
CI63G Planificación de Sistemas de Transporte Público Urbano

Clase 20
Semestre Otoño 2008

Antecedentes Generales

■ Plan Transantiago



Descripción del Problema

- Proceso de planificación de cualquier empresa de transporte público:

- Etapa I {
 1. Diseño de la red de transporte
 2. Diseño del horario de los buses (timetable)
 3. Asignación de los vehículos a los viajes (vehicle scheduling)
- Etapa II {
 4. Asignación de los conductores (driver scheduling)

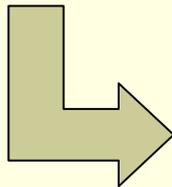
Asignación de Conductores

- Objetivos:

1. Minimizar Costos y respetar restricciones
 - Jornada máxima de 10 hrs.
 - 1 descanso al día, preferentemente al medio de la jornada
 - 45 hrs. semanales, o a los más 57 hrs. pagando extra
 - 1 día libre a la semana
2. Definir las jornadas diarias de cada conductor
 - ↳ Modelo con Generación de Columnas
Problema Maestro y Sub Problema
3. Asignar las jornadas diarias para una semana
 - ↳ Modelo de Rostering

Asignación de Conductores

- Otras Consideraciones:
 - Tres conjuntos de viajes:
 - Lunes a viernes, Sábado y Domingo
 - Cada recorrido sale y regresa a un mismo terminal
 - Restricciones operacionales:
 - Definir cuadrillas de conductores por cada recorrido
 - Minimizar la rotación de conductores entre los buses



Modelo por cada recorrido para cada día por separado

- 3 conjuntos de jornadas Diarias para cada recorrido

Modelo de Generación de Columnas

- Definir las mejores jornadas diarias:
 - Que viajes cubrir
 - En que momento asignar el descanso diario
 - Minimizar el número de jornadas necesarias para cubrir todos los viajes

Problema Maestro

Sub Problema

**Seleccionar las
mejores jornadas**

**Construir
mejores jornadas**

Problema Maestro (PM)

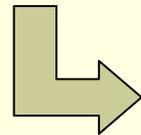
- Seleccionar las mejores jornadas
 - Minimizar el n° de jornadas que cubren todos los viajes
 - Set Partitioning Problem
- Construir conjunto inicial J de jornadas (columnas) factibles
- Solucionar la relajación lineal del problema
- Calcular las variables duales para pasar al Sub Problema

Problema Maestro (PM)

- **Parámetros:** V = conjunto de viajes diarios
 J = conjunto de jornadas (columnas)
 C_j = costo jornada j
 $A_{vj} = \begin{cases} 1 & \text{si el viaje } v \text{ es cubierto por la jornada } j \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall v \in V \\ \forall j \in J \end{matrix}$
- **Variable:** $X_j = \begin{cases} 1 & \text{si la jornada } j \text{ es seleccionada} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \forall j \in J$
- **Restricciones:**
$$\sum_{j \in J} A_{vj} \cdot X_j = 1 \quad \forall v \in V$$
$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J$$
- **Función Objetivo:**
$$\text{Min} \sum_{j \in J} C_j \cdot X_j$$

Sub Problema (SP)

- Proponer nuevas jornadas que mejoren la solución
 - Problema de Ruta mínima con restricción de recursos
 - Duración máxima de la jornada
 - Descanso diario
 - Costo de realizar un viaje proviene de las variables duales del PM
- Red Acíclica y dirigida
 - Red extendida reducida
 - Algoritmo de ruta mínima similar a Dijkstra



Programación Dinámica

Sub Problema (SP)

■ Programación Dinámica

■ Parámetros Red Extendida:

- Numero viaje: índice del n° de viaje
- Máquina (n° bus)
- Jornada: tiempo restante de jornada
- Descanso: si ha descansado o no
- Turno: mañana o tarde

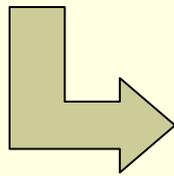
} Nodo = viaje
con distintos
valores de los
parámetros

■ Algoritmo:

- Definir para cada nodo sus nodos antecesoros
- Ruta mínima desde la fuente al sumidero
 - Si costo de la ruta mínima es negativo, construir nueva columna, agregarla a J y reoptimizar el PM
 - Si no, terminar de iterar y resolver el PM entero

Sub Problema

- Restricción Operativa:
 - Que no ocurran muchos cambios de bus en un mismo día (máximo 5)



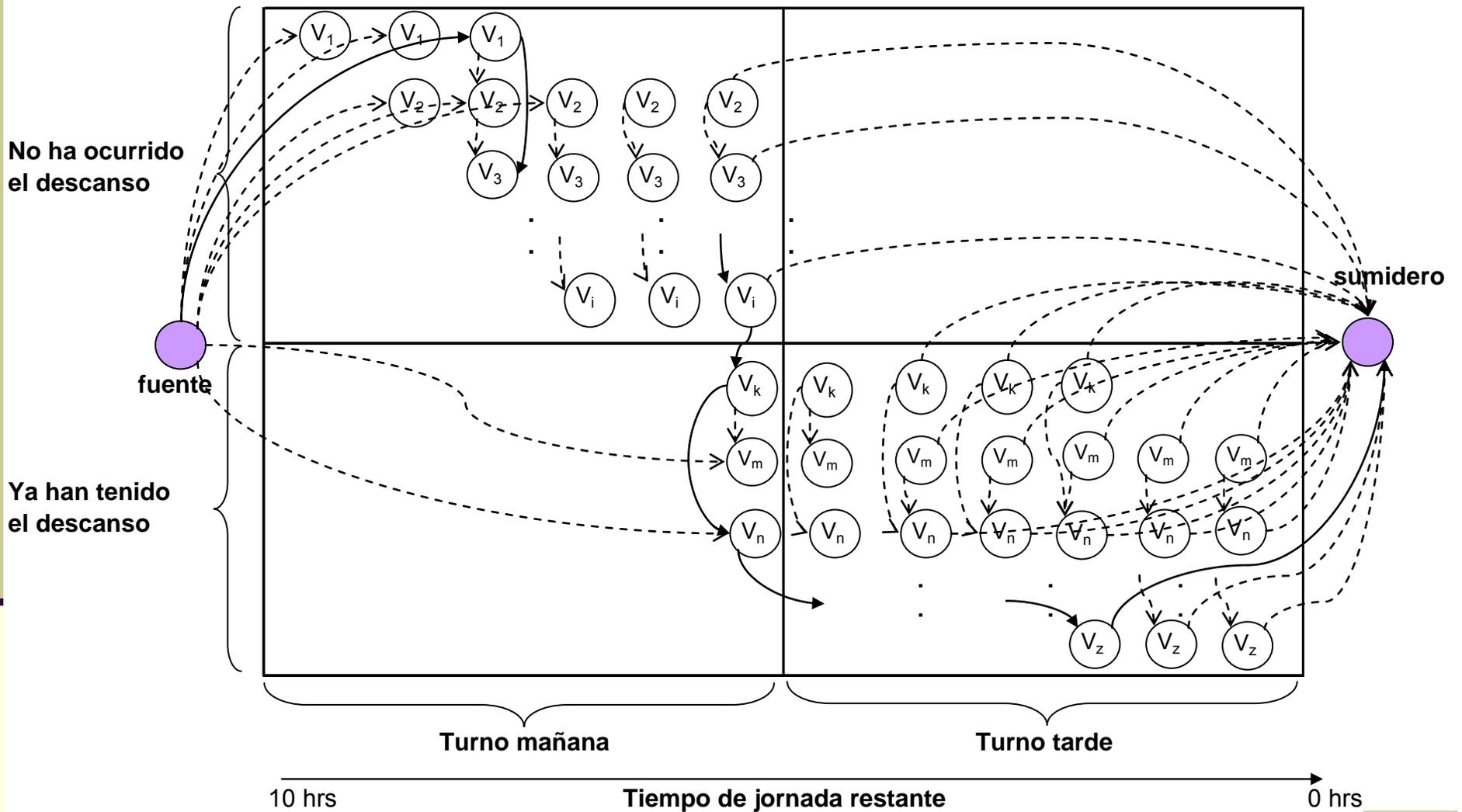
Al definir los antecesores restringir el cambio de buses

Dos escenarios a analizar:

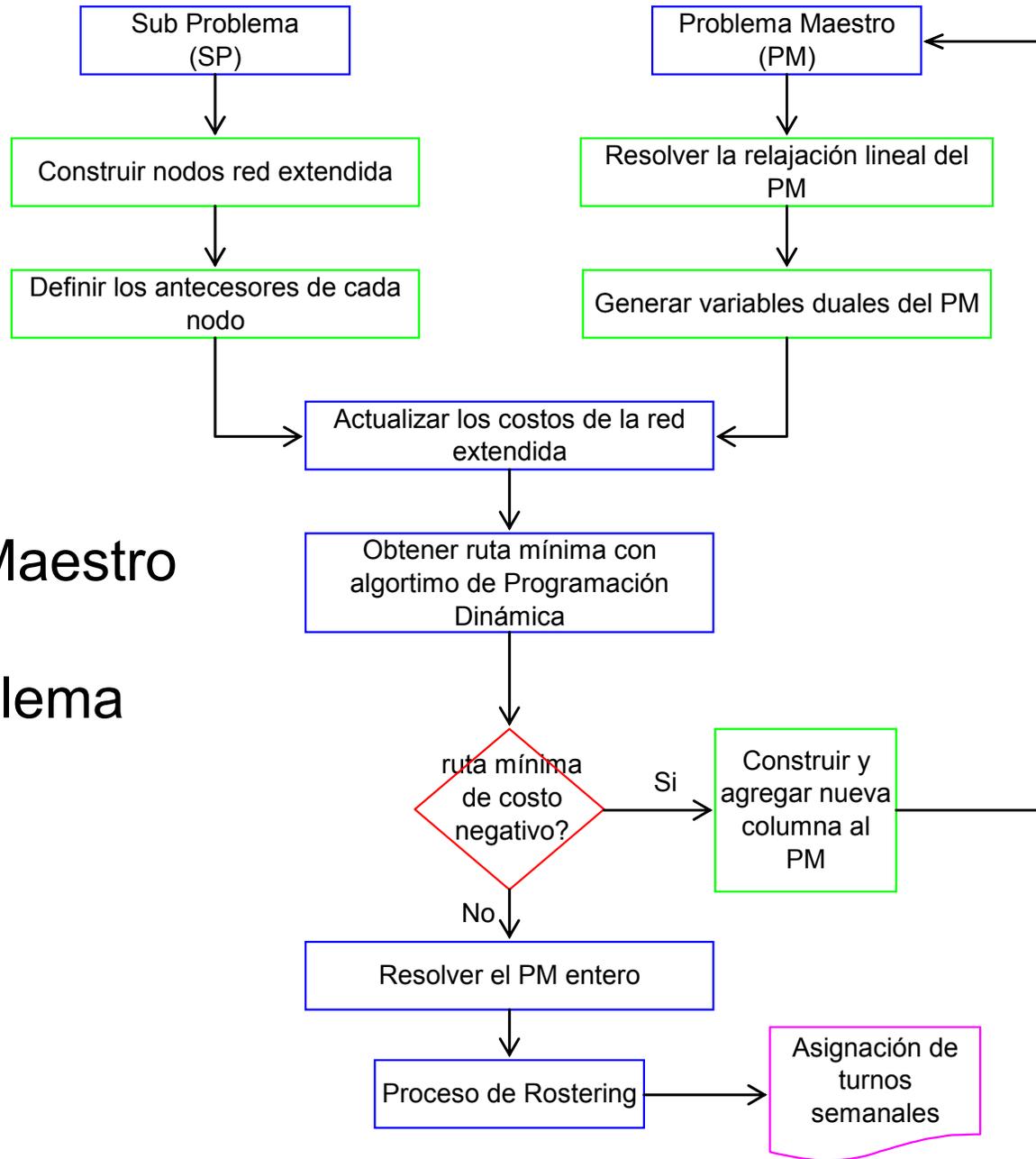
Restringiendo
el cambio de
buses: sólo 1
luego del
descanso

Sin Restringir
el cambio de
buses

Red Extendida SP



Problema Maestro
Y
Sub Problema



Modelo de Rostering

- Las jornadas seleccionadas con Generación de Columna deben ser asignadas a cada conductor por 1 semana
 - Asignar 1 día libre a la semana
 - Trabajar 45 hrs. a la semana, o 57 hrs. pagando extra
 - Minimizar costos totales
 - Sueldo fijo
 - Pago hrs. extra

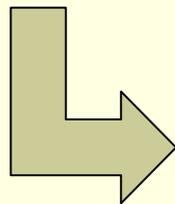
Modelo de Rostering

- Si el n° de conductores es variable
 - Modelo No Lineal
 - Tomar n° de conductores como parámetro
 - Imponer un valor inicial para el n° de conductores y correr el modelo
 - Si es infactible, aumentar en uno el n° de conductores y correr nuevamente el modelo
 - Si es factible → Solución que minimiza el n° de conductores



Modelo de Rostering

- Solución que minimiza el n° de conductores
≠ solución que minimiza costos totales
 - Al aumentar n° de conductores disminuye el pago por horas extra
 - Pero aumenta el pago por sueldos fijos



Correr el modelo aumentando el n° de conductores hasta que los costos totales disminuyan

Resultados

- Instancia:
 - N° de recorridos: 20
 - N° de buses: 253
 - N° promedio de viajes diarios por recorrido \approx 100
- Resultados Obtenidos:

Escenarios	Sin Restringir cambio de buses	Restringir cambio de buses
Minimizar N° Conductores	1	3
Minimizar Costos Totales	2	4

Resultados

Sin Restringir Cambio de Buses			Nº Conductores	Nº Conductores por Bus	Promedio Hrs. Trabajadas Semanal	Promedio Hrs. Extra Semanal
1	Min Nº Conductores	D	260	2,68	46,93	3,23
		F	332	2,13	44,73	2,65
2	Min Costos Totales	D	262	2,7	46,57	3
		F	334	2,14	44,46	2,5
Restringir Cambio de Buses			Nº Conductores	Nº Conductores por Bus	Promedio Hrs. Trabajadas	Promedio Hrs. Extra
3	Min Nº Conductores	D	276	2,85	44,58	2,14
		F	358	2,29	41,03	1,61
4	Min Costos Totales	D	277	2,86	44,42	2,05
		F	358	2,29	41,03	1,61

Resultados

Sin Restringir Cambio de Buses			Costo Promedio Mensual	Costo Total Mensual	Costo Total Anual
1	Min N° Conductores	D	\$ 401.692,29	\$104.439.995	\$1.253.279.940
		F	\$ 392.473,89	\$130.301.330	\$1.563.615.960
2	Min Costos Totales	D	\$ 397.963,34	\$104.266.396	\$1.251.196.752
		F	\$ 389.964,86	\$130.248.263	\$1.562.979.156

Restringir Cambio de Buses			Costo Promedio Mensual	Costo Total Mensual	Costo Total Anual
3	Min N° Conductores	D	\$ 384.204,84	\$106.040.535	\$1.272.486.420
		F	\$ 375.795,13	\$134.534.656	\$1.614.415.872
4	Min Costos Totales	D	\$ 382.764,38	\$106.025.734	\$1.272.308.808
		F	\$ 375.795,13	\$134.534.656	\$1.614.415.872

Resultados

Situación Base

Minimizar Costos Totales Sin restringir cambio de buses

Primer viaje: 05:30 hrs.

Último viaje: 01:30 hrs.

} 20 hrs. diarias 140 hrs. sem.

NºConductores por bus = $140/45 = 3,1$

- Sin pago por horas extra

Resultados

Situación Base

Nº de Conductores
D = 302
F = 485
Total = 787

Costo Total Anual
D = \$ 1.268.400.000
F = \$ 2.037.000.000
Total = 3.305.400.000

Minimizar Costos Totales Sin restringir cambio de buses

Nº de Conductores
D = 262
F = 334
Total = 596

Costo Total Anual
D = \$1.251.196.752
F = \$1.562.979.156
Total = 2.814.175.908

Resultados

Situación Base

**Minimizar Costos Totales
Sin restringir
cambio de buses**

**Disminución 24%
Nº conductores**

**Ahorro 14.86% anual
\$491.000.000**

Conclusiones

- N° Conductores:
 - Sin Restringir < Restringido
- Horas Trabajadas:
 - Restringido < Sin Restringir
- Horas Extra:
 - Restringido < Sin Restringir
- Costo Total:
 - Sin Restringir < Restringido
- Minimizar Costos Totales:
 - Disminuye pago por hrs. extras, pero no los costos totales
 - Sueldo fijo demasiado superior al pago por hrs. extras
 - Si el pago por hrs. extras aumentara, el resultado podría ser inverso

Conclusiones

- Modelo eficiente operativamente:
 - Tiempo de solución menor a 1 HR. en cada zona
 - Disminuye el n° de conductores un 24%
 - Disminuyen los costos en un 14%
 - Ahorro Anual = \$491.000.000

Referencias

- Avishai Ceder, “Urban Transit Scheduling: Framework, Review and Examples”, Journal of Urban Planning and Development, Vol. 128, No 4, Diciembre 2002 pp. 225-244
- A.T. Ernst, H. Jiang, M. M. Krishnamoorthy, D. Sier, “Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models”, European Journal of Operational Research 153 (2004) pp. 3-27
- M. Desrochers, F. Soumis, “A Column Generation Approach to the Urban Transit Crew Scheduling Problem”, Transportation Science, Vol. 23, No. 1, Febrero 1989
- D. Huisman, R. Freling, A. Wagelmans, “Multiple-Depot Integrated Vehicle and Crew Scheduling”, Econometric Institute Report EI2003-02, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam.
- K. Haase, G. Desaulniers, J. Desrosiers, “Simultaneous Vehicle and Crew Scheduling in Urban Mass Transit Systems”, Transportation Science, Vol. 35, No. 3, Agosto 2001 pp.286-303
- K. Hoffman, M. Padberg, “Solving Airline Crew Scheduling Problems by Branch and Cut”, Management Science, Vol. 39, 6 Junio 1993 pp. 657-682.

Referencias

- S. Fores, L. Proll, A. Wren, “An Improved ILP System for Driver Scheduling”, Computer-Aided Transit Scheduling, Agosto 1997, pp 43-61
- S. Fores, L. Proll, A. Wren, “TRACS II: a hybrid IP/heuristic driver scheduling system for public transport”, Journal of the Operational Research Society, Vol. 53, 2002 pp. 1093-1100
- K. Haase and C. Friberg, “An Exact Algorithm for the Vehicle and Crew Scheduling Problem”, Computer-Aided Transit Scheduling, Agosto 1997, pp 63-80
- J. Desrosiers, Y. Dumas, M. Solomon, F. Soumis, “Time Constrained Routing and Scheduling “, Handbook in OR & MS, Vol. 8, 1995, Capítulo 2, pp. 35-139

Material Adicional

Sub Problema

■ Notación

- N : conjunto que almacena todos los nodos de la red extendida
- $V[i]$: índice del viaje asociado al nodo i
- $E[j]$: costo de visitar el nodo j por alguna ruta factible desde la fuente.
- $P[j]$: nodo antecesor a j elegido para llegar a él.
- $A[j]$: conjunto de todos los nodos antecesores al nodo j .
- $C[i][j]$: costo de pasar desde el nodo i al nodo j , con i nodo antecesor a j
- $D[v]$: valor de la variable dual de la restricción de cubrimiento del viaje v

Sub Problema

■ Algoritmo de Ruta Mínima

1. Inicialización

$$E[f] = 0 \quad E[i] = K = 1000 \quad \forall i \in N$$

2. Definir los costos de acuerdo a las variables duales del PM

$$C[i][j] = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ es la fuente} \\ -D[V[i]] & \text{si no} \end{cases}$$

3. Elegir el nodo a analizar según orden en que fueron creados

$$E[j] = \text{Min}_i \{E[j], E[i] + C[i][j]\} \quad P[j] = i$$

$$\forall j \in N \quad i \in A[j]$$

Sub Problema

- Algoritmo de Ruta Mínima
 4. Costo ruta mínima = $E[s]$
 1. Si $E[s] \leq 0 \rightarrow$ construir nueva columna, reoptimizar PM, recalcular variables duales y volver a 2
 2. Si $E[s] > 0 \rightarrow$ terminar



Modelo de Rostering

- Parámetros:
 - DJ_j = duración jornada j
 - DD_j = duración del descanso de la jornada j
- Variables:

$$X_{cjd} = \begin{cases} 1 & \text{si la jornada } j \text{ es asignada al conductor } c \text{ el día } d \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \forall c \in \{1, 2, \dots, C\} \quad j \in J_h \quad d \in \{\text{lunes}, \dots, \text{viernes}\}$$

$$Y_{cj} = \begin{cases} 1 & \text{si la jornada } j \text{ es asignada al conductor } c \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \forall c \in \{1, 2, \dots, C\} \quad j \in J_d$$

$$Z_{cj} = \begin{cases} 1 & \text{si la jornada } j \text{ es asignada al conductor } c \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \forall c \in \{1, 2, \dots, C\} \quad j \in J_d$$

$$L_{cd} = \begin{cases} 1 & \text{si el conductor } c \text{ tiene el día } d \text{ libre} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \forall c \in \{1, 2, \dots, C\} \quad d \in \{\text{lunes}, \dots, \text{domingo}\} \quad 1/4$$

Modelo de Rostering

- Variables:

$W_c =$ minutos trabajados a la semana por el conductor $c \quad \forall c \in \{1, 2, \dots, C\}$

$H_c =$ minutos de holgura a la semana del conductor $c \quad \forall c \in \{1, 2, \dots, C\}$

- Función Objetivo:

$$\text{Max} \sum_{c=1}^C H_c$$

- Restricciones: $\forall c \in \{1, 2, \dots, C\}$

- Definir las horas semanales trabajadas

$$W_c = \sum_{d=\text{lunes}}^{\text{viernes}} \sum_{j \in J_h} X_{cjd} \cdot (DJ_j - DD_j) + \sum_{j \in J_s} Y_{cj} \cdot (DJ_j - DD_j) + \sum_{j \in J_d} Z_{cj} \cdot (DJ_j - DD_j)$$

Modelo de Rostering

- Restricciones:

- No trabajar mas de 57 horas

- 1 día libre a la semana $W_c \leq 57 \cdot 60$

- No asignar jornada los días libre $\sum_{d=\text{lunes}}^{\text{domingo}} L_{cd} = 1$

$$X_{cjd} \leq 1 - L_{cd} \quad \forall j \in J_h \quad \forall d \in \{\text{lunes}, \dots, \text{viernes}\}$$

$$Y_{cj} \leq 1 - L_{c5} \quad \forall j \in J_s$$

$$Z_{cj} \leq 1 - L_{c6} \quad \forall j \in J_d$$

Modelo de Rostering

■ Restricciones

- Asignar las jornadas a un único conductor

$$\sum_{c \in C} X_{cjd} = 1 \quad \forall j \in J_h \quad \forall d \in \{\text{lunes}, \dots, \text{viernes}\}$$

$$\sum_{c \in C} Y_{cj} = 1 \quad \forall j \in J_s$$

$$\sum_{c \in C} Z_{cj} = 1 \quad \forall j \in J_d$$

- Asignar a lo mas 1 jornada a cada conductor $\forall c \in \{1, 2, \dots, C\}$

$$\sum_{j \in J_h} X_{cjd} \leq 1 \quad \forall d \in \{\text{lunes}, \dots, \text{viernes}\}$$

$$\sum_{j \in J_s} Y_{cj} \leq 1 \quad \sum_{j \in J_d} Z_{cj} \leq 1$$

- Definir las variables de holgura

$$H_c = 57 \cdot 60 - W_c$$

