CI63G Planificación de Sistemas de Transporte Público Urbano

Clase 18

Semestre Otoño 2008

Unidades Temáticas

1. La oferta de transporte público urbano (2 semanas)
2. La demanda por TPU (1,5 sem.)
3. Diseño y optimización de servicios de TPU (2,5 sem.)
4. Determinación de tarifas en TPU (2,5 sem.)
5. Modelos de planificación de operaciones (2,5 sem.)
6. Equilibrio y asignación en redes de TPU (2,5 sem.)
7. Formas de organización del TPU (1,5 sem.)

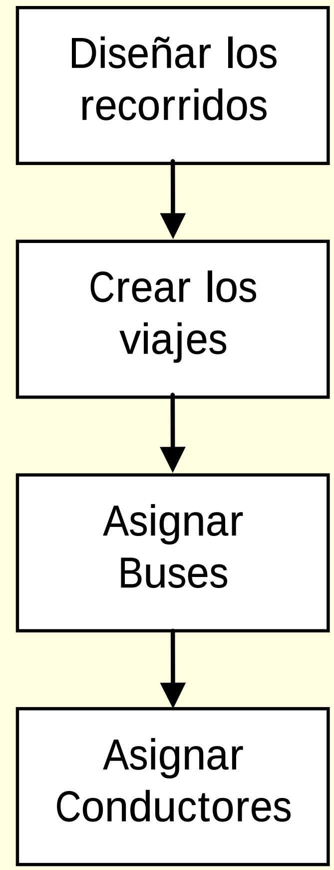
Descripción del Problema

- Proceso de planificación de cualquier empresa de transporte público:

1. Diseño de la red de transporte
2. Diseño del horario de los buses (timetable)
3. Asignación de los vehículos a los viajes (vehicle scheduling)
4. Asignación de los conductores (driver scheduling)

Etapa I

Etapa II

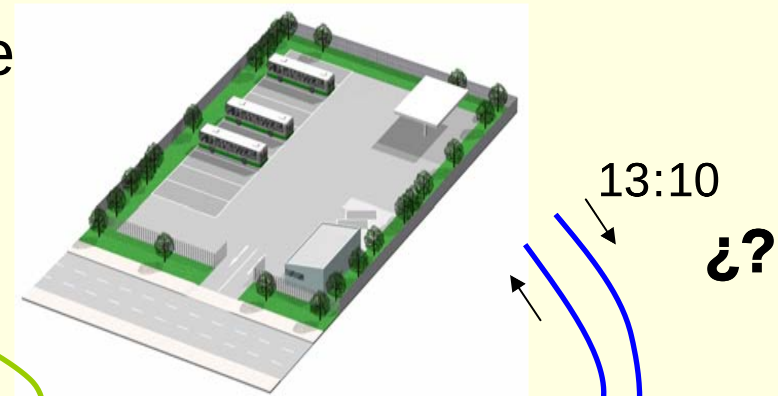


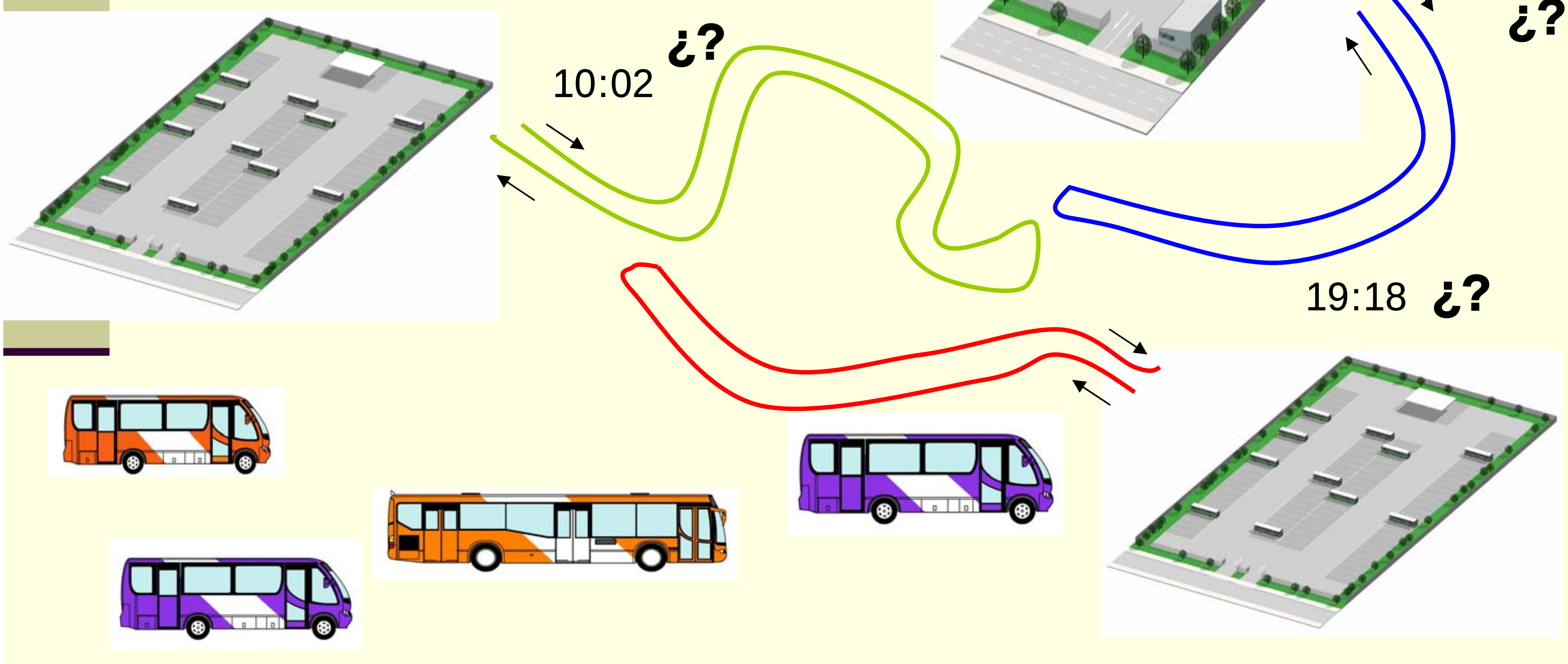
Etapa I: Creación de viajes y Asignación de buses

- Objetivos:
  - Creación de los viajes
    - Hora de inicio y fin de un viaje
    - Tipo de bus que realizará el viaje
    - Ruta en la cual se debe hacer el viaje
  - Asignación de los buses
    - Que bus asigno a un viaje determinado
    - Que hace dicho bus luego que realiza el viaje

Problema a resolver

- Operaciones de una empresa de transporte público





Algunos modelos usados en la literatura para resolver etapa I

- Generación de viajes: *timetabling*
- Asignación de vehículos: *multiple depot vehicle scheduling problem (MDVSP)*
- En general, problema de generación de viajes se trata de forma separada al de asignación de vehículos
- Generación de itinerarios no ha sido estudiado de forma tan masiva como la asignación de vehículos
- Generación de viajes depende de la demanda, y en la práctica se hace en forma bastante manual

Modelos de la literatura: etapa I

Generación de viajes: *timetabling*

- Ceder et al. (2001): Modelo que maximiza la sincronización de los vehículos en la red.
  - Asume red existente de recorridos con cierta demanda de pasajeros por hora del día.
  - Modelo maximiza el número de llegadas simultáneas a los nodos de la red: útil cuando redes presentan múltiples puntos de trasbordo.

Modelos de la literatura: etapa I

Generación de viajes en conjunto con asignación de vehículos: *timetabling y scheduling*

- Yan y Chen (2002): Modelo que crea itinerarios y realiza asignación de buses con tamaño de flota y demanda de pasajeros fijos
  - Utiliza múltiples redes espacio-tiempo
  - Formulado como problema en redes multicommodity entero mixto
  - Solución: algoritmo basado en relajación lagrangeana, método de subgradiente, método simplex para redes, heurística Lagrangeana y algoritmo de descomposición de flujos
  - Trabaja con demanda de pasajeros directamente: maximiza la ganancia en FO, en vez de minimizar costos

Modelos de la literatura: etapa I

Asignación de vehículos: *secuenciar series de viajes en bus en bloques o schedules que pueden ser operados por buses.*

- Ribeiro y Soumis (1994): enfoque basado en generación de columnas para 300 viajes y 6 terminales, resuelto con heurística.
- Lobel (1998): se resuelve problema con 70 millones de variables, sobre 25 mil viajes y 50 terminales.
- Ambos trabajos se basan en formulación clásica para el MDVS propuesta por Forbes et. al (1994) donde se propone dos formulaciones para asignación de vehículos (asignación y luego flujo en redes de multicommodities), el cual es resuelto en forma exacta para 600 viajes y 3 terminales, pero no permite que el bus haga transbordos en terminales

Modelos de la literatura: etapa I

- Haghani y Banihashemi (2002) modifica Forbes et al. (1994) agregándole nodo de trasbordo, permitiendo que puedan volver al terminal y luego continuar con rutina de viajes.
- Se agrega “Route time constraints” que restringe los bloques en duración, obteniendo MDVSRTC: *multiple depot vehicle scheduling problem with route time constraints,* que se define como encadenar los viajes juntos y construir un día de trabajo para cada bus satisfaciendo las siguientes condiciones:
  - FO específica debe ser minimizada (usualmente una combinación de costo de capital y operación de los vehículos.
  - Cada viaje sebe ser operado por un vehículo solamente.
  - Cada terminal tiene un número limitado de vehículos.
  - Cada vehículo vuelve al mismo terminal desde donde partió.
  - El tiempo total que el vehículo está fuera del terminal podría estar acotado

Modelos de la literatura: etapa I

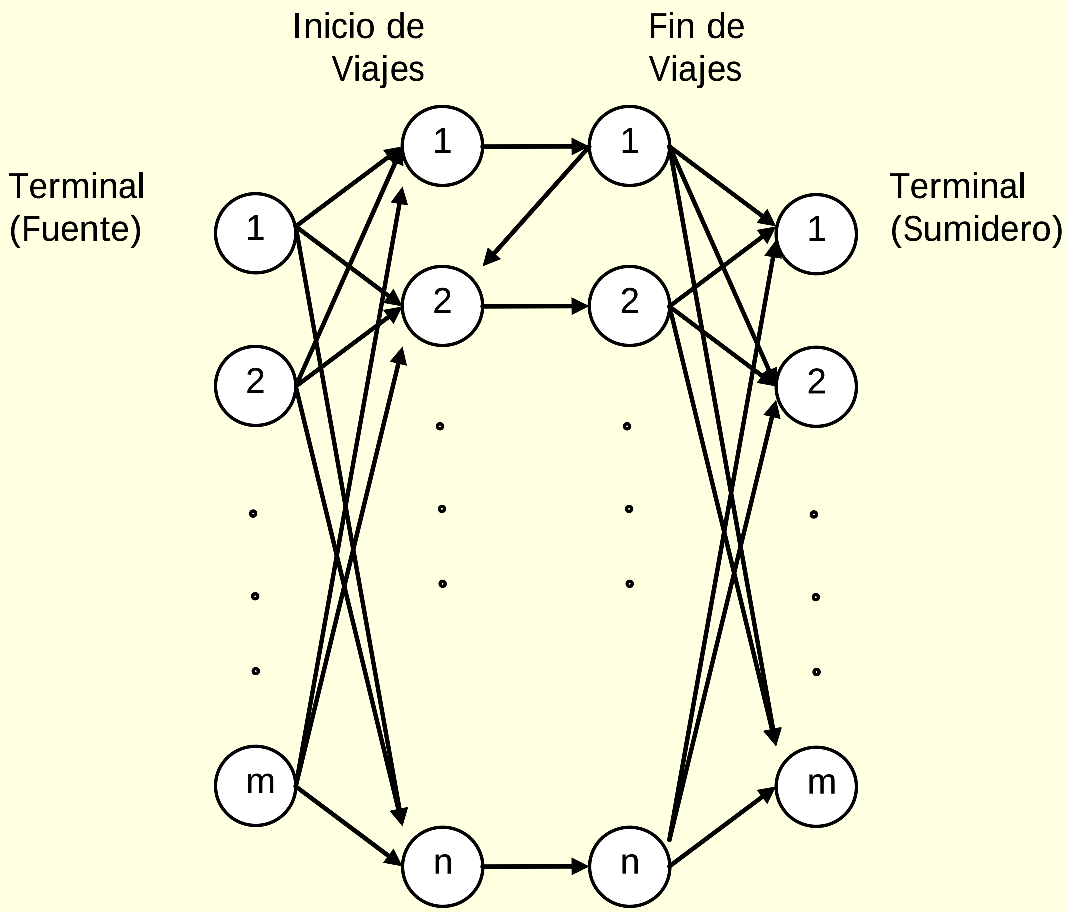
- MDVSRTC resuelto en la mayoría de los casos en forma heurística por la dimensión y complejidad del problema resultante
- FO de MDVSRTC puede ser una de las siguientes:
  - Minimizar el número total de vehículos (costo de capital o costo fijo asociado a vehículos)
  - Minimizar el tiempo o costo asociado a *deadhead*
  - Minimizar una combinación de ambas

Modelos de la literatura: etapa I

- MDVSRTC resuelto en la mayoría de los casos en forma heurística por la dimensión y complejidad del problema resultante
- FO de MDVSRTC puede ser una de las siguientes:
  - Minimizar el número total de vehículos (costo de capital o costo fijo asociado a vehículos)
  - Minimizar el tiempo o costo asociado a *deadhead*
  - Minimizar una combinación de ambas
- Haghani y Banihashemi (2002) resuelven el problema para 900 viajes, conocidos de antemano. Además desarrollan dos heurísticas para resolver problemas de mayor tamaño

Modelos de la literatura: etapa I

- Forbes et al. (1994)



Modelos de la literatura: etapa I

- Forbes et al. (1994)

$$\text{Min} \quad \sum_{d,i} a_{d,i} A_{d,i} + \sum_{i,j,d} c_{i,j,d} X_{i,j,d} + \sum_{d,i} b_{i,d} B_{i,d}, \tag{1a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j} A_{d,i} \leqslant r_d \quad \forall d, \tag{2a}$$

$$A_{d,i} + \sum_{j} X_{j,i,d} - w_{i,d} = 0 \quad \forall i, d, \tag{3a}$$

$$B_{i,d} + \sum_{j} X_{i,j,d} - w_{i,d} = 0 \quad \forall i, d, \tag{4a}$$

$$\sum_{j} B_{i,d} \leqslant r_d \quad \forall d, \tag{5a}$$

$$\sum_{d} w_{i,d} = 1 \quad \forall i, \tag{6a}$$

All variables integer, (7a)

where *Fixed Cost* is the fixed cost of one vehicle converted into an equivalent operational cost,

Modelos de la literatura: etapa I

- Forbes et al. (1994)

$$A_{d,i} = \begin{cases} 1 & \text{if trip } i \text{ is the first trip run by a vehicle from depot } d, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$X_{i,j,d} = \begin{cases} 1 & \text{if compatible trips } i \text{ and } j \text{ are run consecutively by a vehicle from depot } d, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$B_{i,d} = \begin{cases} 1 & \text{if trip } i \text{ is the last trip run by a vehicle from depot } d, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$a_{d,i}$ = travel cost between depot d and the start point of trip i plus $(\mathit{Fixed\ Cost})/2$,

$$c_{i,j,d} = \begin{cases} \text{travel cost of trip } i \text{ plus the time between start time of trip } j \text{ and end time of trip } i \\ \quad \text{(if travel to the depot } d \text{ is not feasible in the time between 2 trips),} \\ \text{Min. of the above and the total of the cost of trip } i \text{ plus the travel cost from trip } i \\ \quad \text{to depot } d \text{ and from depot } d \text{ to trip } j \\ \quad \text{(if travel to the depot } d \text{ is feasible in the time between 2 trips),} \end{cases}$$

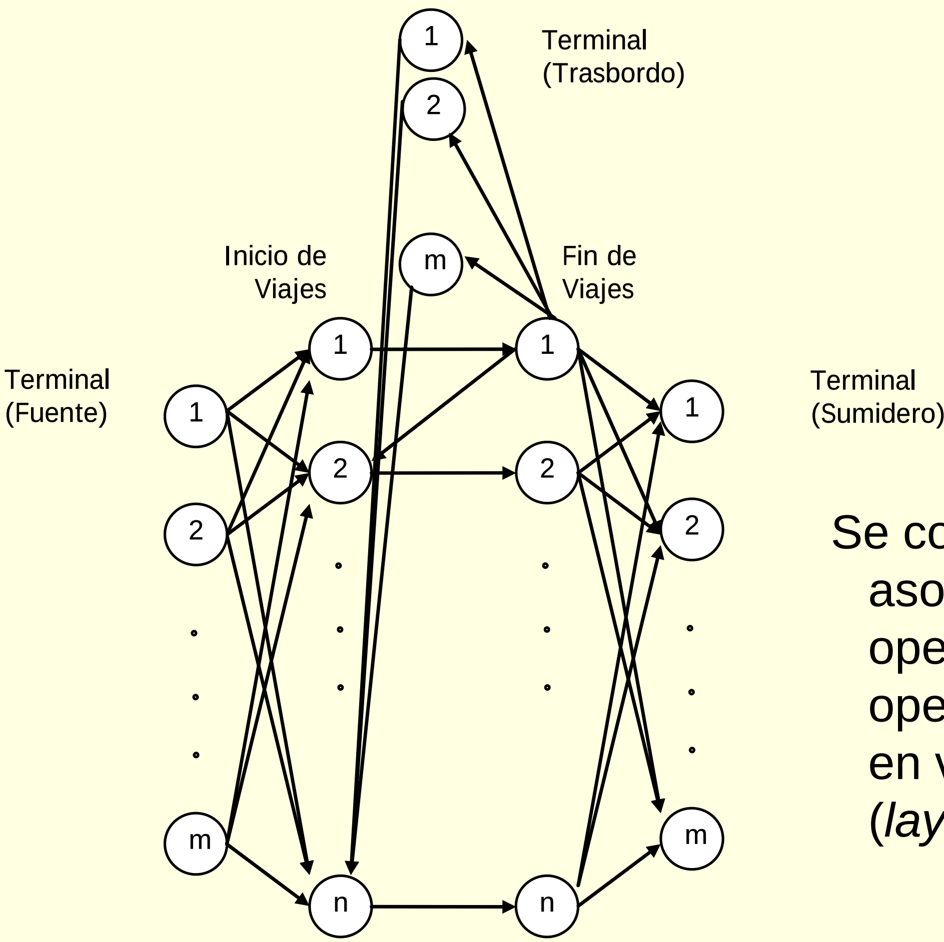
$b_{i,d}$ = travel cost from the ending point of trip i to the depot d plus travel time of trip i plus $(\mathit{Fixed\ Cost})/2$,

$$w_{i,d} = \begin{cases} 1 & \text{if trip } i \text{ is run by a vehicle from depot } d, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

r_d = number of vehicles at depot d.

Modelos de la literatura: etapa I

- Haghani y Banihashemi (2002)



En este trabajo, se dividen los viajes en:

- Viajes compatibles a nivel de terminal
- Viajes compatibles en las calles
- Viajes en la mañana, medio día y tarde

Se considera 4 tipos de costos unitarios asociados a los cuatro períodos de operación para vehículos y personal: operar para viajes programados, operar en viajes *deadhead*, esperar en la calle (*layover*) y estacionado en terminal

Modelos de la literatura: etapa I

- Haghani y Banihashemi (2002)

$$\text{Min} \quad \sum_{d,i} a_{d,i}A_{d,i} + \sum_{d,i} e_{d,i}E_{d,i} + \sum_{i,j,d} c_{i,j,d}X_{i,j,d} + \sum_{d,i} b_{i,d}B_{i,d} + \sum_{d,i} f_{i,d}F_{i,d}, \tag{1b}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i} A_{d,i} \leqslant r_d \quad \forall d, \tag{2b}$$

$$A_{d,i} + E_{d,i} + \sum_{j} X_{j,i,d} - w_{i,d} = 0 \quad \forall i, d, \tag{3b}$$

$$\sum_{i} E_{d,i} - \sum_{i} F_{i,d} = 0 \quad \forall d, \tag{4b}$$

$$B_{i,d} + F_{i,d} + \sum_{j} X_{i,j,d} - w_{i,d} = 0 \quad \forall i, d, \tag{5b}$$

$$\sum_{i} B_{i,d} \leqslant r_d \quad \forall d, \tag{6b}$$

$$\sum_{d} w_{i,d} = 1 \quad \forall i, \tag{7b}$$

$$\text{All variables integer,} \tag{8b}$$

where *Fixed Cost*, $A_{d,i}, B_{i,d}, a_{d,i}, b_{i,d}$ and r_d are the same as in the Forbes formulation.

Modelos de la literatura: etapa I

- Haghani y Banihashemi (2002)

$$E_{d,i} = \begin{cases} 1 & \text{if trip } i \text{ is in the afternoon trip set and is the first trip} \\ & \quad \text{run by a vehicle from depot } d \text{ returning to the street,} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$X_{i,j,d} = \begin{cases} 1 & \text{if compatible trips } i \text{ and } j \text{ are run consecutively by a vehicle from depot } d \\ & \quad \text{(not for depot compatible trips } i \text{ and } j, \text{ with } i \text{ in the first and } j \\ & \quad \quad \text{in the last trip sets),} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$F_{i,d} = \begin{cases} 1 & \text{if trip } i \text{ is in the morning trip set and is the last trip} \\ & \quad \text{run by a vehicle from depot } d \text{ returning to the depot,} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$e_{d,i} = \text{travel cost between depot } d \text{ and the start point of trip } i,$$

$$c_{i,j,d} = \begin{cases} \text{travel cost of trip } i \text{ plus the time between start time of trip } j \text{ and end time of trip } i \\ \quad \text{(if travel to the depot } d \text{ is not feasible in the time between 2 trips),} \\ \text{Min. of the above and the total of the travel cost of trip } i \\ \quad \text{plus travel cost from trip } i \text{ to depot } d \text{ and from depot } d \text{ to trip } j \\ \quad \text{(if travel to the depot } d \text{ is feasible in the time between 2 trips),} \end{cases}$$

$$f_{i,d} = \text{travel cost from the ending point of trip } i \text{ to the depot } d \text{ plus travel time of trip } i.$$

Modelo desarrollado para resolver etapa I en el contexto chileno

- Plan Transantiago

Exigencias de operación por bases del Transantiago

- Rango de frecuencias y capacidades de transporte por hora
  - Rangos cambian durante el día por recorrido
- Número de buses deben ser capaz de llevar a un mínimo de pasajeros
  - Para cada alimentador

Variables del modelo

I_{djtk} $\begin{cases} 1 & \text{Si un bus del tipo k sale desde el terminal d en t a realizar el recorrido j} \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$

IM_{djtk} $\begin{cases} 1 & \text{Si un bus del tipo k sale desde el terminal d en t a realizar el recorrido j,} \\ & \text{pero no es el primer viaje que realiza} \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$

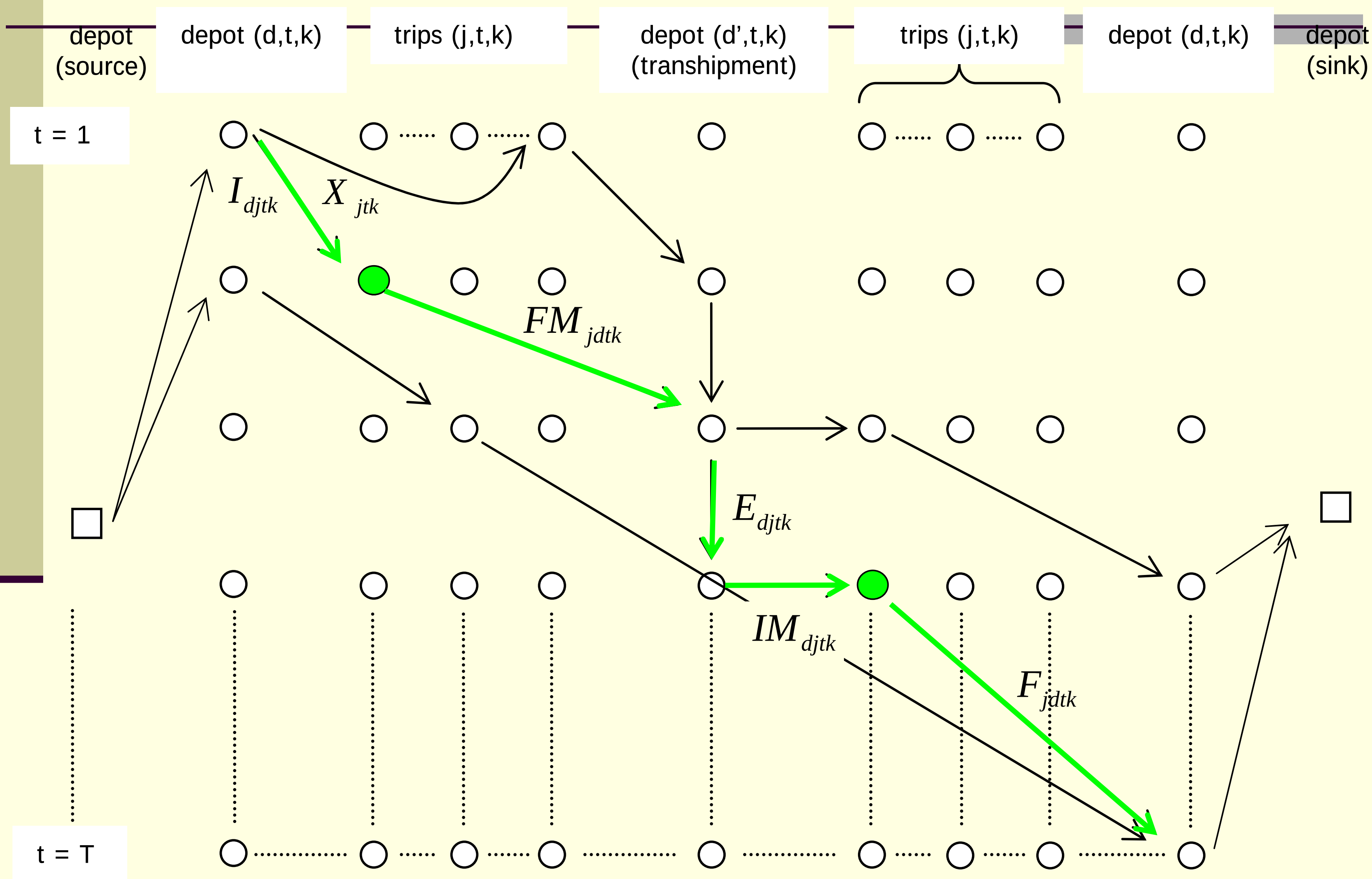
FM_{jdtk} $\begin{cases} 1 & \text{Si un bus del tipo k se dirige al terminal d luego de terminar el recorrido} \\ & \text{j iniciado en t, pero no es el último viaje que realiza} \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$

F_{jdtk} $\begin{cases} 1 & \text{Si un bus del tipo k se dirige al terminal d luego de terminar el recorrido} \\ & \text{j iniciado en t} \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$

E_{djtk} $\begin{cases} \text{Cantidad de buses tipo k que realizan el recorrido j y están esperando en} \\ \text{terminal d desde el instante t hasta t+1} \end{cases}$

X_{jtk} $\begin{cases} 1 & \text{Si un bus del tipo k debe iniciar el recorrido j en el instante t} \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$

Red espacio tiempo



Problema propuesto

- Modelo de Programación Entero Mixto
  - Minimización de los costos totales de la operación de los buses
- Características del modelo
  - Integra las decisiones de itinerarios y asignación
  - Velocidades son variables durante el día
  - Modelo responde a exigencias de operación
  - Demanda implícita en restricciones de operación

Parámetros del modelo

$DRec_j$	Distancia del recorrido j
$DDepRec_{dj}$	Distancia entre un terminal d y el inicio de un recorrido j
$TRec_{jt}$	Tiempo de ciclo en el recorrido j si se inicia en el período t
$TDepRec_{jt}$	Tiempo desde el terminal d al inicio del recorrido j, si se salió en el período t
$CFijo_k$	Costo fijo por utilizar un bus tipo k
$CVariable_k$	Costo variable por kilómetro por utilizar un bus tipo k
$CapMax_{ij}$	Capacidad máxima de pasajeros a transportar por hora en el intervalo i en el recorrido j
$CapMin_{ij}$	Capacidad mínima de pasajeros a transportar por hora en el intervalo i en el recorrido j
$FrecMax_{ij}$	Frecuencia máxima de buses por hora en el intervalo i en el recorrido j
$FrecMin_{ij}$	Frecuencia mínima de buses por hora en el intervalo i en el recorrido j
$HMax_{jt}$	*Headway* máximo entre dos viajes consecutivos en el recorrido j en el período t
$HMin_{jt}$	*Headway* mínimo entre dos viajes consecutivos en el recorrido j en el período t
$MinPlaza$	Mínimo de plazas necesarias
$DurInterv_i$	Duración en minutos del intervalo de operación i
$AsigServ_j$	Indica desde que terminal se realizarán los viajes al recorrido j
$CapDepot_d$	Cantidad de buses que caben en el terminal d
$CapBus_k$	Capacidad de pasajeros de un bus tipo k

Modelo Entero Mixto

$$\sum_t I_{djtk} - \sum_t F_{jdtk} = 0 \qquad \forall d, j, k$$

$$FM_{jdt'k} + E_{dt-1k} = IM_{djtk} + E_{dtk} \qquad \forall d, j, t, t', k \quad t > 1$$

donde t' satisface $t = t' + tc_{jt'} + tvd_{dj(t'+tc_{jt'})}$

$$E_{dj0k} = E_{djTk} = 0 \qquad \forall d, j, k$$

Conservación de Flujo

$$\sum_d I_{djt''k} + \sum_d IM_{djt''k} = X_{jtk} \qquad \forall j, t, t'', k$$

donde t'' satisface $t = t'' + tvd_{djt''}$

$$\sum_d F_{jdtk} + \sum_d FM_{jdtk} = X_{jtk} \qquad \forall j, t, k$$

Realización de un viaje

$$\sum_{j,t,k} I_{djtk} \le \mathrm{CapDepot}_d \qquad \forall d$$

Capacidad de Terminal

Modelo Entero Mixto

$$\mathrm{CapMin}_{ij} \leq \sum_k \left(\sum_{t \in h} \mathrm{CapBus}_k X_{jtk} \right) \leq \mathrm{CapMax}_{ij} \qquad \forall i, j, h \in H(i)$$

donde $H(i)$ es el conjunto de horas dado un intervalo de operación i

$$\mathrm{FrecMin}_{ij} \leq \sum_k \left(\sum_{t \in h} X_{jtk} \right) \leq \mathrm{FrecMax}_{ij} \qquad \forall i, j, h \in H(i)$$

Rangos de Frecuencias y Capacidad

$$\sum_k \left(\sum_{t'=t}^{t+H^1{}_{jt}-1} X_{jt'k} \right) \geq 1 \qquad \forall j,t \quad donde \ \ \mathrm{H}^1{}_{jt} = \left\lceil \mathrm{HMax}_{jt} \right\rceil \quad t < \mathrm{T}$$

$$\sum_k \left(\sum_{t'=t}^{t+H^2{}_{jt}-1} X_{jt'k} \right) \leq 1 \qquad \forall j,t \quad donde \ \ \mathrm{H}^2{}_{jt} = \left\lfloor \mathrm{HMin}_{jt} \right\rfloor \quad t < \mathrm{T}$$

Distancia entre Buses

$$\sum_{d,j,t,k} \mathrm{CapBus}_k I_{djtk} \geq \mathrm{MinPlaza}$$

Mínimo de Plazas

$$I_{djtk}\,,\ F_{jdtk}\,,\ IM_{djtk}\,,\ FM_{jdtk}\,,\ X_{jtk} \in (0,1) \qquad E_{djtk} \in \mathrm{Z}_0^{+}$$

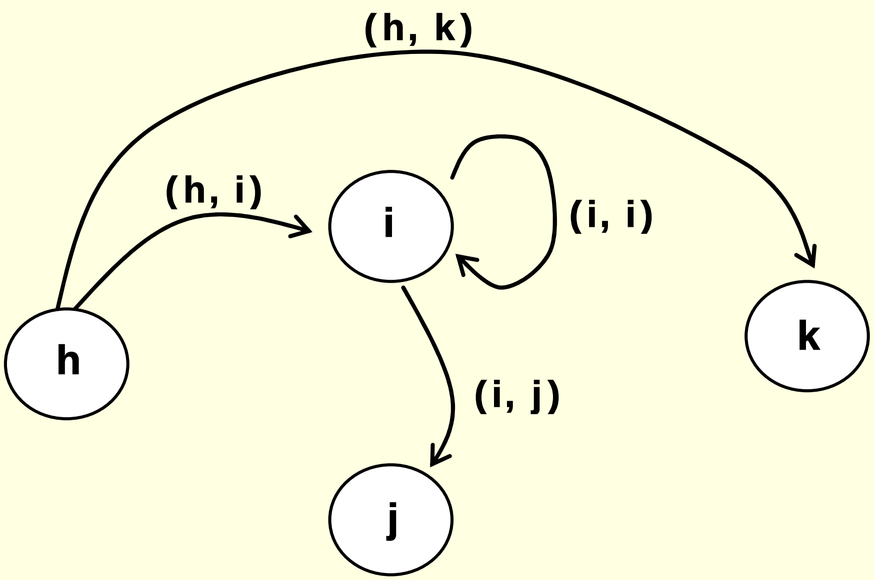
Modelo entero mixto: F.O.

$$\min \sum_{d,j,t,k} \left[cf_k I_{djtk} + cv_k dvd_{dj} (I_{djtk} + IM_{djtk} + F_{jdtk} + FM_{jdtk}) + cv_k dc_j (F_{jdtk} + FM_{jdtk}) \right]$$

- El primer término de la sumatoria corresponde al costo fijo de utilizar un bus, el cuál está vinculado a la variable de salida inicial I_{djtk}.
- Después aparecen los costos variables de cada tipo de bus, los que son multiplicados por la distancia que existe entre un terminal y el inicio de un recorrido, ya que estos están expresados en pesos por kilómetros. Estos, además se multiplicarán por la suma de todas las salidas y llegadas de los buses, hacia y desde los recorridos respectivamente, ya que un bus después de un recorrido vuelve al terminal.
- Finalmente, se tiene el tercer término, que corresponde al costo variable por realizar un recorrido. Como el recorrido se realiza una vez, este costo se multiplica solo por las variables de llegada y la respectiva distancia del recorrido.

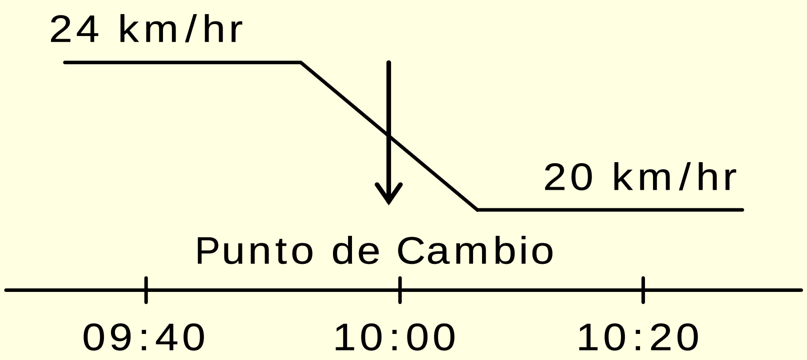
Algunas consideraciones

- Largo de los recorridos: Una red de transporte público en general cuenta con cuatro tipos de distancias, el largo que tiene un recorrido, la distancia de la ruta que hay desde un terminal hasta el inicio de un recorrido, la tercera es la distancia de la ruta desde un terminal a otro terminal y la última es la distancia entre dos recorridos.



Algunas consideraciones

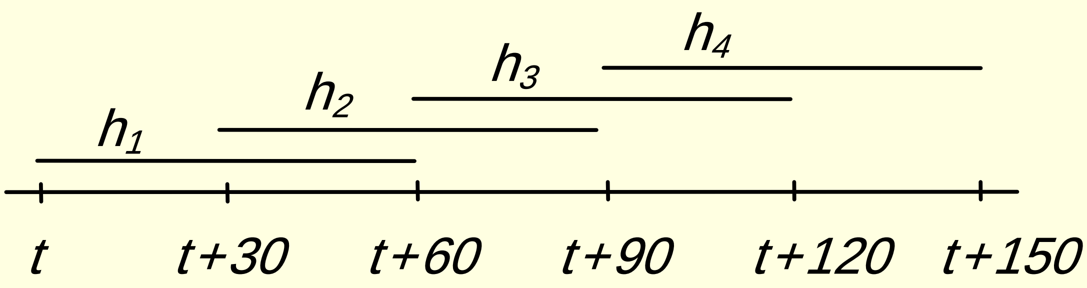
- Velocidades y tiempos de operación: al contar con distintas velocidades para cada intervalo de operación, se realizará una suavización de las velocidades entre intervalos de operación durante un día.



Por ejemplo, en la Figura se ilustra un caso en que se pasa de un intervalo en el cual la velocidad de operación es de 24 km/hr a uno que tiene una velocidad inferior a 20 km/hr. Para que el cambio de velocidad no sea tan abrupto se hizo que la velocidad comenzara a decaer un delta antes de que el intervalo finalizara y tomara el valor de la nueva velocidad un delta después de que el intervalo haya comenzado. El punto de cambio es donde se produce el cambio de intervalo, y es ahí donde la velocidad tiene el valor promedio de las dos velocidades

Algunas consideraciones

Las restricciones respetar los rangos de capacidad y frecuencia que existen son bastante similares, sólo difieren en que en la de capacidad la variable de viaje se multiplica por la cantidad de pasajeros que caben en ese tipo de bus. En ambas se suma para los *t* que pertenecen a *h* y a su vez para todo *h* que pertenece al conjunto de horas dado el intervalo *i* sobre el que se está construyendo la restricción. Las horas *h* sobre las cuales se sumará serán definidas cada media hora dentro del mismo intervalo, por ejemplo (intervalo de operación de 150 min.)



Referencias

- Ceder, A., Golany. B., Tal, O., 2001. Creating bus timetables with maximal synchronization. Transportation Research Part A 35, 913-928.
- Forbes, M.A., Holt, J.N., Watts, A.M., 1994. An exact algorithm for multiple depot bus scheduling. European Journal of Operational Research 72, 115-124.
- Haghani, A., Banihashemi, M., 2002. Heuristic approaches for solving large-scale bus transitr vehicle scheduling problem with route time constraints. Transportation Research Part A 36, 309-333.
- Lobel, A., 1998. Vehicle scheduling in public transit and lagrangean pricing. Management Science Vol. 44, No. 12, Part 1of 2.
- Ribeiro, C., Soumis, F., 1994. A column generation approach to the multiple-depot vehicle scheduling problem. Operations Research Vol. 42, No. 1
- Yan, S., Chen, H.L., 2002. A scheduling model and a solution algorithm for inter-city bus carriers. Transportation Research Part A 36, 805-825.