Clase de Operación Económica

Necesidad → **Electricidad**

Demanda

- Potencia (Empalme, cargas)
- Energía (Tiempo de consumo)
- Seguridad y Calidad de Servicio: Servicios complementarios (continuidad de suministro, tensiones, reg. de frecuencia, reserva en giro, etc),(calidad)
- Localización

Oferta

- Potencia (capacidad generadora instalada)
- Energía (cantidad de agua, combustible, etc.)
- Seguridad y Calidad de Servicio: Servicios complementarios (Equipos, coordinación)
- Sistema de transmisión

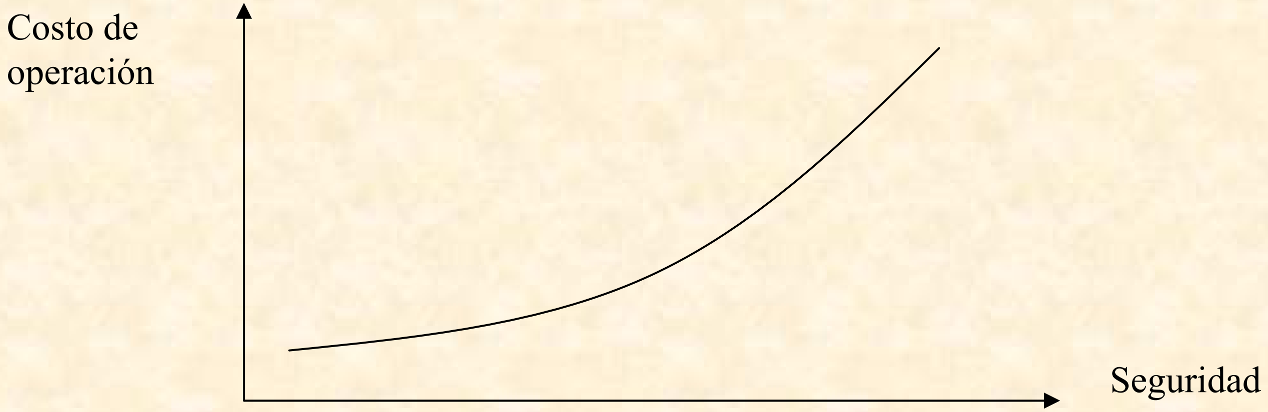
DESPACHO

OPERACIÓN ECONÓMICA

Planificada y en tiempo real

Objetivo de la operación eléctrica

Operar las centrales eléctricas de la forma más **económica** y **segura**.



Por el Lado de la **SEGURIDAD**:

Seguridad de servicio: Capacidad de respuesta de un SEP, o parte de él, para soportar contingencias y minimizar la pérdida de consumos a través de respaldos y SSCC. (NTSyCS)

Seguridad => redundancia de instalaciones, diversidad de generación (hidráulica v/s térmica), coordinación, equipos específicos, etc.

Por el lado del **COSTO**:

Costo de operación en un SEP

- Centrales térmicas => costo del combustible (Carbón, Gas Natural, Petróleo, Desechos forestales, biodiesel, isótopos radiactivos etc.)

  C(US$)=f(E[MWh]) ; si f es lineal, f': Costo variable[US$/MWh] o [mills/kWh]

- Centrales hidráulicas de pasada => costo cero, pues no se paga por esa agua => derechos de agua.

- Centrales hidráulicas de embalse => costo cero, pues no se paga por esa agua => derechos de agua. **Sin embargo**, como esa agua es regulable, es posible ocupar el agua en distintos momentos del tiempo; es decir puede reemplazar combustible térmico cuando convenga. => valor del agua≠0; valor del agua= costo de oportunidad del agua embalsada.

Función Objetivo: Min Costo de operación= min Costo de operac. (**combustible)**

s.a. Continuidad hidráulica - eléctrica

Seguridad

Otras restricciones

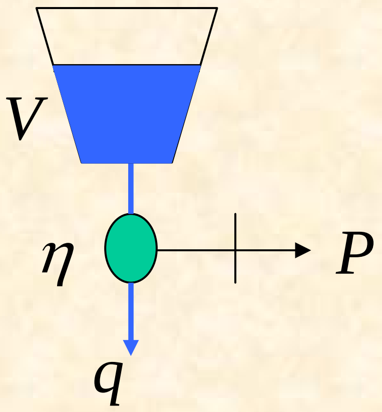
Valor del agua de los embalses es un resultado del proceso de optimización. **Costo sombra**

Variables de la operación económica

- Demandas [MW], Consumos [GWh]: variables considerada tradicionalmente como determinísticas.
- Potencia de las máquinas [MW].
- Caudales afluentes, turbinados, efluentes, etc., a cuencas hidráulicas [m^3/s]
- Perfil de potencia de centrales eólicas MW (o velocidad de viento m3/s)
- Rendimiento C.Hidráulicas [MW/m^3/s]
- Consumo específico de C. Térmicas[TonCarbón/MWh] [m3 gas/MWh], [lt_petróleo/MWh].
- Costo de Combustible de C. Térmicas[US$/TonCarbón] [US$/m3 gas], [US$/lt petróleo]
- Volumen de los embalses [Hm3] o cota [m.s.n.m.] (función cota – volumen)
- Transferencia líneas de transmisión.
- Costos de falla

Restricciones del problema de optimización

- Centrales Hidráulicas
  1. Balance hidráulico
  2. Rendimiento de las centrales (η)
  3. Cotas extremas de los embalses (físicas o informadas por las empresas)
  4. Convenios de riego (DOH)
  5. Derechos de generación
  6. Capacidades de aducción
  7. Límites de potencia reactiva.
  8. Límites de potencia activa por
     1. Vórtices en embalses
     2. Cavitaciones en ductos
     3. ….
  9. …

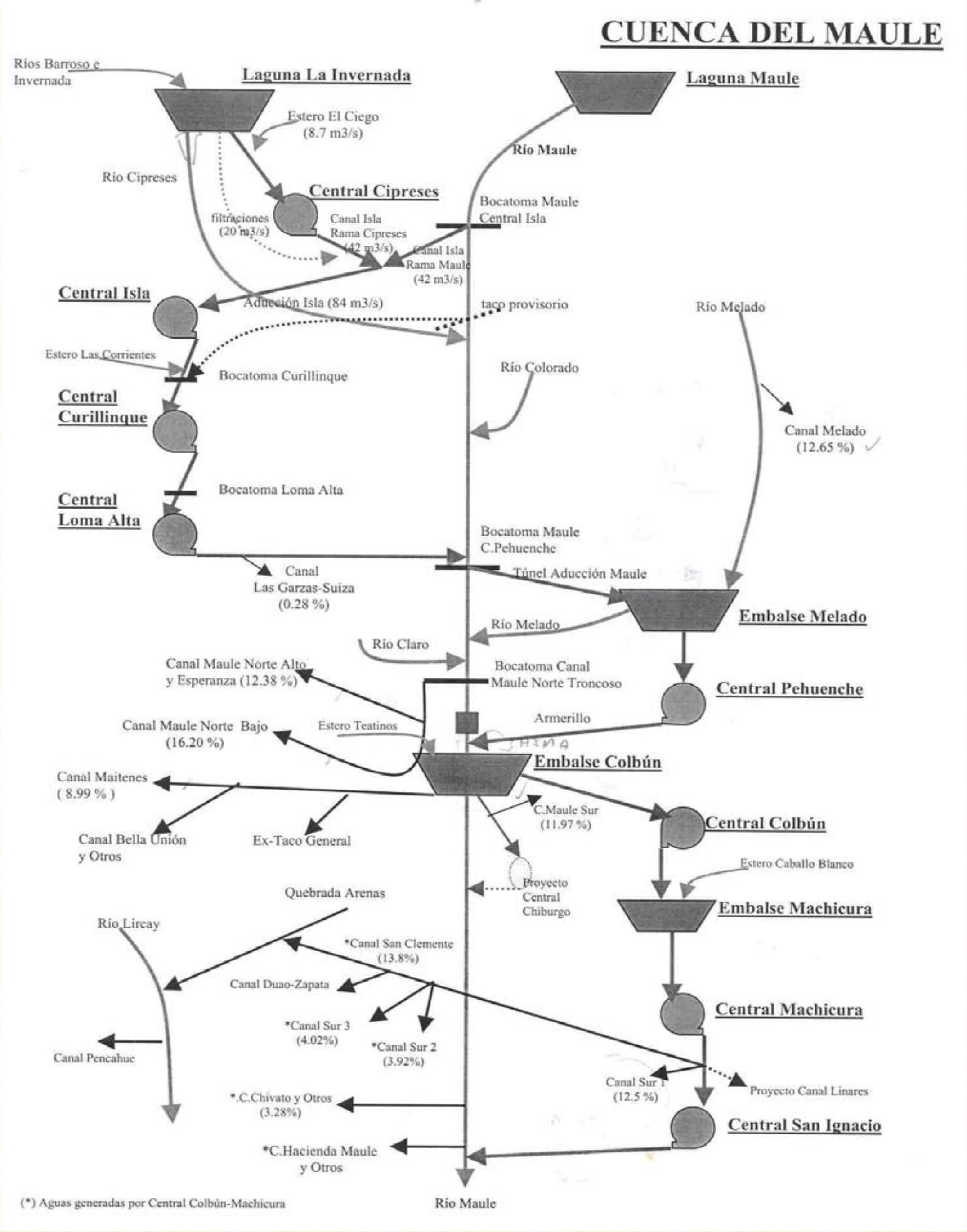


$$V_k - V_{k-1} = \Delta V\left[m^3\right] = q\left[{m^3}/{s}\right] \cdot t[s]$$

$$P[MW] = q\left[{m^3}/{s}\right] \cdot \eta \left[\frac{MW}{{m^3}/{s}}\right]$$

$$V \le V_{MAX}$$

$$V \ge V_{\min}$$


CUENCA DEL MAULE
Ríos Barroso e Invernada
Laguna La Invernada
Laguna Maule
Estero El Ciego (8.7 m3/s)
Río Maule
Río Cipreses
Central Cipreses
Bocatoma Maule Central Isla
filtraciones (20 m3/s)
Canal Isla Rama Cipreses (42 m3/s)
Canal Isla Rama Maule (42 m3/s)
Central Isla
Aducción Isla (84 m3/s)
taco provisorio
Río Melado
Estero Las Corrientes
Bocatoma Curillinque
Río Colorado
Central Curillinque
Canal Melado (12.65 %)
Bocatoma Loma Alta
Central Loma Alta
Bocatoma Maule C.Pehuenche
Canal Las Garzas-Suiza (0.28 %)
Túnel Aducción Maule
Embalse Melado
Río Melado
Río Claro
Canal Maule Norte Alto y Esperanza (12.38 %)
Bocatoma Canal Maule Norte Troncoso
Central Pehuenche
Armerillo
Canal Maule Norte Bajo (16.20 %)
Estero Teatinos
Embalse Colbún
Canal Maitenes (8.99 %)
C.Maule Sur (11.97 %)
Central Colbún
Canal Bella Unión y Otros
Ex-Taco General
Estero Caballo Blanco
Proyecto Central Chiburgo
Quebrada Arenas
Embalse Machicura
Río Lircay
*Canal San Clemente (13.8%)
Canal Duao-Zapata
Central Machicura
*Canal Sur 3 (4.02%)
*Canal Sur 2 (3.92%)
Canal Pencahue
Canal Sur 1 (12.5 %)
Proyecto Canal Linares
*C.Chivato y Otros (3.28%)
Central San Ignacio
*C.Hacienda Maule y Otros
(*) Aguas generadas por Central Colbún-Machicura
Río Maule

- Centrales Térmicas
  1. Tasa de toma y bajada de carga
  2. Tiempos de estabilización
  3. Suministro de gas (C. Ciclo combinado)
  4. Emisión de ruido
  5. Emisión de contaminantes
  6. Límites de potencia activa y reactiva.
  7. ….

- Sistema de Transmisión
  1. Capacidad de líneas
  2. Temperatura ambiente
  3. Existencia de sol
  4. Criterios de seguridad (n-1)
  5. Capacidad de equipos (transformadores, equipos de medida, etc)
  6. Lavado de aislación
  7. Tensiones en un cierto rango.
  8. …

Restricciones del problema de optimización

- Sistema
  1. Balance eléctrico por barra
  2. Reserva de potencia para afrontar contingencias.
  3. Reserva de agua en el sistema por condiciones de sequía.
  4. …

$$\sum P_T + \sum P_h = L + \sum D$$

$$\sum \left(P_{MAX} - P\right) \geq R$$

La complejidad de la solución del problema depende de las características de las variables en juego y del período de estudio:

Problema en un instante de tiempo o distintos instantes de tiempo pero con la operación independiente entre si, sin variables aleatorias	Programación estática determinística. Lagrange instántaneo	Sistema netamente térmico sólo con costos variables de operación. Hidrotérmico equivalente térmico para embalses.

La complejidad de la solución del problema depende de las características de las variables en juego y del período de estudio:

Problema en un instante de tiempo o distintos instantes de tiempo pero con la operación independiente entre si, sin variables aleatorias	Programación estática determinística. Lagrange instántaneo	Sistema netamente térmico sólo con costos variables de operación. Hidrotérmico equivalente térmico para embalses.
Problema en un instante de tiempo o distintos instantes de tiempo pero con la operación independiente entre si con variables aleatorias	Programación estática estocástica.	Sistema hidrotérmico con centrales hidráulicas solo de pasada y solo con costos variables de operación para las centrales térmicas.

La complejidad de la solución del problema depende de las características de las variables en juego y del período de estudio:

Problema en un instante de tiempo o distintos instantes de tiempo pero con la operación independiente entre si, sin variables aleatorias	Programación estática determinística. Lagrange instántaneo	Sistema netamente térmico sólo con costos variables de operación. Hidrotérmico equivalente térmico para embalses.
Problema en un instante de tiempo o distintos instantes de tiempo pero con la operación independiente entre si con variables aleatorias	Programación estática estocástica.	Sistema hidrotérmico con centrales hidráulicas solo de pasada y solo con costos variables de operación para las centrales térmicas.
Problema en distintos instantes de tiempo con la operación dependiente entre si sin variables aleatorias	Programación dinámica determinística.	Sistema Netamente térmico con costos fijos como costos de partida de las centrales además de los variables de operación, o sistema hidrotérmico sin considerar la variabilidad hidrológica

La complejidad de la solución del problema depende de las características de las variables en juego y del período de estudio:

Problema en un instante de tiempo o distintos instantes de tiempo pero con la operación independiente entre si, sin variables aleatorias	Programación estática determinística. Lagrange instántaneo	Sistema netamente térmico sólo con costos variables de operación. Hidrotérmico equivalente térmico para embalses.
Problema en un instante de tiempo o distintos instantes de tiempo pero con la operación independiente entre si con variables aleatorias	Programación estática estocástica.	Sistema hidrotérmico con centrales hidráulicas solo de pasada y solo con costos variables de operación para las centrales térmicas.
Problema en distintos instantes de tiempo con la operación dependiente entre si sin variables aleatorias	Programación dinámica determinística.	Sistema Netamente térmico con costos fijos como costos de partida de las centrales además de los variables de operación, o sistema hidrotérmico sin considerar la variabilidad hidrológica
Problema en distintos instantes de tiempo con la operación dependiente entre si con variables aleatorias	Programación dinámica estocástica.	Sistema hidrotérmico con centrales hidráulicas de embalse, con o sin centrales hidráulicas de pasada y con o sin costos fijos de centrales térmicas

PROGRAMACIÓN ESTÁTICA DETERMINÍSTICA.

PROGRAMACIÓN DINÁMICA.

En cada periodo

- Un conjunto de unidades dónde elegir
- Costo de operar c/u de las unidades
- Costo de pasar de un estado a otro (costo de partida, costo de detención, costo de haber usado el agua de embalse)

- Lo dinámico del problema lo hace el nexo entre las etapas por la existencia de embalses que pasan agua de un periodo a otro, o costos de la centrales térmicas que si se incurren en un periodo definen una restricción para el siguiente (ej.: costos de partida)
- Lo estocástico del problema lo hace la existencia de variables aleatorias en cada periodo. Las variables aleatorias tradicionales en sistemas hidrotérmicos son los caudales afluentes a la centrales hidráulicas.

Función objetivo es el costo de operación (combustible) total en el tiempo

$$F.O. = \sum_t \sum_i \left(C_i\left(P_i^T(t)\right) + C_{t \to t+1} \right)$$

$$s.a.$$

$$\sum_i P_i^T(t) + \sum_j P_j^H(t) = D(t) + L(t) \qquad \forall t$$

$$h_k(i, j, t) >= 0$$

Sistema térmico

Programación dinámica determinística

Objetivo

- Encontrar la combinación factible más económica de unidades generadoras para alimentar la carga estimada del sistema en cada etapa de la curva de carga.

Definimos x: vector de estado del cjto de las centrales $\in B^N$ con $B \in [1,0]$ (E/S o F/S)

Ej: 4 Unidades generadoras

Unidad	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
2	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
3	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
4	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1

Combinaciones por etapa = estados posibles por ertapa: $2^N - 1$ (al menos 1 U E/S)

x_i ; $i=1,..,2^N - 1$; N = n° de centrales

RESTRICCIONES

No todas las combinaciones son factibles para la etapa en estudio

- Por el nivel de carga del consumo
- Tiempos de estabilización.
- Tasa de toma de carga
- Déficit de gas
- …..

Formulación matemática del problema

$x_i(k)$: Combinación x_i de la etapa k

$P_i(k)$: Costo de producción mínimo de la combinación $x_i(k)$

$T_{ij}(k)$: Costo de transición de la combinación $x_i(k)$ a la combinación $x_j(k+1)$ entre las etapas k y k+1

Costo de transición:

- Costos de partida y detención (proceso térmico)
- Cambio del modo de combustión

Esto hace dependientes todas las etapas entre sí => dinámico

Problema grande (N=10 => $2^{10} - 1 = 1023$ combinaciones

En 24 horas => $1023^{24} = 1.726 \times 10^{72}$ comb.

Simplificación:

•Algunas infactibilidades

•División en N subproblemas secuenciales

Supuestos:

• $T_{ij}(N) = 0$ (conocido) $\forall$ i, $\forall$j

•Se optimiza de atrás hacia adelante

•Para cada posible estado x_i^* de la penúltima etapa:

$$F_{i*}(N-1) = \min_{\{x_j(N)\}} \left\{ P_{i*}(N-1) + T_{i*j}(N-1) + F_j(N) \right\}$$

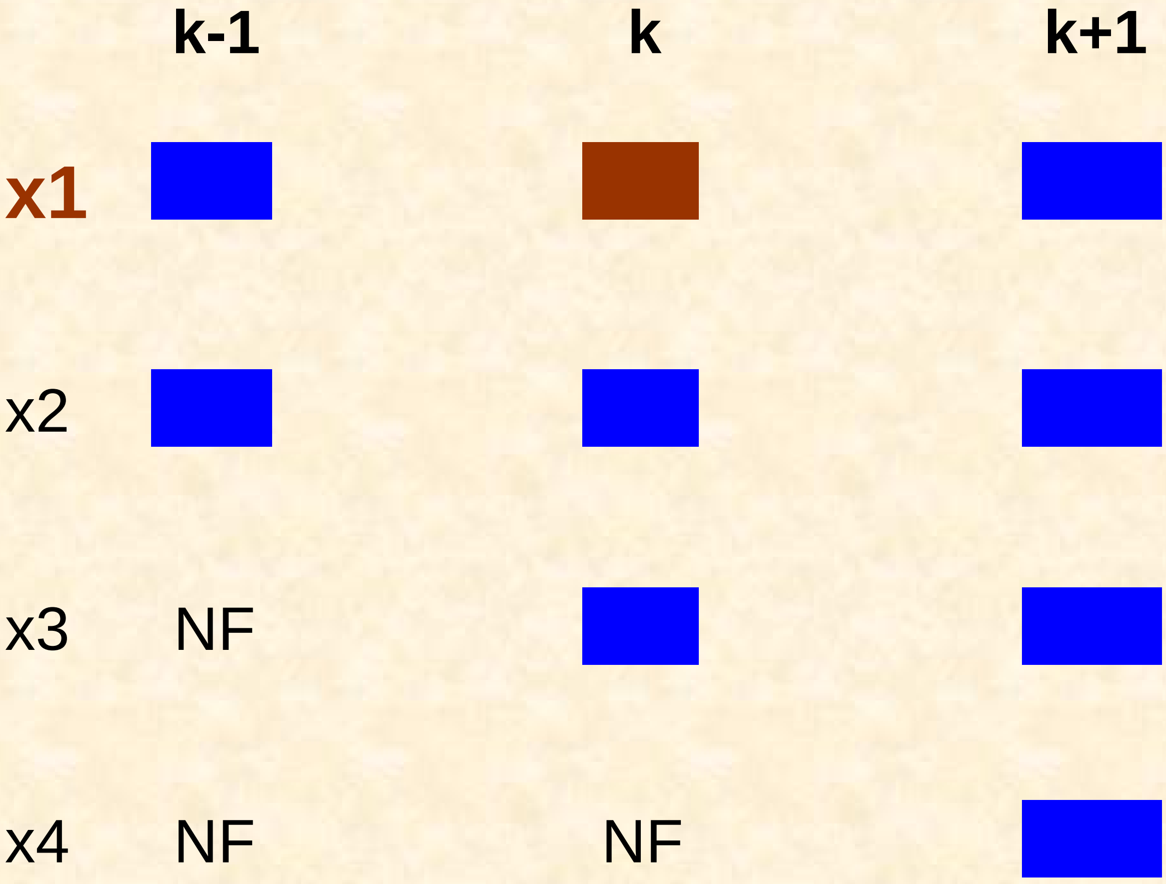
Donde $F_{i*}(N-1)$: ***Costo acumulativo mínimo*** de las dos etapas finales que empiezan con la combinación $x_{i*}(N-1)$ y termina con la combinación $x_j(N)$

Que hace mínimo este costo .

$F_j(N) = P_j(N)$ (CONOCIDO)

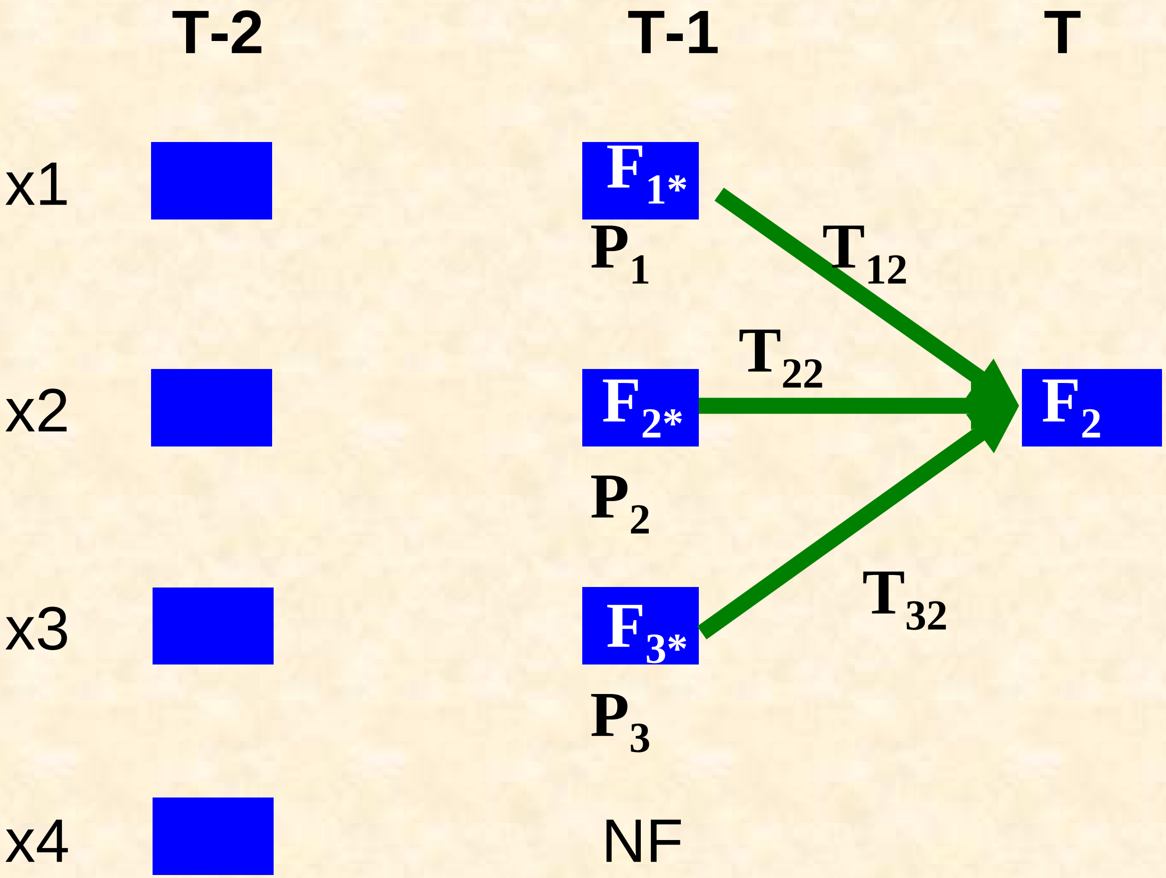
Llevándolo a todas las etapas => formulación recursiva

$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$



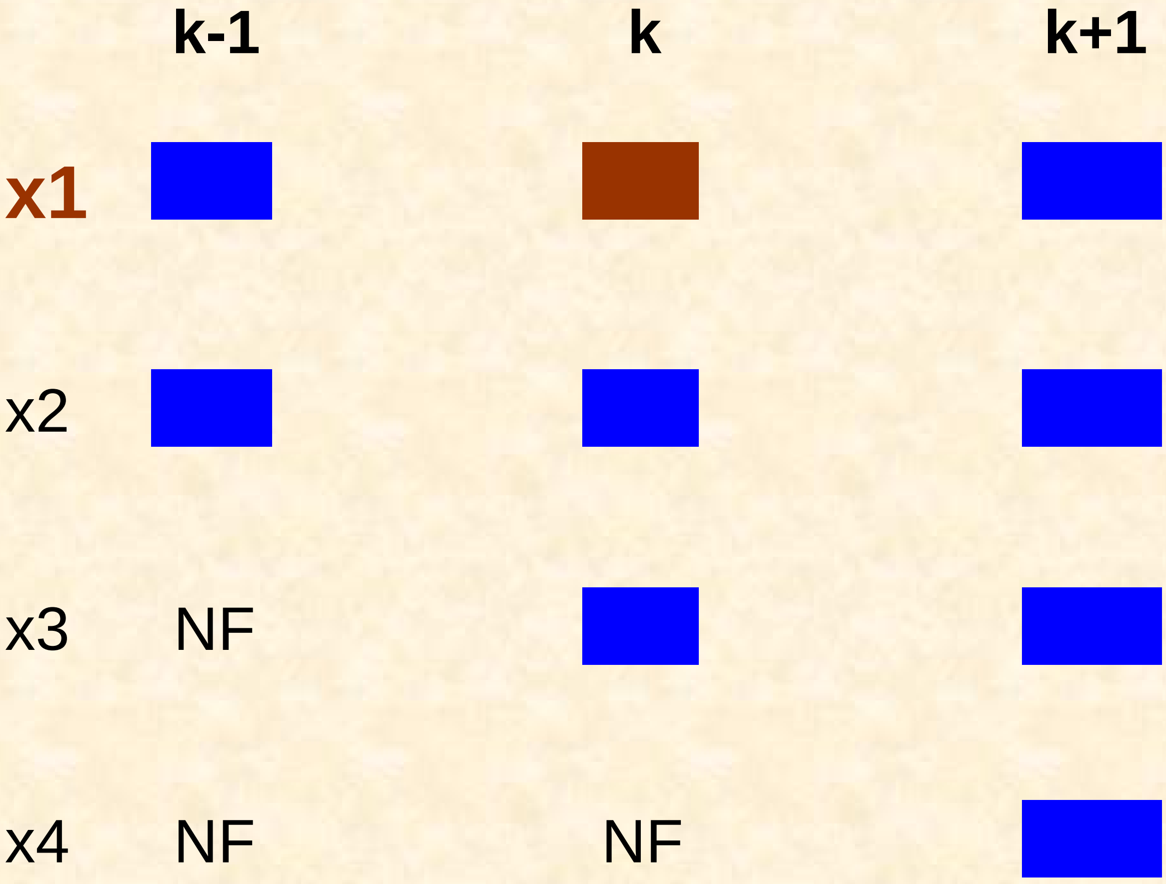
Partiendo de la etapa final (conocida)

$$F_{i*}(T-1) = \cancel{\min_{\{x2(T)\}}} \left\{ P_{i*}(T-1) + T_{i*2}(T-1) + F_2(T) \right\}$$

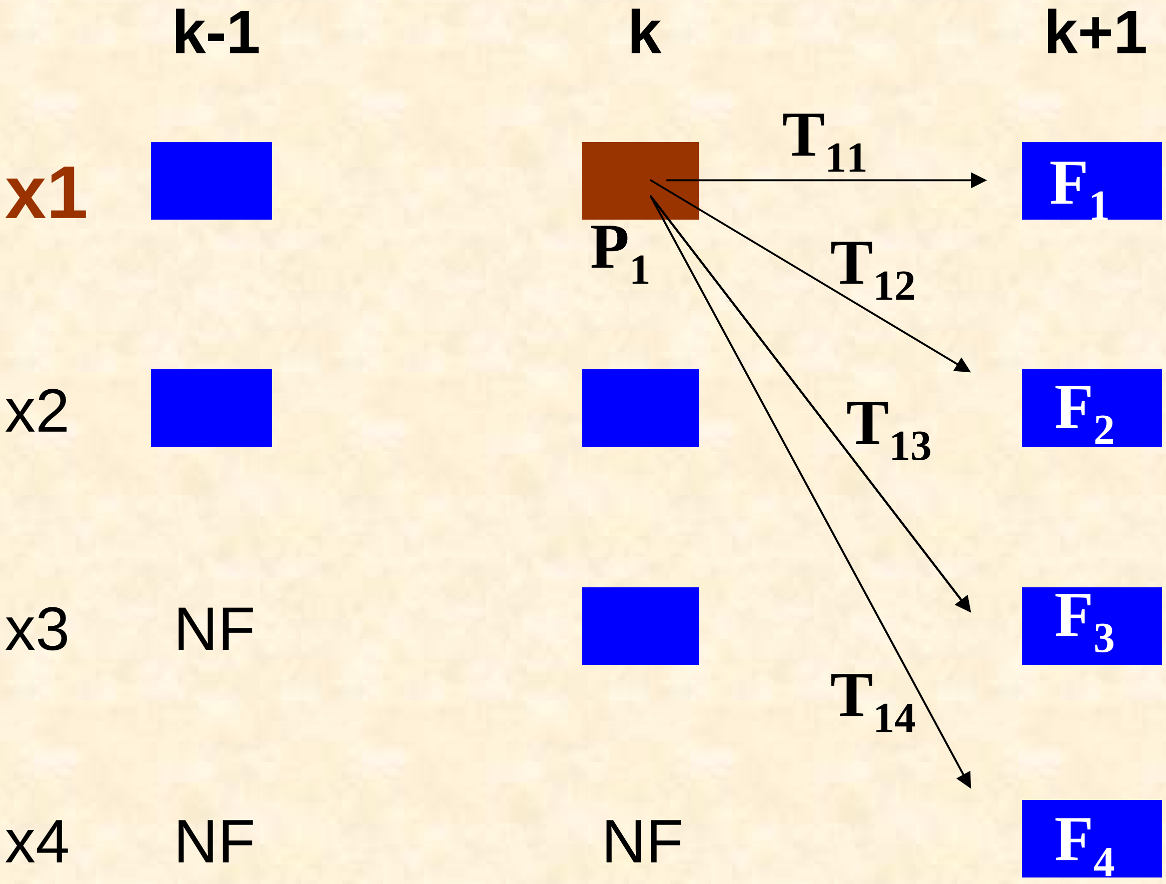


Llevándolo a todas las etapas => formulación recursiva

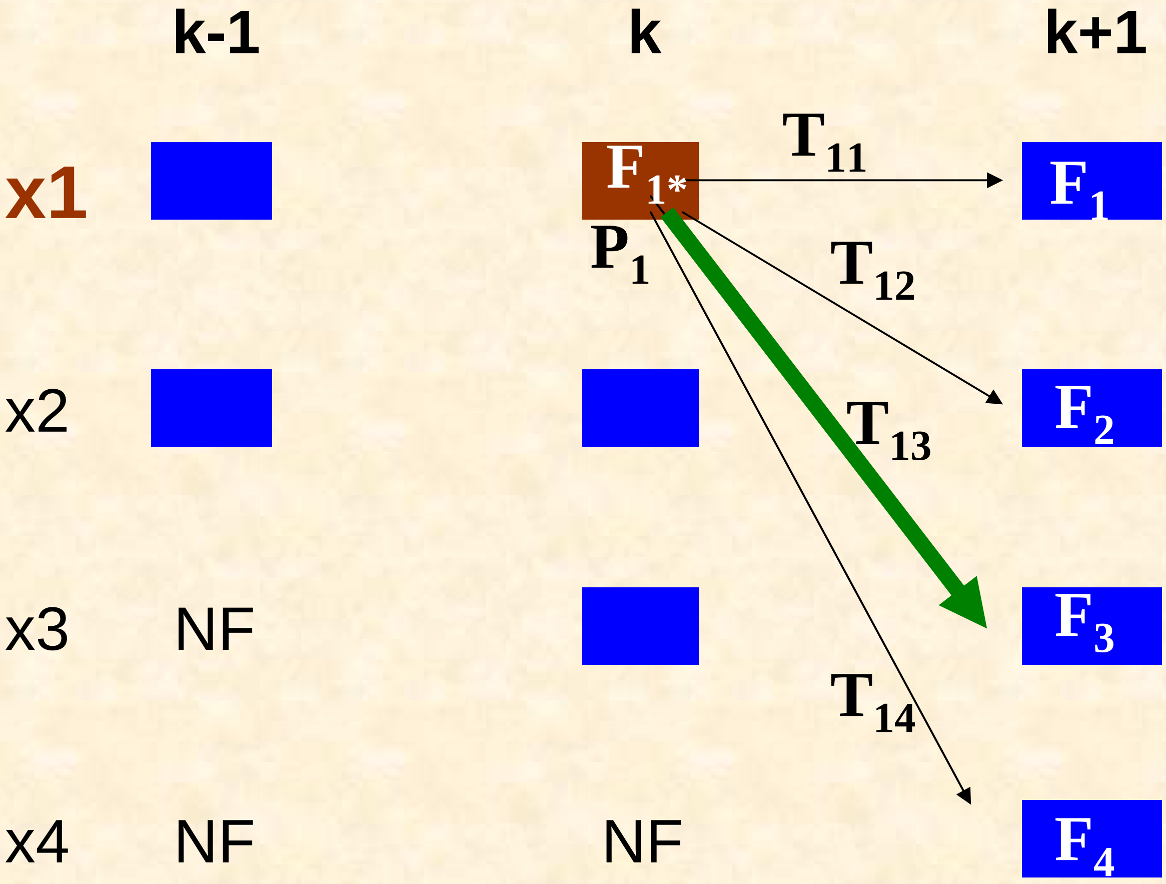
$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$



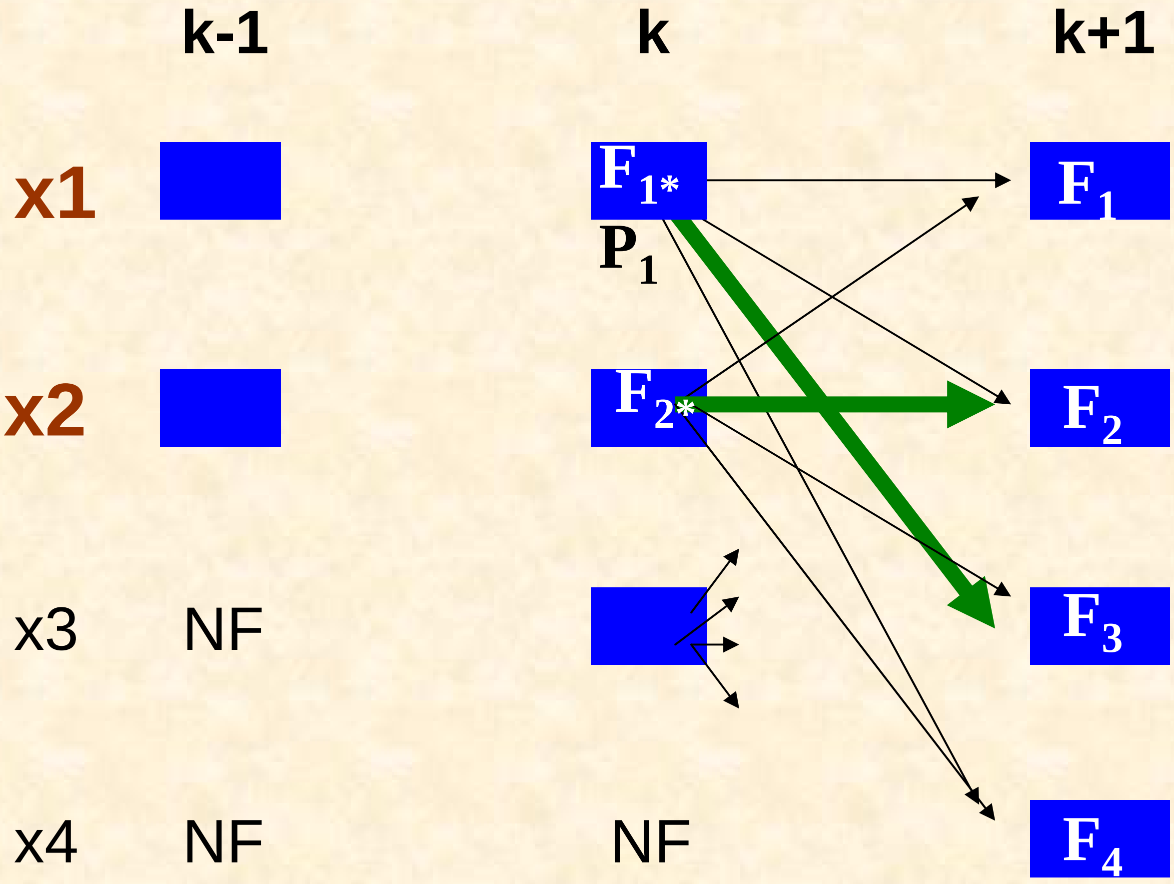
$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$



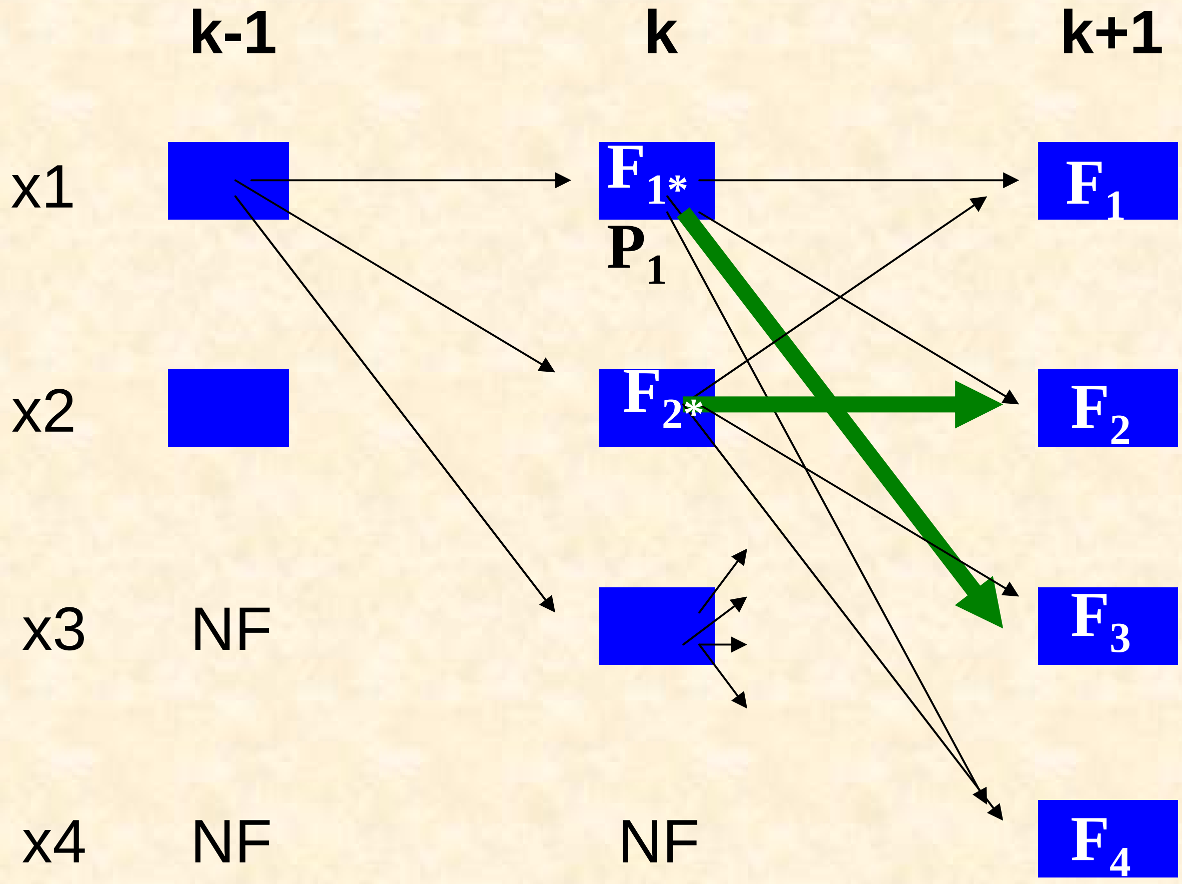
$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$



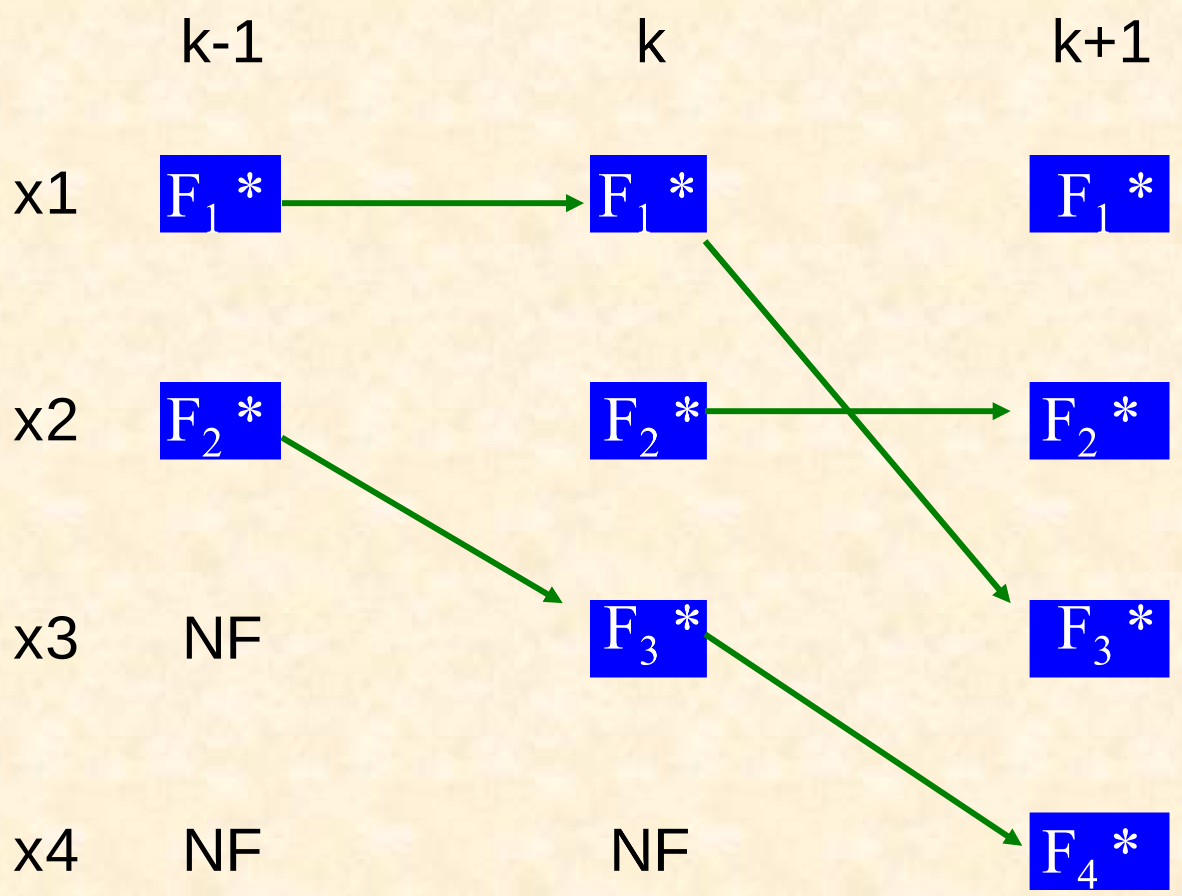
$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$



$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$

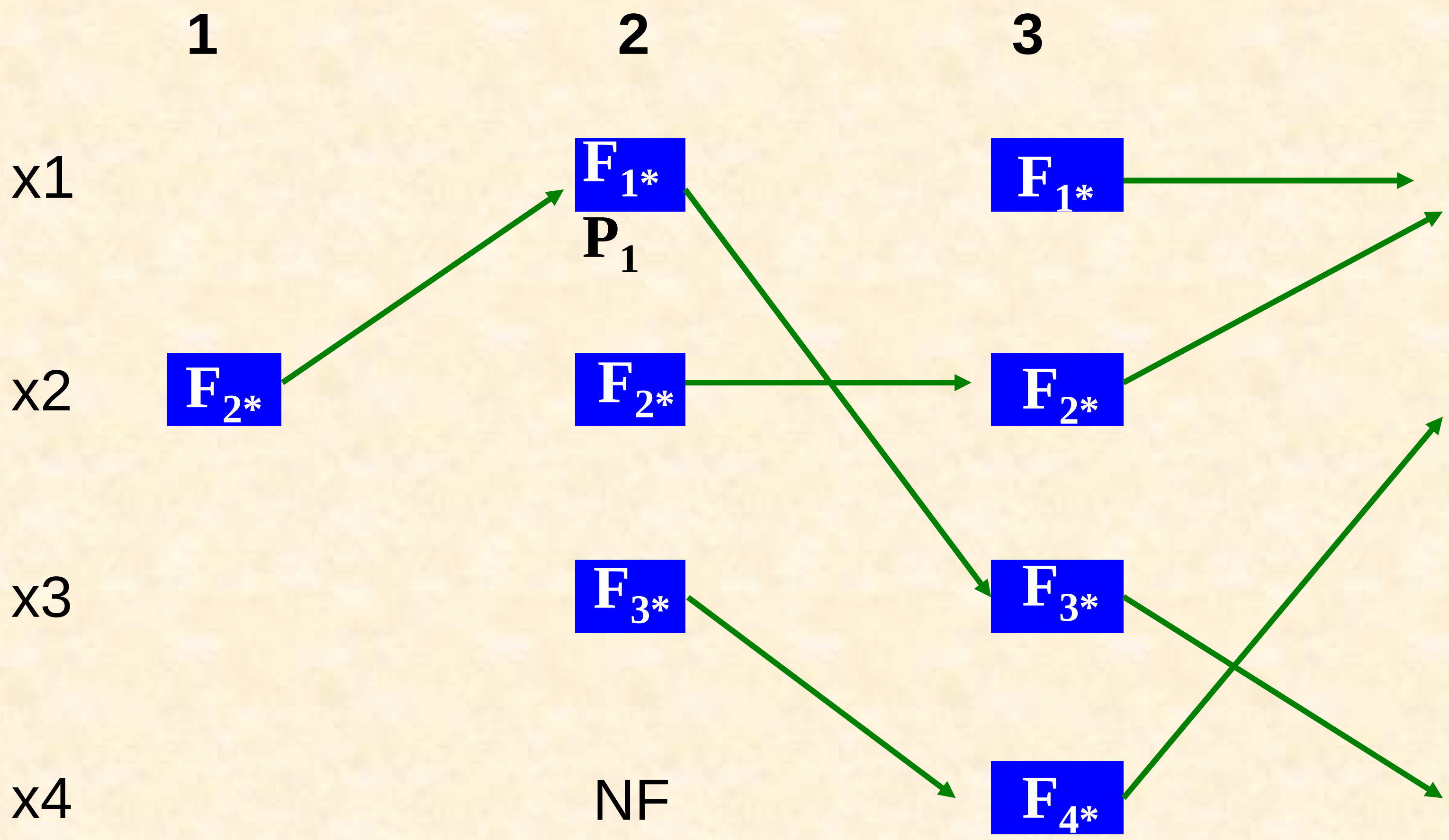


$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$



La primera etapa es conocida

$$F_{i*}(k) = \min_{\{x_j(k+1)\}} \left\{ P_{i*}(k) + T_{i*j}(k) + F_j(k+1) \right\}$$



Proceso anterior es un proceso de optimizaciones por etapas (**OPTIMIZACIÓN**)

•Se calcula hacia atrás y, registrando para c/ combinación x_i de la etapa k, el mínimo $F_i(k)$ y su $x_j(k+1)$ asociada.

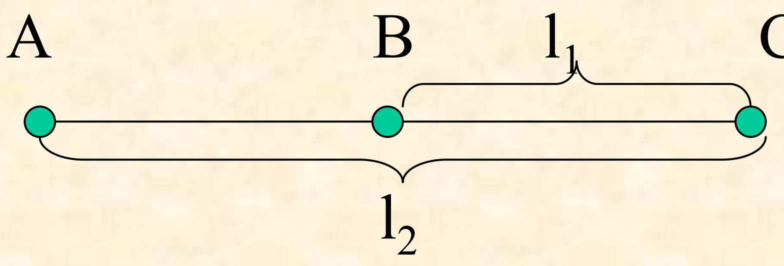
•Proceso intensivo computacionalmente.

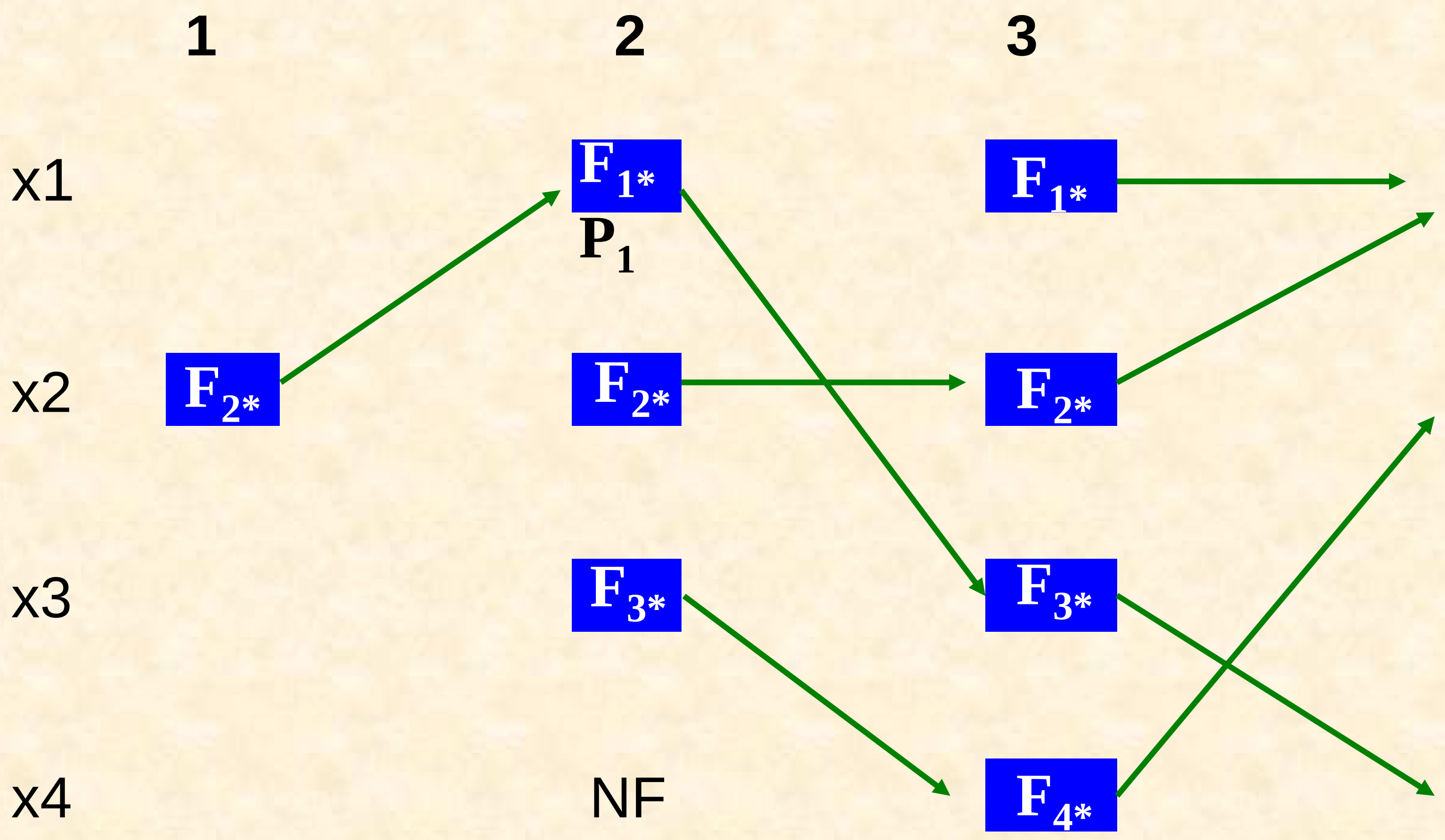
Luego se reproduce el camino óptimo desde la etapa 1 a la N (**SIMULACIÓN**)

•Se maneja la tabla de resultados obtenida extrayendo el camino óprimo.

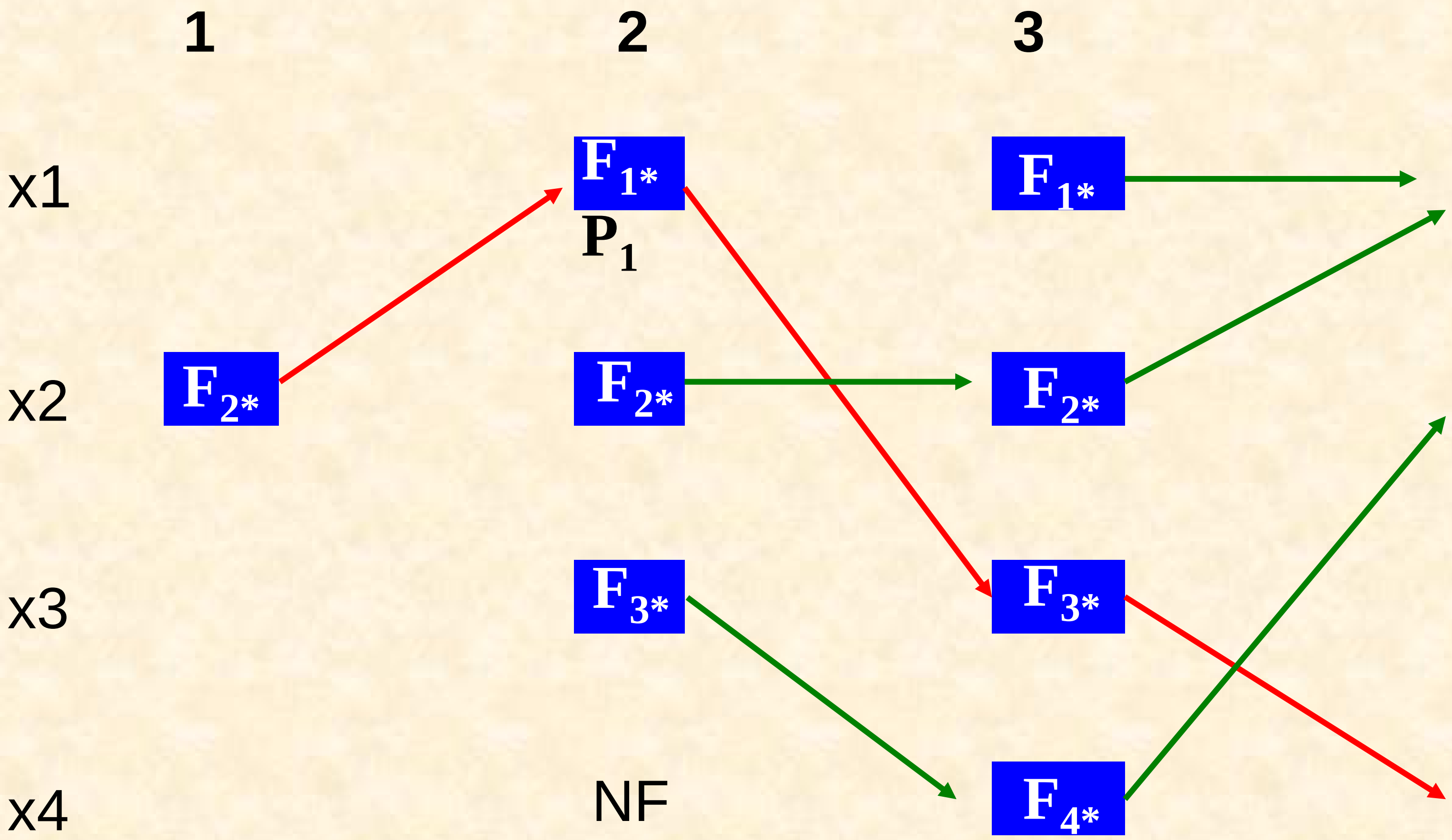
•No involucra procesamiento, sólo selección de datos de un registro.

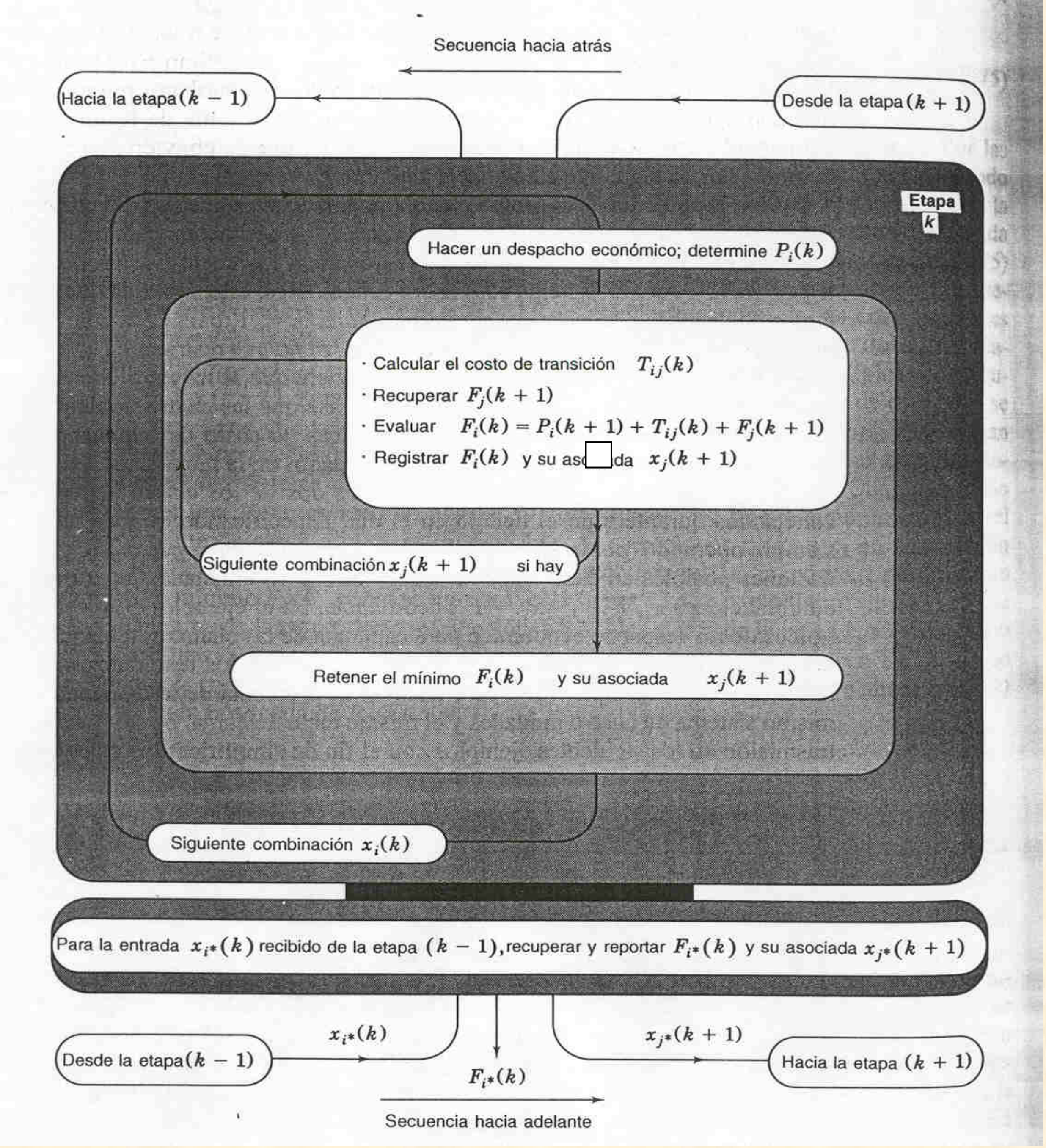
•Principio de optimización: si l_2 tq es óptimo entre A y C, si l_1 es óptimo entre B y C, entonces $l_1 \in l_2$




1
2
3
x1
x2
x3
x4
F2*
F1*
P1
F2*
F3*
NF
F1*
F2*
F3*
F4*

Simulación




Secuencia hacia atrás
Hacia la etapa $(k-1)$
Desde la etapa $(k+1)$
Etapa k
Hacer un despacho económico; determine $P_i(k)$
· Calcular el costo de transición $T_{ij}(k)$
· Recuperar $F_j(k+1)$
· Evaluar $F_i(k) = P_i(k+1) + T_{ij}(k) + F_j(k+1)$
· Registrar $F_i(k)$ y su as da $x_j(k+1)$
Siguiente combinación $x_j(k+1)$ si hay
Retener el mínimo $F_i(k)$ y su asociada $x_j(k+1)$
Siguiente combinación $x_i(k)$
Para la entrada $x_{i*}(k)$ recibido de la etapa $(k-1)$, recuperar y reportar $F_{i*}(k)$ y su asociada $x_{j*}(k+1)$
Desde la etapa $(k-1)$
$x_{i*}(k)$
$F_{i*}(k)$
$x_{j*}(k+1)$
Hacia la etapa $(k+1)$
Secuencia hacia adelante

Sistema hidro térmico de embalse

Programación dinámica determinística o estocástica

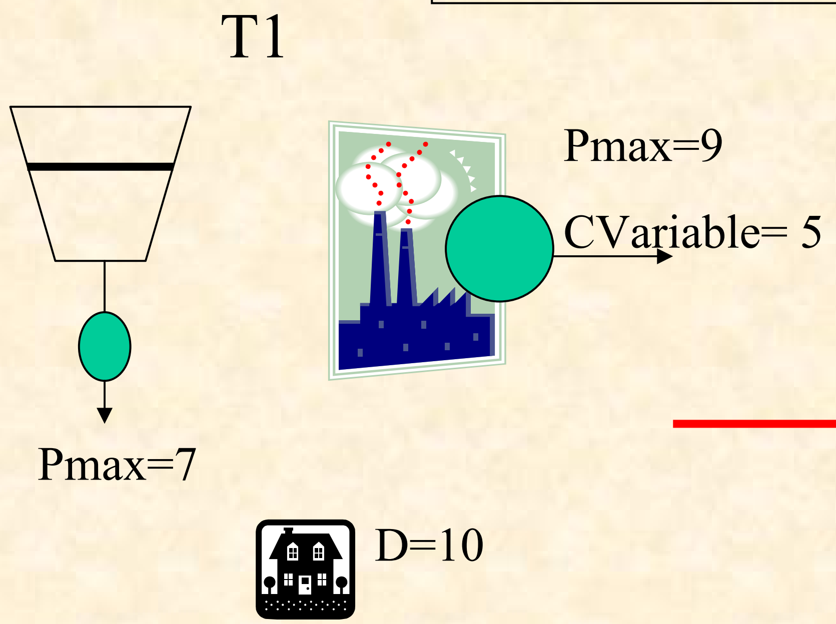
•La programación dinámica es la herramienta más usada para el despacho óptimo hidrotérmico centralizado.

•Si no se considera la variabilidad inherente a los afluentes a las cuencas hidráulicas, este problema se resuelve como un problema de programación dinámica determinística. Lo analizaremos así antes de incorporar la estocasticidad más adelante

•En este caso nos olvidaremos por lo pronto de los costos de transición, típico de centrales térmicas con costos de partida y detención

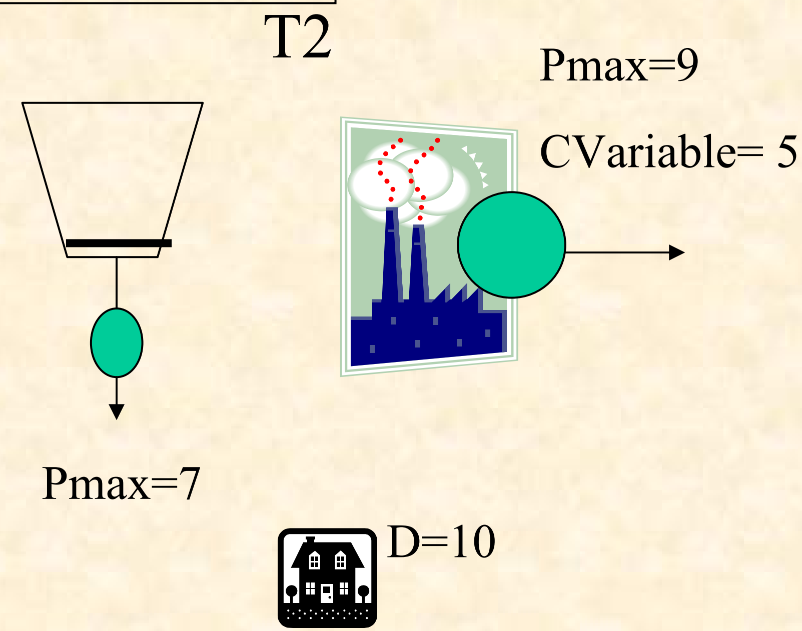
•Así quedamos con un costo presente (P) y un costo acumulado de la operación futura (costo futuro F) en cada etapa, cuya suma es el costo total de esa etapa: CT=CP+CF

Suponiendo Valor unitario hidráulica =0



PH=7 PT=3

Costo: 3*5= **15**



¡no queda agua, la usé en la etapa anterior!

PH=0, PT=9, Pfalla=1

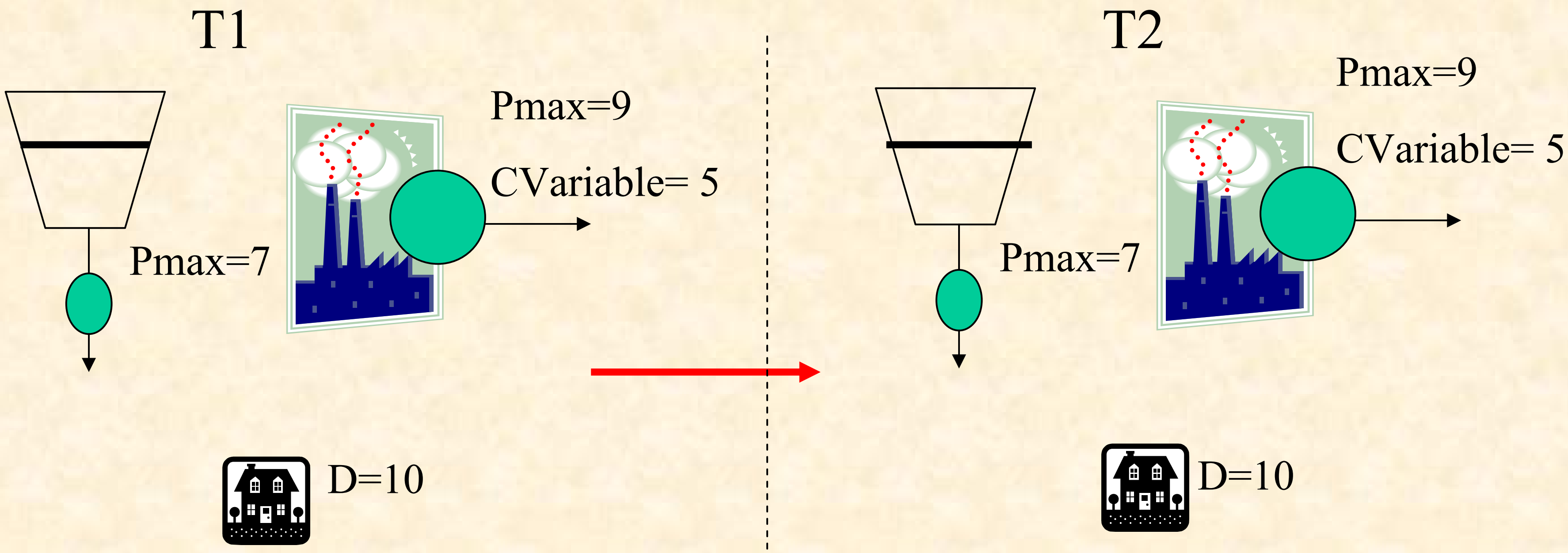
Con costo de falla = 50 (supuesto)

Costo: 9*5+1*50= **95**

Costo total entre los 2 períodos = 110

Visto desde la etapa 1: costo total (110) = costo presente (15) + costo futuro (95)

Suponiendo Valor unitario hidráulica = mas cara que Térmico



T1

PH=1 PT=9

Costo: 9*5= **45**

T2

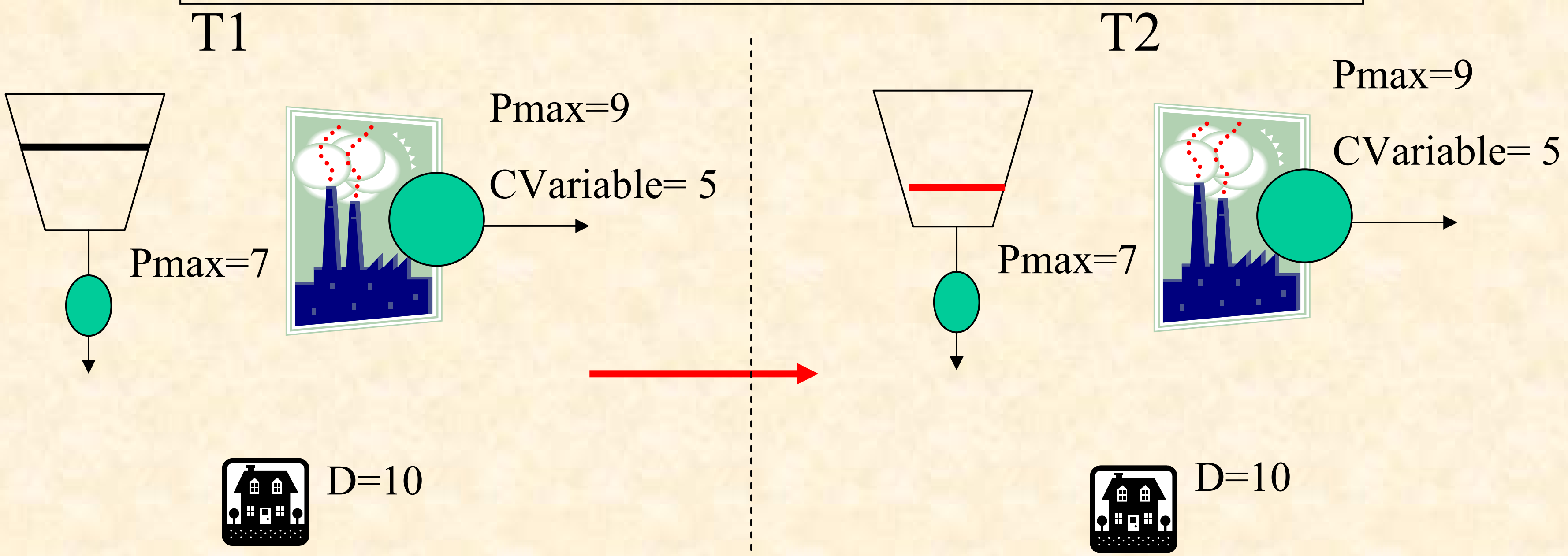
PH=1 PT=9

Costo: 9*5= **45**

Costo total entre los 2 períodos 90

Visto desde la etapa 1: costo total (90) = costo presente (45) + costo futuro (45)

Suponiendo Valor unitario hidráulica = Costo Variable térmica



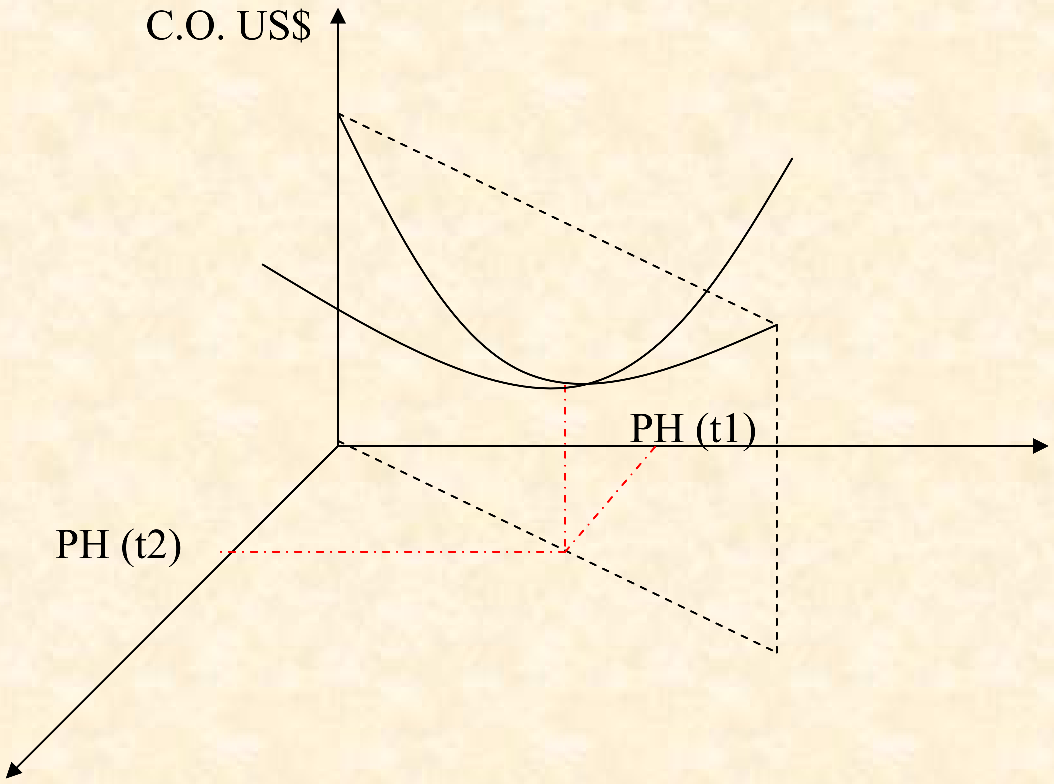
T1	T2
PH=5 PT=5	PH=5 PT=5
Costo: 5*5= **25**	Costo: 5*5= **25**

Costo total entre los 2 períodos 50

Visto desde la etapa 1: costo total (50) = costo presente (25) + costo futuro (25)

¡Siempre y cuando tenga agua suficiente!

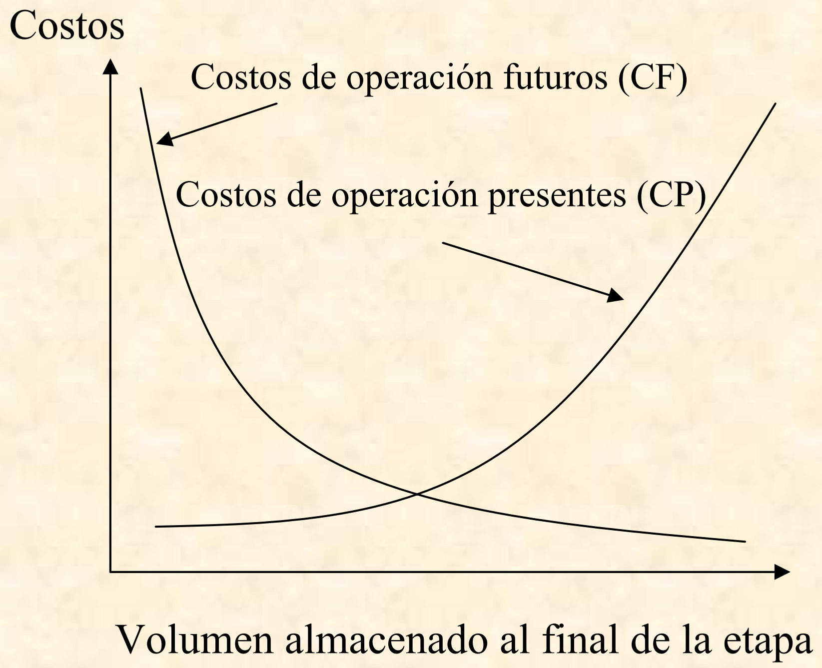
La operación de mínimo costo está en un uso intermedio del agua de la central de embalse.



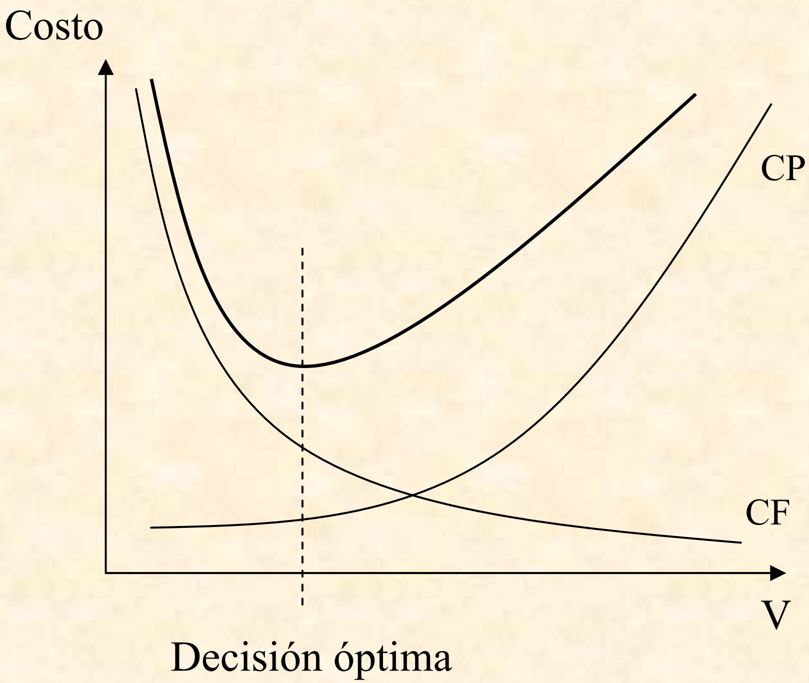
•Como hemos visto antes, en un sistema hidrotérmico de embalse, en cada etapa es posible determinar el costo presente del uso de los recursos utilizados por adoptar una cierta estrategia de operación, lo cual a su vez redunda en un costo futuro incurrido por adoptar esa estrategia.

•Los costos inmediatos corresponden al uso de los combustibles en el presente, y los futuros, al uso de los combustibles en el futuro.

•Estos costos quedan determinados por la forma como se operen los embalses, es decir del volumen alcanzado al final de la etapa.



Condición de optimalidad



$$C = CP + CF$$

$$\frac{\partial C}{\partial V} = \frac{\partial CP}{\partial V} + \frac{\partial CF}{\partial V} = 0$$

Estas derivadas son conocidas como "Valor del Agua"

Veamos la formalización de este problema:

Continuemos con el problema de 2 etapas

Utilizamos variables genéricas para no complicar el problema con las unidades

$$\min \quad c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2$$

$$s.a.$$

$$A_1 \cdot x_1 \geq b_1$$

$$E_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 \geq b_2$$

•Este es un problema de programación lineal

•El subíndice 1 representa el período 1 (o presente) y el subíndice 2 el período 2 (o futuro)

•x: estado del sistema (variable de decisión) volumen final almacenado en nuestro caso. (indirectamente energía térmica utilizada pues D=PH+PT)

•c: costos unitarios de aplicar la estrategia x

•El primer conjunto de restricciones (representado matricialmente) son todas aquellas que sólo dependen del período inicial (condición de borde)

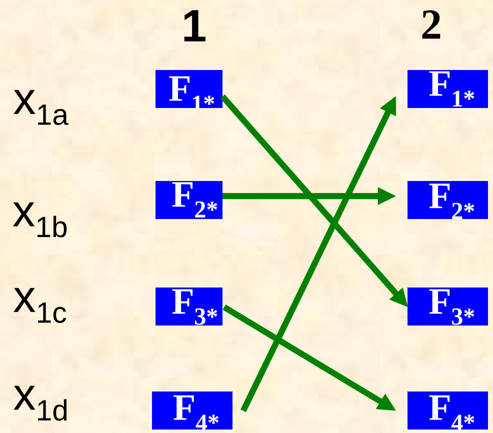
•El segundo conjunto de restricciones son aquellas que vinculan todos los períodos entre si. En este caso, corresponden a la continuidad hidráulica dada por los embalses.

•La metodología de programación dinámica parte desde atrás hacia delante (backward).
•En este caso se supone un cierto volumen al final de la **primera** etapa y con él se resuelve el problema en la **segunda**:

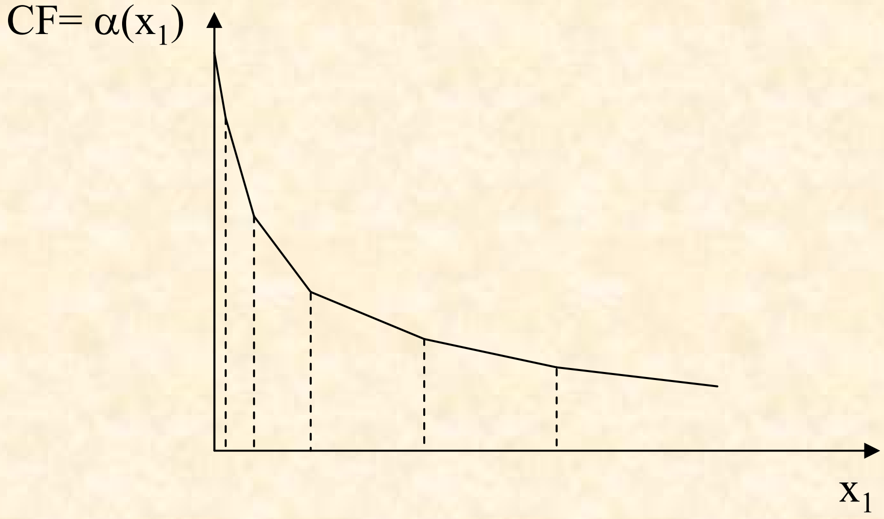
$$\min \quad c_2 \cdot x_2$$
$$s.a.$$
$$A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot \hat{x}_1$$

•De aquí se resuelve el problema de mínimo costo en la segunda etapa para un cierto estado inicial de ella (volumen inicial de la segunda etapa) que es el estado final de la primera etapa. Así, se pueden barrer distintos estados finales de primera etapa que determinarán distintas estrategias óptimas de operación en la segunda etapa.

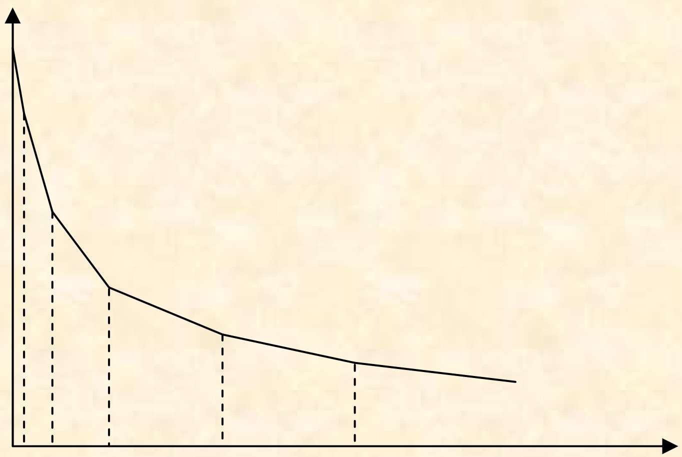
•Recordar:



Lo que se obtiene de este barrido es lo que se conoce como función de costo futuro, pues cada estado x_1 (volumen final de la etapa 1), tiene asociado el costo de operación mínimo de la etapa 2 (futura). Barriendo varios puntos, es decir, discretizado el estado, se obtiene la función interpolando linealmente



Lo que se obtiene de este barrido es lo que se conoce como función de costo futuro, pues cada estado x_1 (volumen final de la etapa 1), tiene asociado el costo de operación mínimo de la etapa 2 (futura). Barriendo varios puntos, es decir, discretizado el estado, se obtiene la función interpolando linealmente



De esta forma el problema completo puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\boxed{\begin{aligned} &\min \quad c_1 \cdot x_1 + \alpha(x_1) \\ &s.a. \\ &\quad A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \end{aligned}}$$

donde

$$\alpha(x_1) = \min \quad c_2 \cdot x_2$$

$$s.a.$$

$$A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot x_1$$

Todo el futuro está contenido exclusivamente en la función de costo futuro

•La generalización de este problema cosiste en continuar el proceso hacia “atras” (recursión) obteniendo en cada etapa las funciones de costo futuro. Veamos el caso de 3 etapas:

$$
\begin{aligned}
&\min \quad c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_3 \\
&s.a. \\
&\quad A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \\
&\quad E_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 \geq b_2 \\
&\quad E_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 \geq b_3
\end{aligned}
$$

Escribiéndolo como problemas por etapas quedaría:

$$
\begin{aligned}
&\min \quad c_1 \cdot x_1 + \alpha_1(x_1) \\
&s.a. \\
&\quad A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \\
&donde \\
&\quad \alpha(x_1) = \min \quad c_2 \cdot x_2 + \alpha_2(x_2) \\
&\quad s.a. \\
&\quad\quad A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot x_1 \\
&\quad donde \\
&\quad\quad \alpha_2(x_2) = \min \quad c_3 \cdot x_3 \\
&\quad\quad s.a. \\
&\quad\quad\quad A_3 \cdot x_3 \geq b_3 - E_2 \cdot x_2
\end{aligned}
$$

RECURSIÓN

RECURSIÓN

$$\min \quad c_1 \cdot x_1 + \alpha_1(x_1)$$

s.a.

$$A_1 \cdot x_1 \geq b_1$$

donde

$$\alpha(x_1) = \min \quad c_2 \cdot x_2 + \alpha_2(x_2)$$

s.a.

$$A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot x_1$$

donde

$$\alpha_2(x_2) = \min \quad c_3 \cdot x_3$$

s.a.

$$A_3 \cdot x_3 \geq b_3 - E_2 \cdot x_2$$

Encontrada la función α_1, se obtiene x_1 óptimo. En realidad este es el primer paso de la simulación

Encontrada la función α_2, se discretiza x_1 y, de esta discretización se obtiene α_1

De la discretización de x_2 se obtiene α_2

SIMULACIÓN

Ahora que se tienen todas las funciones de costo futuro por etapa, comienza el proceso de simulación, el cual consiste en en ir resolviendo el problema hacia delante, conocidas las FCF

$$
\begin{aligned}
&\min \quad c_1 \cdot x_1 + \alpha_1(x_1) \\
&s.a. \\
&\qquad A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \\
&donde \\
&\qquad \alpha(x_1) = \min \quad c_2 \cdot x_2 + \alpha_2(x_2) \\
&\qquad s.a. \\
&\qquad\qquad A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot x_1 \\
&\qquad donde \\
&\qquad\qquad \alpha_2(x_2) = \min \quad c_3 \cdot x_3 \\
&\qquad\qquad\quad s.a. \\
&\qquad\qquad\qquad A_3 \cdot x_3 \geq b_3 - E_2 \cdot x_2
\end{aligned}
$$

SIMULACIÓN

La solución de este proceso son los estados x_i para cada etapa, es decir, la política de operación óptima

Durante muchos años se utilizó este método en distintos centros de despacho para la planificación de la operación.

•Este método tiene un grave inconveniente: la discretización del espacio de estado hace que la dimensión del problema crezca muy rápidamente. Por ejemplo si el vector x_1 tuviera 10 variables (ej., 10 embalses) y cada uno se discretizara en apenas 4 estados, habría 4^{10} valores discretos para x_1 (más de un millón). Este problema es conocido como la **maldición de la dimensionalidad** y restringe el método a pocos embalses

•Para solucionar el problema anterior, se desarrolló otra metodología para encontrar las funciones de costo futuro conocida pomo programación dinámica dual (PDD)

Programación Dinámica Dual

•La idea fundamental, consiste en encontrar una aproximación lineal de la función de costo futuro analítica.
•Recordemos la PL:

Si escribimos el Dual del problema anterior para $\alpha(x_1)$ se tiene:

$$
\begin{aligned}
&\min \quad c_1 \cdot x_1 + \alpha(x_1) \\
&s.a. \\
&\quad A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \\
&donde \\
&\quad \alpha(x_1) = \min \quad c_2 \cdot x_2 \\
&\quad s.a. \\
&\qquad A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot x_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\min \quad c_1 \cdot x_1 + \alpha(x_1) \\
&s.a. \\
&\quad A_1 \cdot x_1 \geq b_1 \\
&donde \\
&\quad \alpha(x_1) = MAX \quad \pi \cdot (b_2 - E_1 \cdot x_1) \\
&\quad s.a. \\
&\qquad \pi \cdot A_2 \leq c_2
\end{aligned}
$$

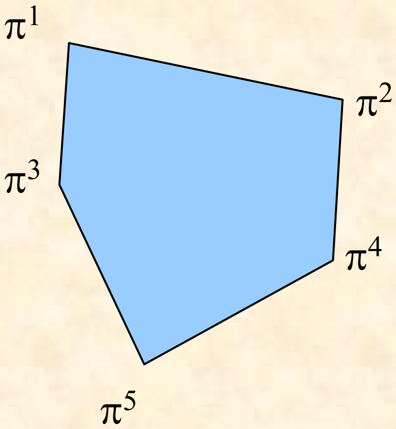
Primal

Dual

•Las soluciones de ambos problemas son coincidentes.

•Ahora el problema no tiene restricciones que dependan de la variable de decisión

($\pi \cdot A_2 \le c_2$). Se obtiene un hiperplano, cuyos vértices son los multiplicadores simplex (π_i). De esta forma bastaría con enumerar los vértices y resolver problema por enumeración:



$$\begin{aligned}
&Para:\\
&\Pi = \{\pi^1, \pi^2, \ldots, \pi^\nu\}\\
&Se \quad resuelve:\\
&\alpha(x_1) = MAX\{\pi^i \cdot (b_2 - E_1 \cdot x_1), para \quad i = 1, \ldots, \upsilon\}
\end{aligned}$$

El problema anterior también se puede escribir de la siguiente forma:

$$\alpha_1(x_1) = \min \quad \alpha$$

$s.a.$

$$\alpha \geq \pi^1 \cdot (b_2 - E_1 \cdot x_1)$$

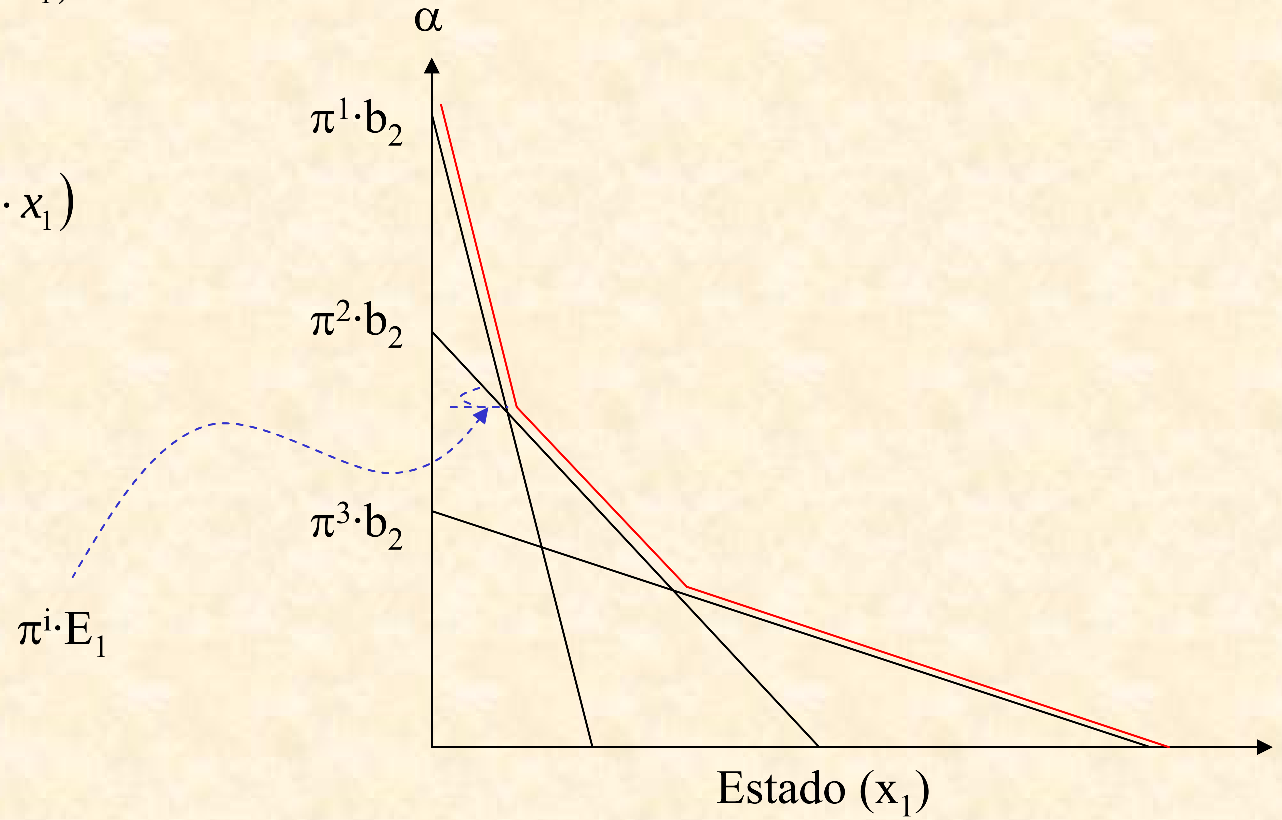
$$\alpha \geq \pi^2 \cdot (b_2 - E_1 \cdot x_1)$$

.

.

$$\alpha \geq \pi^\upsilon \cdot (b_2 - E_1 \cdot x_1)$$

Esta forma de escribir el problema, nos aporta una interpretación geométrica interesante para la FCF



De esta forma, es posible obtener una FCF sin necesidad de discretizar la variable de estado

•Naturalmente, calcular todos los vértices del poliedro factible puede resultar oneroso, por lo que sólo se calcula un subconjunto de ellos para construir una aproximación de la FCF.

•Se prueba para un subconjunto (reducido) de valores de la variable de estado x_{1i}, con ese subconjunto se obtienen n multiplicadores asociados (π^i). Con estos planos se calcula una aproximación de la FCF:

$$\tilde{\alpha}_1(x_1) = \min \quad \alpha$$
$$s.a.$$
$$\alpha \geq \pi^i \cdot (b_2 - E_1 \cdot x_1) \quad para \quad i = 1,\ldots,n$$

Con esta aproximación se resuelve el problema de la primera etapa:

$$z = \min \quad c_1 \cdot x_1 + \tilde{\alpha}_1(x_1)$$
$$s.a.$$
$$A_1 \cdot x_1 \geq b_1$$

Reemplazando la primera ecuación en la segunda:

$$z = \min \quad c_1 \cdot x_1 + \alpha$$

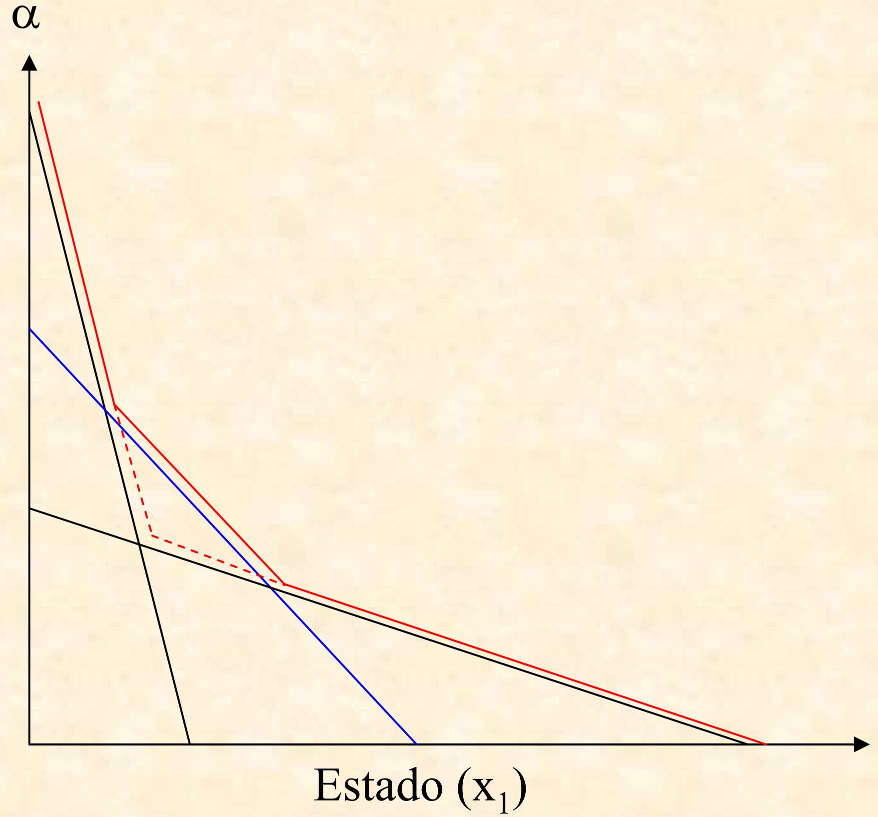
$$s.a.$$

$$A_1 \cdot x_1 \geq b_1$$

$$\alpha \geq \pi^i \cdot \left(b_2 - E_1 \cdot x_1\right) \quad para \quad i = 1,\ldots,n$$

Pero esta aproximación del costo total es una cota inferior del costo real, pues $\tilde{\alpha}_1\left(x_1\right)$ es una cota inferior de la FCF

Considerando sólo los planos negros, se tiene una FCF menor que al considerar un plano más (azul). Como la FCF es siempre convexa, agregar planos adicionales implica siempre un aumento (o quedar igual) del valor de la FCF. Por tanto la aproximación es una cota inferior.



De esta forma se obtiene una cota inferior del costo total: $\underline{Z}$ y el valor de la variable de decisión para esta aproximación:

$$\underline{z} = c_1 \cdot \hat{x}_1 + \hat{\alpha}$$

Con esta solución aproximada $\hat{x}_1$, se resuelve el problema de la segunda etapa:

$$\alpha(x_1) = \min \quad c_2 \cdot x_2$$

$$s.a.$$

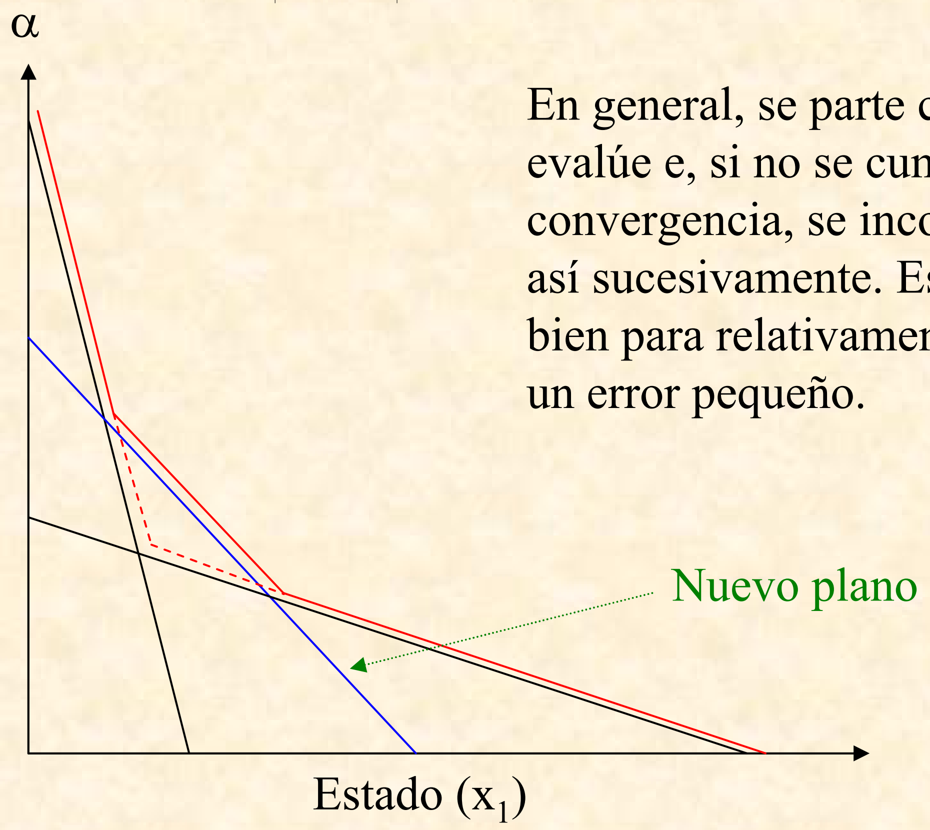
$$A_2 \cdot x_2 \geq b_2 - E_1 \cdot \hat{x}_1$$

De esta forma se obtiene una cota superior para el costo total:

$$\overline{\underline{z}} = c_1 \cdot \hat{x}_1 + \alpha_1(\hat{x}_1)$$

Por tanto existe una diferencia entre los costos la cual depende de lo buena de la aproximación e la FCF. Así, se establece un cierto gap para detener la convergencia. Si este no se alcanza, se calcula otro conjunto adicional de planos.

$$\left| \overline{z} - \underline{z} \right| \leq \varepsilon$$



En general, se parte con un plano, se evalúe e, si no se cumple la condición de convergencia, se incorpora otro plano, y así sucesivamente. Esto converge bastante bien para relativamente pocos planos con un error pequeño.

Estocasticidad

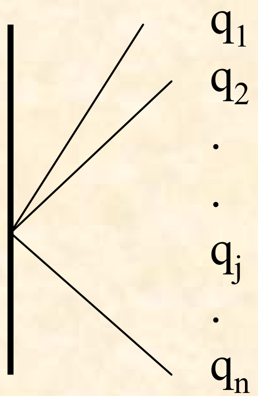
•Los caudales son inciertos en el futuro, por lo que es necesario incorporar esta variable en el problema.

•Programación dinámica estocástica PDE (programación dinámica dual estocástica PDDE)

•La FCF se modela como una esperanza de distintos escenarios de caudales:

•En cada etapa:

$$\overline{\alpha}_i(x_i) = \sum_{i=1}^{m} p_j \cdot \alpha_{ij}(x_i)$$



•Por otro lado en la etapa de simulación, se eligen k secuencias hidrológicas que se suponen para todo el horizonte de planificación, con lo cual se obtienen k soluciones distintas óptimas del problema de despacho hidrotérmico planteado.