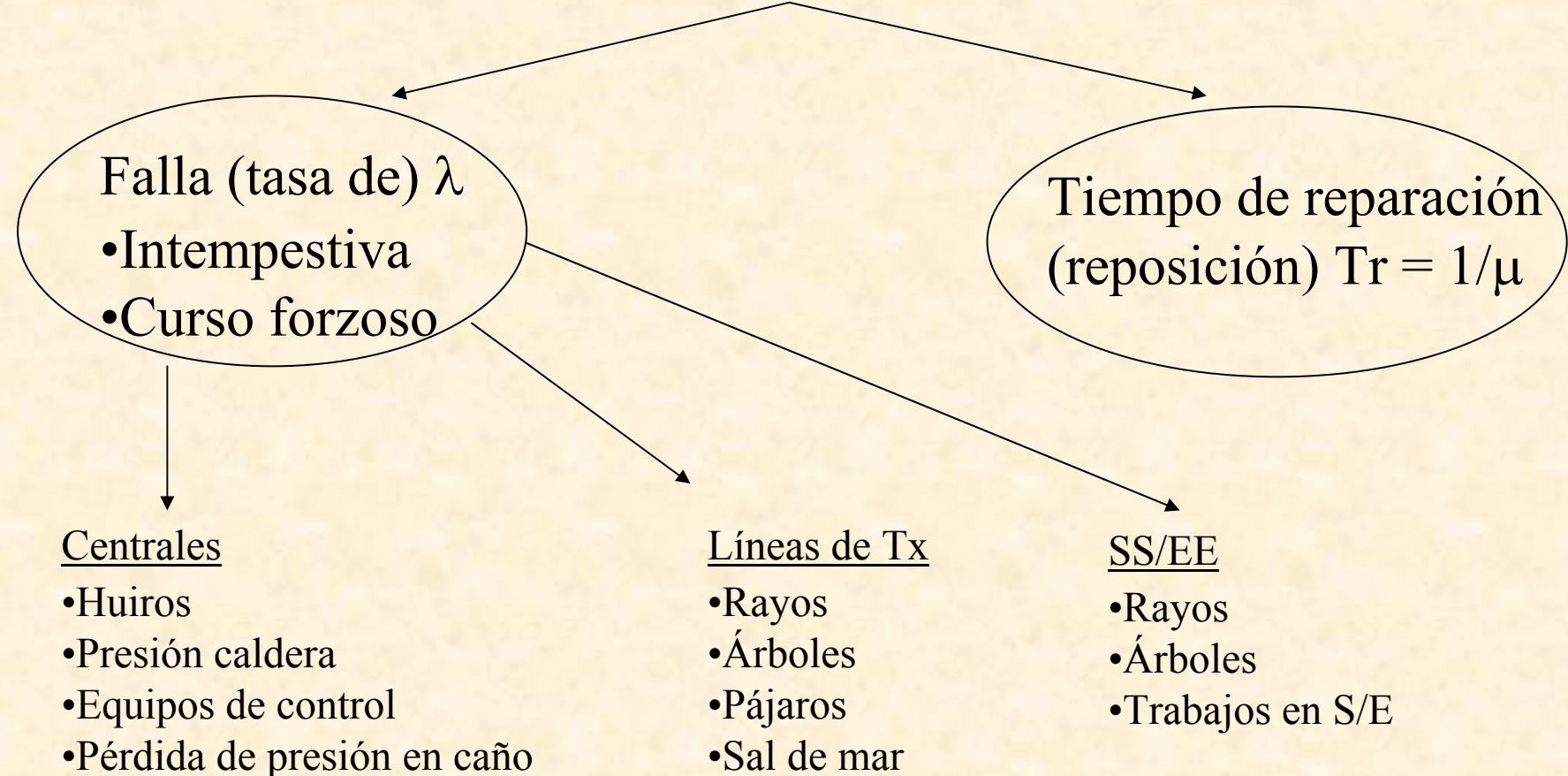


# Clase Auxiliar de Confiabilidad

- Capacidad de operación “continua” de un sistema o sus elementos de acuerdo a su diseño (condición normal)

- Probabilidad de NO falla**



# Método frecuencia - duración

$$m = \text{MTTF} = 1/\lambda$$

$$r = tr = \text{MTTR} = 1/\mu$$

$$T = \text{MTBF} = m + r = 1/f$$

$\lambda$  : tasa de falla de el componente

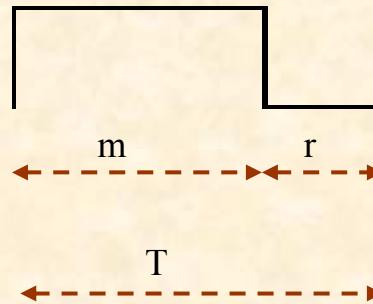
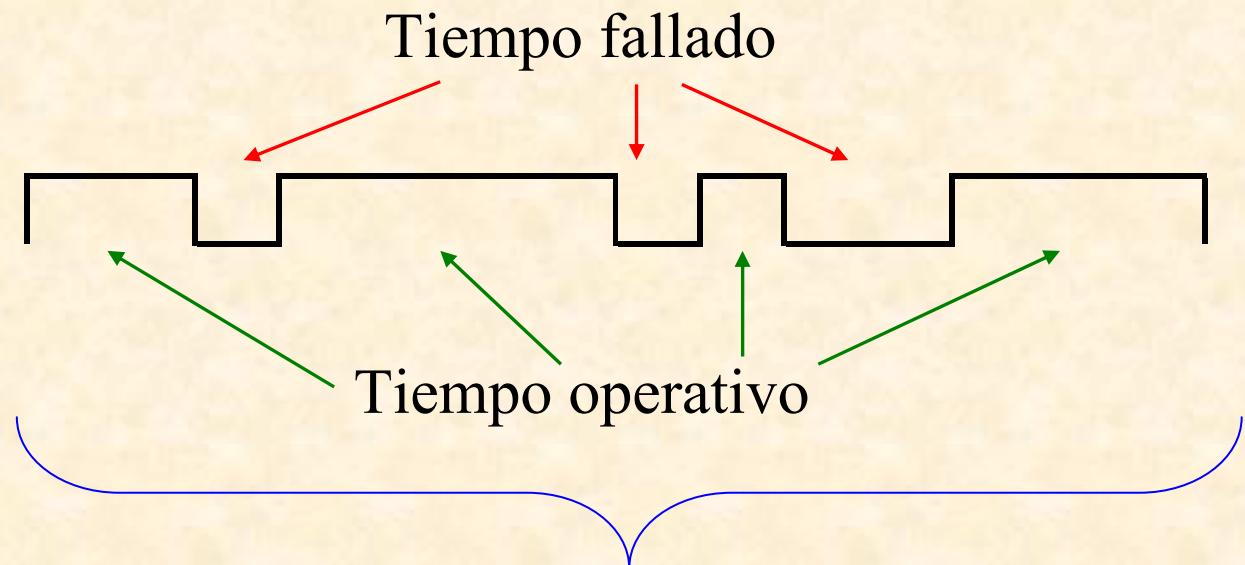
$\mu$ : tasa de reparación del componente

MTTF: Tiempo Medio de Falla

MTTR: Tiempo Medio de Reparación

MTBF: Tiempo Medio Entre Fallas

f: Frecuencia del ciclo de falla



- DISPONIBILIDAD : Probabilidad que el equipo está disponible.

$$A = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$$

- Disponibilidad por falla
- Disponibilidad por tiempo  
(Mantenimientos programados)

- INDISPONIBILIDAD

$$U = \frac{\lambda}{\mu + \lambda} = 1 - A$$

Ej: Unidad con el siguiente historial de fallas:

Meses en servicio	Tiempos de reparación (h)
4	102
6	80
2	65
7	109
4	86

	E/S	F/S								
horas	4	102	6	80	2	65	7	109	4	86
	2880	102	4320	80	1440	65	5040	109	2880	86

En verde los meses y en amarillo las horas

$$m = MTTF = \text{Tiempomedio}E / S = 3312[h]$$

$$r = MTTR = \text{Tiempomedio}F / S = 88.4[h]$$

$$T = MTBF = m + r = 3400.4$$

$$\lambda = \frac{1}{m} = 0.0003019$$

$$\mu = \frac{1}{r} = 0.0113122$$

$$A = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{m}{r + m} = 0.974003$$

- Elementos en serie

$$A_{sist} = \prod_i A_i$$

$$U_{sist} = 1 - \prod_i A_i$$

- Elementos en paralelo

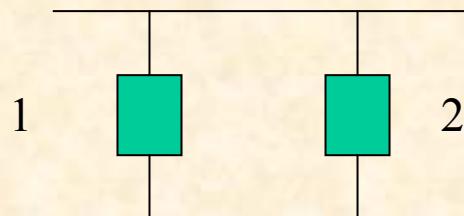
$$U_{sist} = \prod_i U_i$$

$$A_{sist} = 1 - \prod_i U_i$$

---

### Problema 1

Dos elementos en paralelo tienen tasas de falla  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  y tiempos de reposición  $T_{r1}(\mu_1)$  y  $T_{r2}(\mu_2)$ . Estime la disponibilidad del conjunto estableciendo una fórmula compacta.



Sabemos que:  $U = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$  (indisponibilidad)

Y los elementos están en paralelo

$$U = U_1 \cdot U_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2}$$

$$U = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_1 \cdot \mu_2 + \lambda_2 \cdot \mu_1 + \mu_1 \cdot \mu_2}$$

$$A = 1 - U = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_1 \cdot \mu_2 + \lambda_2 \cdot \mu_1 + \mu_1 \cdot \mu_2 - \lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 \cdot \lambda_2 + \lambda_1 \cdot \mu_2 + \lambda_2 \cdot \mu_1 + \mu_1 \cdot \mu_2}$$

Si:

$$\mu' = \lambda_1 \cdot \mu_2 + \lambda_2 \cdot \mu_1 + \mu_1 \cdot \mu_2$$

y

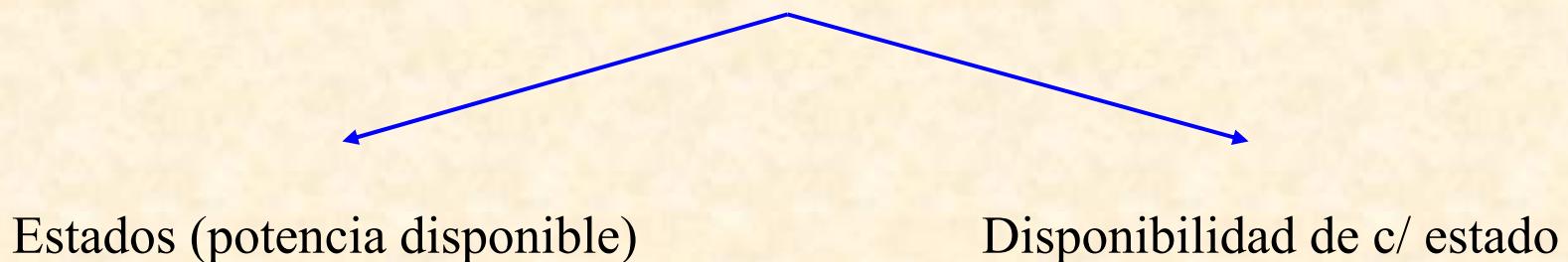
$$\lambda' = \lambda_1 \cdot \lambda_2$$

$$A_{sist} = \frac{\mu'}{\mu' + \lambda'}$$

Se tiene:

## Tablas de estado de disponibilidad de acuerdo al método de frecuencia - duración

La tabla se realiza en el nudo específico que se desea estudiar

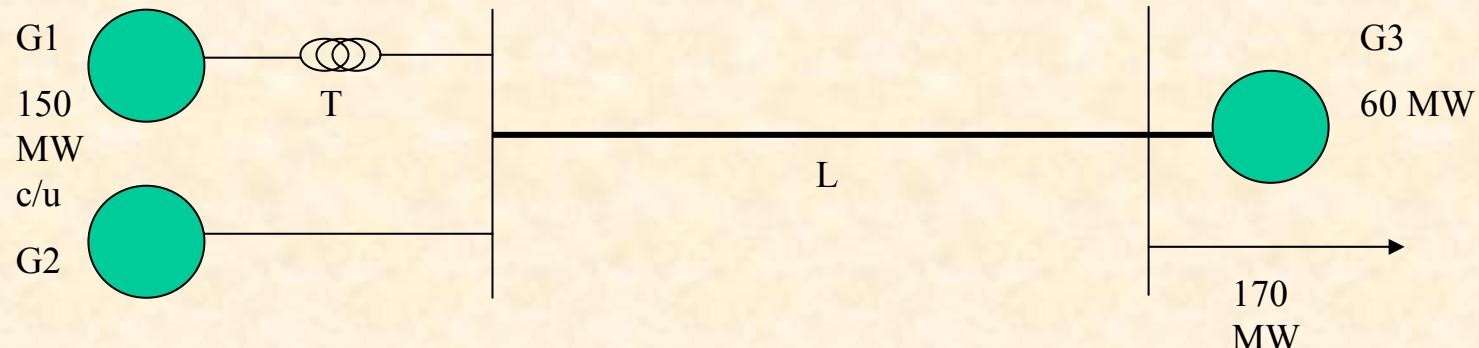


**Estado de disponibilidad:** conjunto de todos los estados que otorgan la misma potencia disponible en el nudo en análisis

**LOLP:** Pbb. ( $P_{\text{disp}} < D_{\text{da}}$  en el nudo en estudio)

## Problema 2

Sea el siguiente SEP



G1 y G2 son unidades con disponibilidades de 97% c/u; T tiene tasa de falla de 0.1 [veces/año] y tiempo de reposición de 240 [h]. G3 tiene disponibilidad de 95% y la línea L de 98% con capacidad de transmisión de 400 [MW].

Determine para cada estado de disponibilidad; la potencia disponible, la potencia no suministrada, la probabilidad acumulada, la probabilidad de excedencia y el nivel de riesgo para el sistema en la barra de carga.

R:

$$p_1=0.97 \quad p_2=0.97 \quad p_3=0.95 \quad p_L=0.98$$

$$\lambda=0.1 \text{ [1/año]} \quad t_r=240 \text{ [h]} = 240/(24 \cdot 365) \text{ [años]} = 0.027397 \text{ [años]}$$

$$\mu=36.5 \text{ [1/año]} \Rightarrow p_T=0.997$$

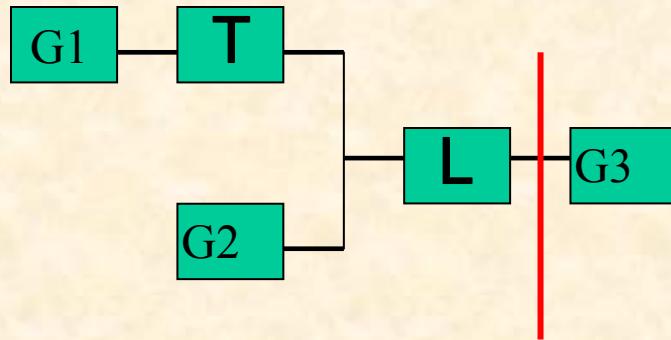
# Estados de disponibilidad de potencia

2 estados por  
elemento (E/S, F/S)

5 elementos

$$\Rightarrow 2^5 = 32 \text{ estados inicialmente factibles}$$

- Hay 2 maquinas en paralelo iguales  $\rightarrow$  2 estados  $\rightarrow$  1 estado de disponibilidad
- Hay 1 trafo en serie con G1  $\rightarrow$  si T F/S  $\rightarrow$  G1 F/S
- Hay 1 linea en serie con G1 y T  $\rightarrow$  si L F/S  $\rightarrow$  G1, G2, T F/S



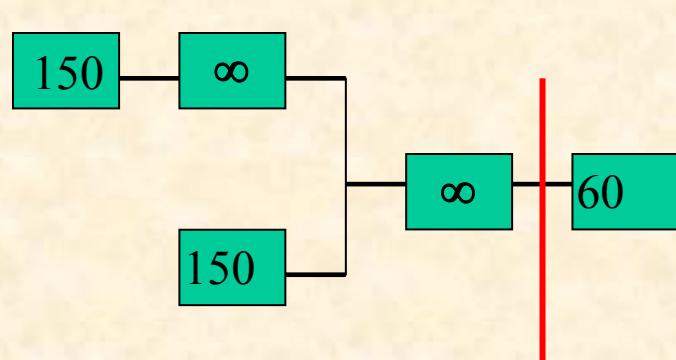
# Estados de disponibilidad de potencia

2 estados por elemento (E/S, F/S)

5 elementos

$$\Rightarrow 2^5 = 32 \text{ estados inicialmente factibles}$$

- Hay 2 maquinas en paralelo iguales  $\rightarrow$  2 estados  $\rightarrow$  1 estado de disponibilidad
- Hay 1 trafo en serie con G1  $\rightarrow$  si T F/S  $\rightarrow$  G1 F/S
- Hay 1 linea en serie con G1 y T  $\rightarrow$  si L F/S  $\rightarrow$  G1, G2, T F/S



Estado 1: 360

Estado 2: 300

Estado 3: 210

Estado 4: 150

Estado 5: 60

Estado 6: 0

# Cálculos

- $P_{\text{disp}}$ : Potencia disponible para el estado en cuestión
- $p$ : probabilidad del estado en cuestión
- $P_{\text{ac}}$ : Probabilidad ( $P \leq P_{\text{disp}}$ )
- $P_{\text{exc}}$ : Probabilidad ( $P > P_{\text{disp}}$ )
- $\text{LOLP}$ : Probabilidad ( $P_{\text{disp}} < \text{Demanda}$ )

# Tabla

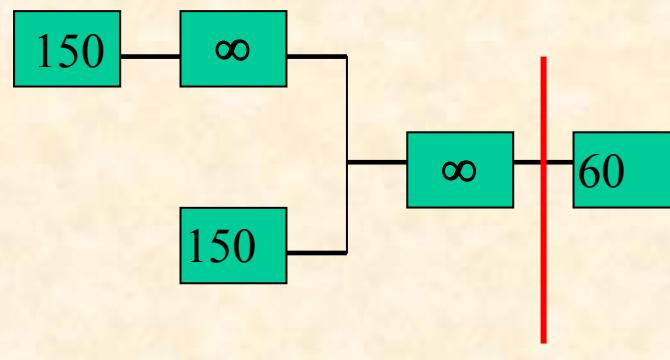
k	Pdisp	p	p	Pac	Pexced	Pns
1	360					
2	300					
3	210					
4	150					
5	60					
6	0					

```

graph LR
    N1[150] --- N2[infinity]
    N2 --- N3[infinity]
    N3 --- N4[infinity]
    N4 --- N5[60]
    N1 --- N6[150]
    N6 --- N7[infinity]
    N7 --- N8[150]
    style N1 fill:#008080,color:#fff
    style N2 fill:#008080,color:#fff
    style N3 fill:#008080,color:#fff
    style N4 fill:#008080,color:#fff
    style N5 fill:#008080,color:#fff
    style N6 fill:#008080,color:#fff
    style N7 fill:#008080,color:#fff
    style N8 fill:#008080,color:#fff
  
```

## Tabla

k	Pdisp	p	p	Pac	Pexced	Pns
1	360	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot p_3$	0.8733	1.0000	0.0000	0
2	300					
3	210					
4	150					
5	60					
6	0					



# Tabla

k	Pdisp	p	p	Pac	Pexced	Pns
1	360	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot p_3$	0.8733	1.0000	0.0000	0
2	300	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot (1-p_3)$	0.0460	0.1266	0.8734	0
3	210					
4	150					
5	60					
6	0					

# Tabla

k	Pdisp	p	p	Pac	Pexced	Pns
1	360	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot p_3$	0.8733	1.0000	0.0000	0
2	300	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot (1-p_3)$	0.0460	0.1266	0.8734	0
3	210	$p_3 \cdot p_L \cdot [p_1 \cdot p_T \cdot (1-p_2) + p_2 \cdot ((1-p_1) \cdot p_T + p_1 \cdot (1-p_T)) + (1-p_1) \cdot (1-p_T)]$	0.0567	0.0807	0.9194	0
4	150					
5	60					
6	0					

# Tabla

k	Pdisp	p	p	Pac	Pexced	Pns
1	360	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot p_3$	0.8733	1.0000	0.0000	0
2	300	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot (1-p_3)$	0.0460	0.1266	0.8734	0
3	210	$p_3 \cdot p_L \cdot [p_1 \cdot p_T \cdot (1-p_2) + p_2 \cdot ((1-p_1) \cdot p_T + p_1 \cdot (1-p_T)) + (1-p_1) \cdot (1-p_T)]$	0.0567	0.0807	0.9194	0
4	150	$(1-p_3) \cdot p_L \cdot [p_1 \cdot p_T \cdot (1-p_2) + p_2 \cdot (p_1 \cdot (1-p_T) + (1-p_1) \cdot p_T + (1-p_1) \cdot (1-p_T))]$	0.0030	0.0239	0.9761	20
5	60					
6	0					

# Tabla

k	Pdisp	p	p	Pac	Pexced	Pns
1	360	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot p_3$	0.8733	1.0000	0.0000	0
2	300	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot (1-p_3)$	0.0460	0.1266	0.8734	0
3	210	$p_3 \cdot p_L \cdot [p_1 \cdot p_T \cdot (1-p_2) + p_2 \cdot ((1-p_1) \cdot p_T + p_1 \cdot (1-p_T)) + (1-p_1) \cdot (1-p_T)]$	0.0567	0.0807	0.9194	0
4	150	$(1-p_3) \cdot p_L \cdot [p_1 \cdot p_T \cdot (1-p_2) + p_2 \cdot (p_1 \cdot (1-p_T) + (1-p_1) \cdot p_T + (1-p_1) \cdot (1-p_T))]$	0.0030	0.0239	0.9761	20
5	60	$p_3 \cdot [p_L \cdot (1-p_2) \cdot [p_1 \cdot (1-p_T) + p_T \cdot (1-p_1) + (1-p_T) \cdot (1-p_1)] + (1-p_L) \cdot [p_1 \cdot p_2 \cdot p_T + (1-p_1) \cdot p_2 \cdot p_T + p_1 \cdot (1-p_2) \cdot p_T + (1-p_T) \cdot p_1 \cdot p_2 + (1-p_2) \cdot p_1 \cdot (1-p_T) + (1-p_2) \cdot (1-p_1) \cdot p_T + (1-p_1) \cdot (1-p_T) \cdot p_2 + (1-p_1) \cdot (1-p_2) \cdot (1-p_T)]]$	0.0199	0.0209	0.9791	110
6	0					

# Tabla

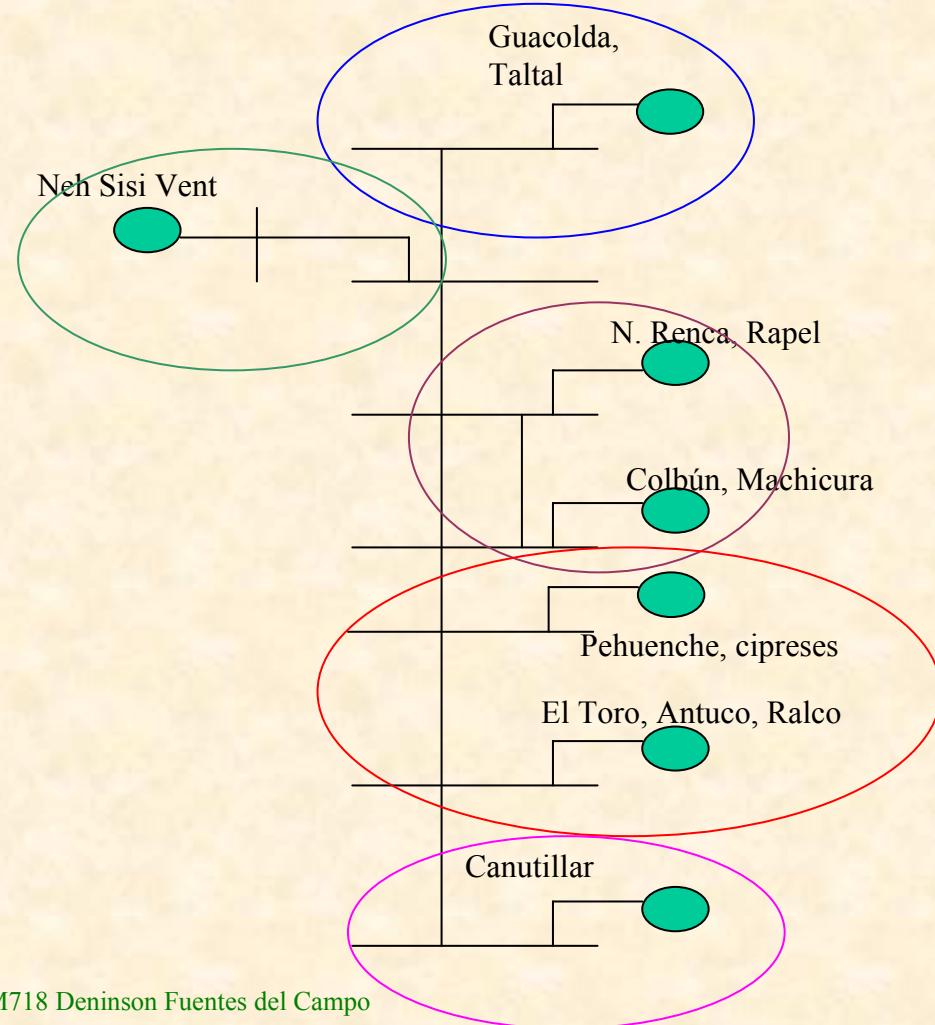
k	Pdisp	p	p	Pac	Pexced	Pns
1	360	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot p_3$	0.8733	1.0000	0.0000	0
2	300	$p_1 \cdot p_2 \cdot p_T \cdot p_L \cdot (1-p_3)$	0.0460	0.1266	0.8734	0
3	210	$p_3 \cdot p_L \cdot [p_1 \cdot p_T \cdot (1-p_2) + p_2 \cdot ((1-p_1) \cdot p_T + p_1 \cdot (1-p_T) + (1-p_1) \cdot (1-p_T))]$	0.0567	0.0807	0.9194	0
4	150	$(1-p_3) \cdot p_L \cdot [p_1 \cdot p_T \cdot (1-p_2) + p_2 \cdot (p_1 \cdot (1-p_T) + (1-p_1) \cdot p_T + (1-p_1) \cdot (1-p_T))]$	0.0030	0.0239	0.9761	20
5	60	$p_3 \cdot [p_L \cdot (1-p_2) \cdot [p_1 \cdot (1-p_T) + p_T \cdot (1-p_1) + (1-p_T) \cdot (1-p_1)] + (1-p_L) \cdot [p_1 \cdot p_2 \cdot p_T + (1-p_1) \cdot p_2 \cdot p_T + p_1 \cdot (1-p_2) \cdot p_T + (1-p_T) \cdot p_1 \cdot p_2 + (1-p_2) \cdot p_1 \cdot (1-p_T) + (1-p_2) \cdot (1-p_1) \cdot p_T + (1-p_1) \cdot (1-p_T) \cdot p_2 + (1-p_1) \cdot (1-p_2) \cdot (1-p_T)]]$	0.0199	0.0209	0.9791	110
6	0	$(1-p_3) \cdot [p_L \cdot (1-p_2) \cdot [p_1 \cdot (1-p_T) + p_T \cdot (1-p_1) + (1-p_T) \cdot (1-p_1)] + (1-p_L) \cdot [p_1 \cdot p_2 \cdot p_T + (1-p_1) \cdot p_2 \cdot p_T + p_1 \cdot (1-p_2) \cdot p_T + (1-p_T) \cdot p_1 \cdot p_2 + (1-p_2) \cdot p_1 \cdot (1-p_T) + (1-p_2) \cdot (1-p_1) \cdot p_T + (1-p_1) \cdot (1-p_T) \cdot p_2 + (1-p_1) \cdot (1-p_2) \cdot (1-p_T)]]$	0.0010	0.0010	0.9990	170

$$\text{LOLP} = \text{prob}(P_{\text{disp}} < 170) = 0.0239$$

## • Método de probabilidad condicional (Bayes)

SIC

- Área en un SEP : Es un conjunto coherente de elementos eléctricos.
- Coherencia => cercanía eléctrica
- Área en isla: Área que por diversas razones (p.ej. Contingencias) se separan del resto del sistema



## Bayes: Teorema para un conjunto de áreas con capacidad de interconexión.

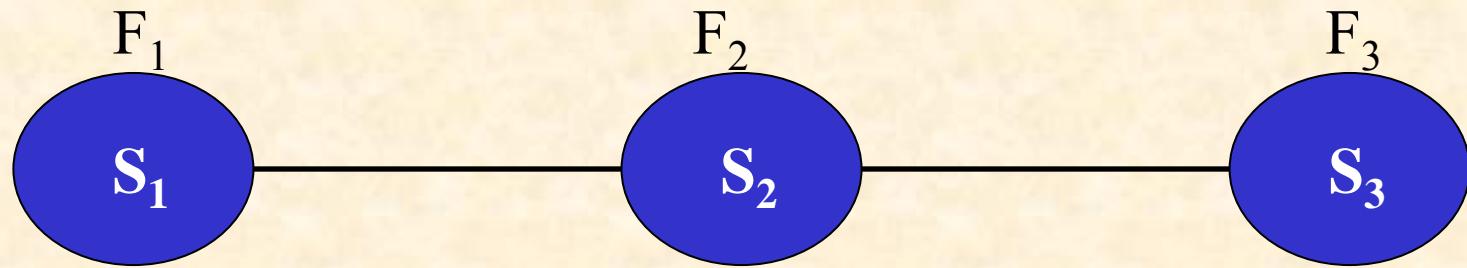
$$P_{falla \text{ sistema}} = \sum_{i=1}^n \left\{ p(falla / T_i) \cdot p(T_i) \right\}$$

*i:escenario*

### Problema 3:

Tres subsistemas tienen disponibilidades individuales de  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  respectivamente. Las líneas que los unen tienen tasa de falla  $\lambda_{12}$  y  $\lambda_{23}$  y los tiempos medios de reposición de ambas son  $t$ .

Determine la probabilidad de que falle el sistema completo interconectado. Se sabe que con  $S_3$  aislado la probabilidad de abastecimiento del subsistema 1-2 es de  $F_{12}$  y con  $S_1$  aislado ese valor es  $F_{23}$ .



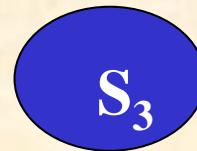
Resp.: disponibilidad de líneas:

$$A_{12} = \frac{1}{\lambda_{12} + \frac{1}{t}}$$

$$A_{23} = \frac{1}{\lambda_{23} + \frac{1}{t}}$$

## Se tienen 4 escenarios

Escenario 1: Los 3 subsistemas aislados

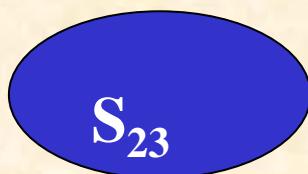


$$T_{e1} = \overline{T_{12}} \cdot \overline{T_{23}}$$

$$p\left(f / \overline{T_{12}} \overline{T_{23}}\right) = 1 - F_1 \cdot F_2 \cdot F_3$$

$$p\left(\overline{T_{12}} \overline{T_{23}}\right) = (1 - A_{12}) \cdot (1 - A_{23})$$

Escenario 2: S<sub>1</sub> aislado

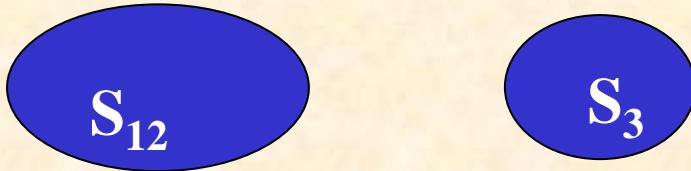


$$T_{e2} = \overline{T_{12}} \cdot T_{23}$$

$$p\left(f / \overline{T_{12}} T_{23}\right) = 1 - F_{23} \cdot F_1$$

$$p\left(\overline{T_{12}} T_{23}\right) = (1 - A_{12}) \cdot A_{23}$$

### Escenario 3: $S_3$ aislado

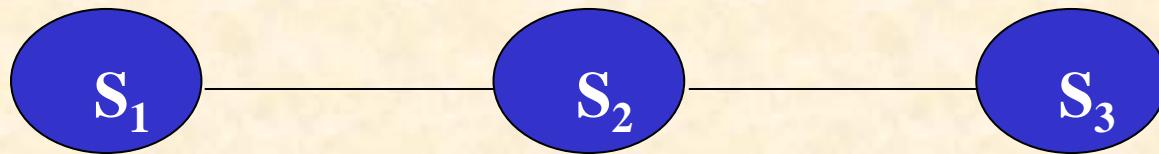


$$T_{e3} = T_{12} \cdot \overline{T_{23}}$$

$$p(f / T_{12} \overline{T_{23}}) = 1 - F_{12} \cdot F_3$$

$$p(T_{12} \overline{T_{23}}) = A_{12} \cdot (1 - A_{23})$$

### Escenario 4: 3 subsistemas interconectados



$$p(f / T_{12} T_{23}) = 1 - F_{123} \approx 0$$

∴

$$\begin{aligned} p(\text{falla sistema}) &= (1 - F_1 \cdot F_2 \cdot F_3) \cdot (1 - A_{12}) \cdot (1 - A_{23}) + \\ &(1 - F_{23} \cdot F_1) \cdot (1 - A_{12}) \cdot A_{23} + (1 - F_{12} \cdot F_3) \cdot A_{12} \cdot (1 - A_{23}) \end{aligned}$$