

**TEMA 6  
CAPTACIONES VERTICALES**

**CI51J Hidráulica de Aguas Subterráneas y Su Aprovechamiento**

Profesor C. Espinoza  
Semestre Otoño 2008

**INDICE**

1.	INTRODUCCION.....	1
2.	ECUACIONES BASICAS .....	2
2.1	Flujo Radial hacia un Pozo en un Sistema Confinado .....	2
2.2	Flujo Radial hacia un Pozo en un Sistema Semi Confinado con Recarga .....	4
2.3	Flujo Radial hacia un Pozo en un Sistema no Confinado .....	5
3.	PRUEBAS DE BOMBEO .....	7
3.1	Introducción .....	7
3.2	Pruebas de Bombeo.....	7
3.2.1	Pruebas de Gasto Variable .....	8
3.2.2	Pruebas de Gasto Constante.....	9
3.3	Régimen Permanente .....	10
3.3.1	Acuífero Confinado.....	10
3.3.2	Acuífero No Confinado .....	10
3.4	Régimen Impermanente - Método de Theis .....	10
3.5	Régimen Impermanente - Método de Jacob (Tiempo).....	12
3.6	Régimen Impermanente - Método de Jacob (Distancia).....	14
3.7	Régimen Impermanente - Acuífero Semi Confinado.....	15
3.8	Régimen Impermanente - Acuífero No Confinado .....	17
3.9	Régimen Impermanente - Acuífero No Confinado - Corrección de Jacob .....	19
3.10	Recuperación en un Pozo de Bombeo .....	19
4.	INTERFERENCIAS ENTRE POZOS DE BOMBEO.....	21
4.1	Régimen Permanente .....	21
4.2	Régimen Impermanente - Solución de Theis .....	21
4.3	Régimen Impermanente - Solución de Jacob.....	22
4.4	Pozo Próximo a una Barrera Impermeable .....	23
5.	POZOS QUE PENETRAN PARCIALMENTE LA NAPA.....	26
6.	PERDIDAS DE CARGA EN UN POZO .....	28
7.	DERIVACION DE LA SOLUCION DE JENKINS PARA INTERFERENCIA POZO - RIO	30
8.	POZO QUE CAPTA DE VARIAS NAPAS .....	34

## 1. INTRODUCCION

Pozos de bombeo son uno de los más importantes aspectos de la hidrogeología aplicada. Pozos son usados para la extracción de agua para consumo doméstico, industrial y de riego. Asimismo, pozos han sido usados para controlar la intrusión salina, para hacer descender el nivel freático de un sector en construcción, así como para la eliminación de sustancias contaminantes presentes en un sistema acuífero. Pozos son usados periódicamente para inyectar o recargar aguas limpias, así como para disponer aguas contaminadas en sectores seguros.

Las mismas consideraciones teóricas que se aplican para el caso de un pozo de bombeo se aplican también a pozos de extracción. Durante el bombeo se produce la disminución del nivel freático o piezométrico (según sea un acuífero no confinado o confinado, respectivamente) dando origen a un cono de descenso o depresión; durante la inyección o recarga se produce un aumento de la carga hidráulica en el acuífero.

En el Anexo A1 se presenta una descripción general de los tipos de obras de captación utilizadas en la práctica: pozos profundos y norias.

## 2. ECUACIONES BASICAS

### 2.1 Flujo Radial hacia un Pozo en un Sistema Confinado

Comencemos este análisis con una configuración muy simple: (1) acuífero es horizontal, (2) confinado entre formaciones impermeables en sus partes superior e inferior, (3) extensión horizontal es infinita, (4) espesor constante, y (5) parámetros hidrogeológicos son homogéneos e isotrópicos.

Para los propósitos de nuestro análisis inicial, simplifiquemos aún más nuestra configuración utilizando los siguientes supuestos: (1) existe un único pozo de bombeo en el acuífero, (2) la tasa de bombeo es constante en el tiempo, (3) el diámetro del pozo es pequeño comparado con la región afectada por el bombeo, (4) el pozo penetra el acuífero entero, y (5) la carga hidráulica en el acuífero antes de comenzar el bombeo es uniforme a lo largo del acuífero.

La ecuación diferencial que describe el flujo saturado en un sistema acuífero confinado horizontal, con transmisibilidad  $T$  y coeficiente de almacenamiento  $S$  es (ver Capítulo 4):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.1)$$

donde  $h$  es el potencial piezométrico o carga hidráulica,  $S$  es el coeficiente de almacenamiento,  $T$  es la transmisibilidad,  $x$  e  $y$  son las coordenadas cartesianas, y  $t$  es el tiempo. Dado que es claro que los descensos de la carga hidráulica alrededor de un pozo poseen simetría radial en nuestro sistema ideal, es ventajoso el convertir la ecuación (6.1) a coordenadas radiales. Esta transformación se consigue mediante la relación,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , con lo que la ecuación (6.1) se transforma a:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.2)$$

La región matemática sobre la cual se resuelve este problema es una línea unidimensional a través del acuífero, desde  $r=0$  en el pozo, hasta  $r=\infty$  en el extremo infinito. La condición inicial, de acuerdo a los datos de la Figura 6.1 es:

$$h(r,0) = h_0 \quad \text{para todo } r \quad (6.3)$$

donde  $h_0$  es la carga hidráulica inicial, la que es constante.

Para las condiciones de borde asumimos que no existe descenso del nivel piezométrico en el borde localizado muy lejos del pozo:

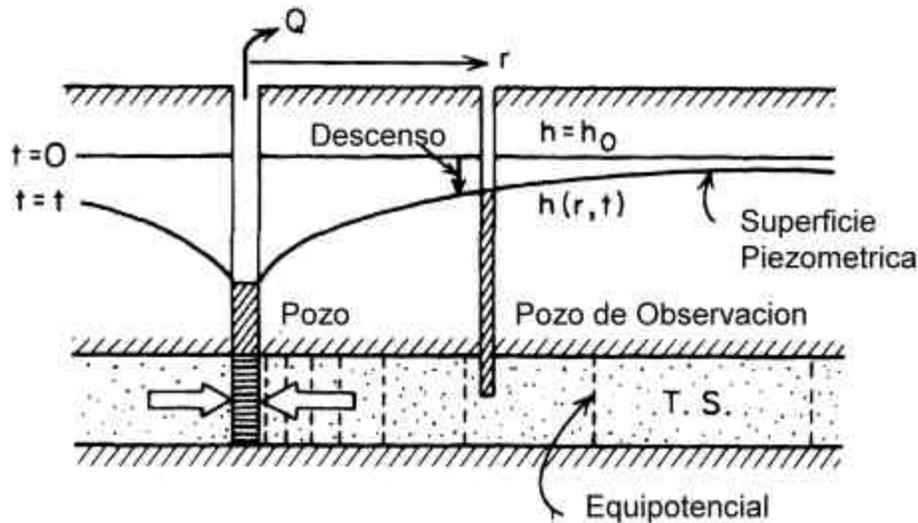
$$h(\infty,t) = h_0 \quad \text{para todo } t \quad (6.4)$$

y que la tasa de bombeo es constante e igual a  $Q$ , incluso muy cerca del pozo de bombeo:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( r \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{Q}{2 \cdot \rho \cdot T} \quad \text{para } t > 0 \quad (6.5)$$

Esta última condición resulta de una aplicación directa de la ley de Darcy en la cercanía del pozo.

**Figura 6.1**  
**Flujo Radial hacia un Pozo de Bombeo**



La solución  $h(r,t)$  describe la carga hidráulica (cota piezométrica) a cualquier distancia  $r$  desde el pozo y en cualquier tiempo  $t$  luego de iniciar el bombeo. Theis (1935) desarrolló uno de los aportes metodológicos más importantes en la hidrología subterránea utilizando la analogía entre la teoría del flujo de calor con aquella representada por las ecuaciones (6.2) a (6.5). Su solución, escrita en términos de descensos del nivel piezométrico es la siguiente:

$$s(r,t) = h_0 - h(r,t) = \frac{Q}{4 \cdot \rho \cdot T} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad (6.6)$$

donde

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \quad (6.7)$$

La integral en la ecuación (6.6) es bastante conocida en matemáticas. Se denomina la *integral exponencial* y existen tablas de valores disponibles en muchos libros. Para la definición específica de  $u$  dada en la ecuación (6.7), la integral se conoce como la *Función de Pozo (well function)*,  $W(u)$ . Con esta notación, la ecuación (6.6) se escribe como:

$$s(r,t) = h_0 - h(r,t) = \frac{Q}{4 \cdot \rho \cdot T} W(u) \quad (6.8)$$

La *Función de Pozo*,  $W(u)$ , puede ser escrita en forma de una expansión en serie como:

$$W(u) = -0.577216 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} + \dots \quad (6.9)$$

El Anexo A2 muestra valores de la *Función de Pozo*,  $W(u)$ , para distintos valores de  $u$ .

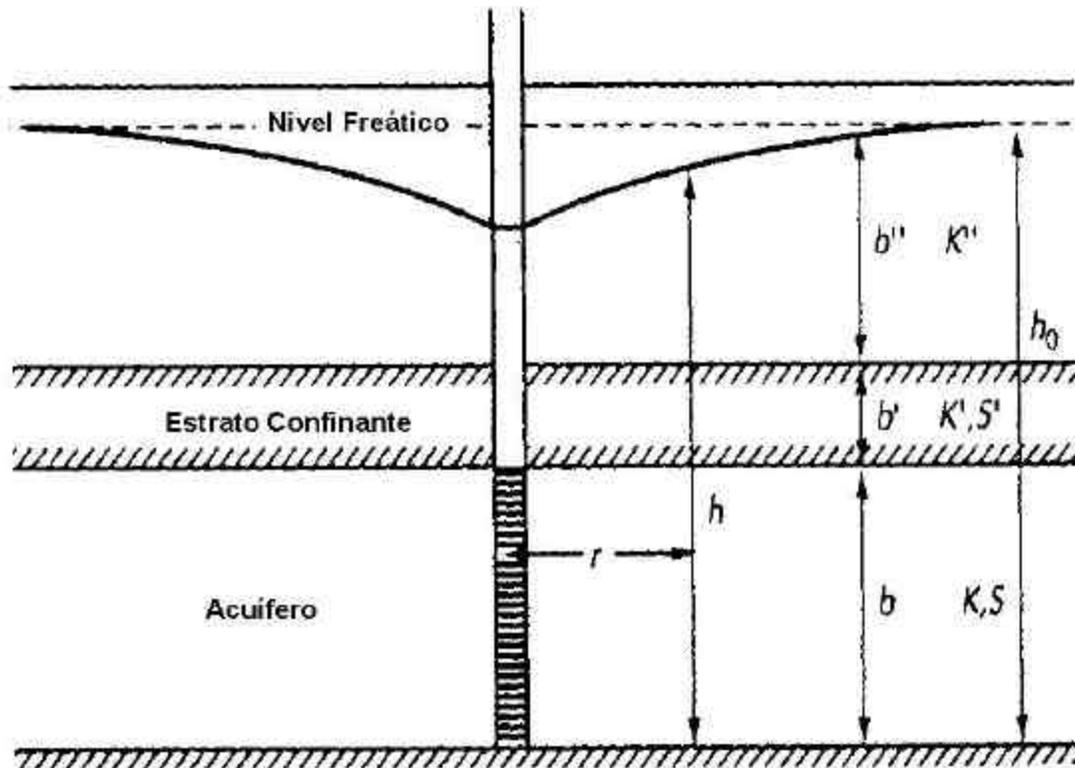
## 2.2 Flujo Radial hacia un Pozo en un Sistema Semi Confinado con Recarga

Muchos acuíferos confinados no están totalmente aislados desde fuentes de recarga vertical. Acuitardos, sobre o por debajo del acuífero, pueden recargar el acuífero si la dirección del gradiente hidráulico es favorable. El flujo de agua, en un acuífero confinado con recarga desde un acuitardo, hacia un pozo de bombeo puede ser descrito por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} - \frac{(h_0 - h) \cdot K'}{T \cdot b'} = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.10)$$

donde  $K'$  y  $b'$  son la conductividad vertical y el espesor del estrato confinante,  $T$  es la transmisibilidad y  $S_s$  es el coeficiente de almacenamiento. La Figura 6.2 ilustra este ejemplo.

**Figura 6.2**  
**Acuífero Confinado Recargado por Estrato Superior**



Para el caso de un sistema en el cual no hay drenaje desde el estrato confinante o acuitado (el agua que pasa a través de él viene desde el estrato superior que es un acuífero libre) la solución de esta ecuación queda dada por Hantush (1960) como:

$$s(r, t) = h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} W(u, r/B) \quad (6.11)$$

donde  $W(u, r/B)$  es la *Función de Pozo* para un sistema semi confinado con recarga, la cual se entrega en el Anexo A2. Los valores de  $u$  y  $B$  son los siguientes:

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \quad (6.12)$$

$$B = \left( \frac{T \cdot b'}{K'} \right)^{1/2} \quad (6.13)$$

La tasa a la cual el agua es liberada desde el almacenamiento en el acuífero confinado,  $q_s$ , puede ser determinada como:

$$q_s = Q \cdot \exp\left(-\frac{T \cdot t}{S \cdot B^2}\right) \quad (6.14)$$

con lo cual el caudal que proviene desde el acuífero libre superior,  $q_L$ , es igual a:

$$q_L = Q - q_s \quad (6.15)$$

### 2.3 Flujo Radial hacia un Pozo en un Sistema no Confinado

El flujo de agua, en un acuífero no confinado, hacia un pozo de bombeo puede ser descrito por la siguiente ecuación:

$$K_r \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{K_r}{r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} + K_v \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.16)$$

donde  $z$  es la elevación sobre la base del acuífero,  $K_r$  es la conductividad en la dirección radial,  $K_z$  es la conductividad en la dirección vertical, y  $S_s$  es el almacenamiento específico.

Un pozo que bombea desde un acuífero libre extrae agua mediante dos mecanismos:

- disminución de presión libera agua por almacenamiento elástico y,
- drenaje gravitacional desde los sedimentos que conforman el medio poroso.

Para comprender el proceso de liberación de agua desde un acuífero no confinado o libre se debe separar en tres fases o etapas. En la primera etapa existe una disminución de presión, con lo cual el sistema acuífero se comporta como un sistema confinado en el cual la liberación de agua se produce por almacenamiento elástico. En esta etapa el flujo hacia el pozo es

horizontal y su comportamiento, en términos de depresión a través del tiempo, puede ser descrito por la solución de Theis. En la segunda etapa el nivel freático disminuye (comienza a descender), con lo cual el agua se libera por drenaje gravitacional. En este caso la tasa de descenso del nivel freático va a estar definida por la relación entre las conductividades vertical y horizontal. Finalmente, en la tercera etapa se tiene nuevamente un flujo horizontal, con lo cual la relación depresión-tiempo obedece una curva tipo Theis pero con el coeficiente de almacenamiento  $S$  igual a la capacidad específica,  $S_Y$ .

La solución de este problema fue abordada por Neuman (1987) quién utiliza las siguientes hipótesis:

- Acuífero es no confinado
- La zona no saturada no tiene influencia sobre el descenso del nivel freático
- El agua que es bombeada al inicio proviene de una liberación instantánea desde almacenamiento elástico.
- Al final del proceso el agua viene desde el drenaje de poros interconectados.
- El descenso es despreciable comparado con el espesor saturado del acuífero.
- La capacidad específica,  $S_Y$ , es al menos diez veces mayor que la capacidad de almacenamiento elástica,  $S_S$ .

Con los supuestos anteriores la solución de Neuman es la siguiente:

$$s(r, t) = h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4 \cdot \rho \cdot T} W(u_A, u_B, \Gamma) \quad (6.17)$$

donde  $W(u_A, u_B, G)$  es la *Función de Pozo* para un sistema no confinado, la cual se entrega en el Anexo A2. Los valores de  $u_A$ ,  $u_B$  y  $G$  son los siguientes:

$$u_A = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \quad \text{para el descenso inicial o de corto plazo} \quad (6.18)$$

$$u_B = \frac{r^2 \cdot S_Y}{4 \cdot T \cdot t} \quad \text{para el descenso final o de largo plazo} \quad (6.19)$$

$$\Gamma = \frac{r^2 \cdot K_v}{h_0^2 \cdot K_h} \quad (6.20)$$

donde  $h_0$  es el espesor saturado inicial.

### 3. PRUEBAS DE BOMBEO

#### 3.1 Introducción

En el punto anterior obtuvimos expresiones que nos permiten relacionar la depresión o descenso en un pozo de bombeo como función del caudal que se extrae y algunos parámetros hidrogeológicos. Para determinar estos parámetros se recurre a las denominadas **pruebas de bombeo**, en las cuales un pozo de bombeo es operado y se mide la depresión o descenso de nivel en uno o más pozos de observación. La interpretación de estas curvas, descenso-tiempo, permite obtener el valor de las distintas constantes hidrogeológicas que describen el sistema en estudio.

#### 3.2 Pruebas de Bombeo

El pozo profundo es uno de los principales medios de producción de aguas subterráneas con que se cuenta. Su comportamiento hidráulico permite obtener valiosa información sobre el medio acuífero asociado al pozo. Como ejemplo de lo anterior, a continuación se citan algunos casos ilustrativos:

Por medio de extracciones de agua y el control del comportamiento de los niveles del agua dentro de la captación, es posible determinar los parámetros asociados al medio acuífero. El conocimiento de tales parámetros es importante para el diseño de gran cantidad de obras de ingeniería.

El “comportamiento hidráulico” de una captación debe conocerse para planificar su aprovechamiento como fuente de captación de agua subterránea. El “comportamiento” de la captación puede representarse mediante fórmulas que requieren conocer el valor de los parámetros asociados al medio acuífero. Los parámetros de un medio acuífero se refieren principalmente a la capacidad de transmitir agua (permeabilidad o transmisibilidad) y a la capacidad de almacenarla (almacenamiento o rendimiento específico).

Para el caso de drenaje de suelos, ya sea como saneamiento de terrenos o bien para ejecutar alguna obra de ingeniería, resulta de interés conocer el comportamiento de los niveles de la napa en las proximidades, para lo cual se necesita conocer las características del medio.

Básicamente las pruebas de bombeo pueden ser clasificadas en dos grandes categorías: pruebas en condiciones de equilibrio y en condiciones de desequilibrio.

Las pruebas en condiciones de equilibrio, se refieren a aquellas que se realizan para una o varias condiciones estables del sistema acuífero-captación. Cada condición estable es cuando el sistema de explotación alcanza un régimen de explotación permanente, sin variación temporal tanto del caudal como del nivel del agua. Esta condición es difícil de encontrar en la práctica. En este tipo de prueba se debe disponer al menos de un pozo de observación, siendo lo ideal contar con dos pozos en línea radial al pozo de bombeo.

Las pruebas en condiciones de desequilibrio son las más utilizadas en la práctica. Dependiendo del tipo de captación, del tipo de acuífero y de la forma de extraer el agua (caudal constante o variable), se han derivado una serie de relaciones que permiten el cálculo de los parámetros representativos del medio acuífero. En el punto siguiente se establecen algunos criterios fundamentales para el diseño y ejecución de una prueba de bombeo.

Las pruebas de bombeo se pueden clasificar en dos grandes grupos: gasto variable y gasto constante. Las pruebas de gasto variable se realizan para determinar la capacidad de producción del pozo y para determinar la posición de la bomba dentro del sondaje. La prueba de gasto constante es utilizada para determinar las propiedades elásticas o hidrogeológicas de la formación acuífera.

### **3.2.1 Pruebas de Gasto Variable**

1. Previamente se debe verificar que los equipos de control de niveles y de caudales estén funcionando correctamente.
2. Deberán medirse las distancias entre el pozo de bombeo y los pozos de observación.
3. Previo al inicio de la prueba, y a lo menos en dos oportunidades, deberá controlarse el nivel estático en el pozo de bombeo y en el o los pozos de observación más cercanos.
4. El control de niveles en los pozos (de bombeo y de observación) deberá efectuarse durante todo el período, aunque sin una frecuencia establecida. Ese control será especialmente importante en las últimas dos estabilizaciones de caudal para establecer si el efecto del bombeo lo ha alcanzado.
5. En la prueba de gasto variable se recomienda considerar un mínimo de cuatro estabilizaciones de caudal.
6. El primer caudal de bombeo debiera ser del orden de 20 a 25% del caudal máximo pronosticado por el hidrogeólogo responsable. La duración del bombeo en cada etapa de caudal debe ser hasta que se produzca la estabilización del nivel dinámico.
7. Si la estabilización para ese caudal es muy rápida o el nivel deprimido muy pequeño (por ejemplo, menos de 2 m), el siguiente caudal debiera ser incrementado en un 100 a 150% pero menor o igual al 50% del caudal máximo esperado.
8. Una estabilización rápida se produce en menos de 30 minutos, no obstante lo cual igualmente deberán esperarse 3 horas de bombeo con cada caudal como mínimo.
9. Si al cabo de 3 horas los niveles no se han estabilizado para un determinado caudal, deberá esperarse como máximo hasta 6 horas para la estabilización.
10. Si la estabilización no se ha producido luego de esas 6 horas, el aumento de caudal para el siguiente paso debiera ser pequeño a fin de ver si en las 6 horas siguientes se consigue la estabilización.
11. Sin embargo, si luego de 2 a 3 horas en el caso del caudal previo, se detecta que los niveles están descendiendo muy rápidamente, debiera disminuirse el caudal razonablemente, lo que equivale a no tomar en cuenta ese punto o ese valor de caudal, sino que este último más pequeño.
12. La prueba de bombeo de gasto variable debiera tener una duración de entre 12 y 24 horas.

### 3.2.2 Pruebas de Gasto Constante

1. Valen las consideraciones 1 a 3 del punto anterior.
2. Una vez concluida la prueba de gasto variable se seguirá midiendo niveles en el pozo de bombeo hasta conseguir más del 90% de recuperación respecto al nivel estático original o al menos durante 12 horas. De todas formas este lapso puede aumentarse en caso que con ello la prueba de gasto constante se inicie a la mañana siguiente, pero no más allá de 18 horas.
3. Si el máximo caudal bombeado en la prueba de gasto variable fue el de la capacidad de la bomba, y se consiguió una clara estabilización de los niveles, la prueba de gasto constante debe hacerse con la bomba a máxima capacidad.
4. Si el máximo caudal en la prueba de gasto variable produjo descensos importantes, tales que el nivel dinámico dejó por encima varios metros de criba, entre  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{2}$  del total, el caudal en la prueba de gasto constante no debiera superar el 85% del caudal máximo anterior.
5. Si no es así el caudal en la prueba de gasto constante puede estar entre el 90 y 95% del caudal máximo.
6. Durante la prueba de gasto constante, el control de niveles en los pozos de observación deberá hacerse con la misma frecuencia que en el pozo de bombeo, a partir del inicio de la prueba.
7. Deberá llevarse un control gráfico de niveles deprimidos ( $s$ ) respecto al logaritmo del tiempo ( $\log t$ ) durante la ejecución de la prueba en los pozos de observación.
8. La prueba de gasto constante tendrá una duración mínima de 24 horas o bien el tiempo hasta el cual se haya conseguido una estabilización de los niveles de a lo menos 6 horas, siempre que esto sea inferior a 24 horas.
9. La prueba deberá prolongarse más allá de las 24 horas si en el gráfico  $s$ - $\log t$  se aprecia luego de 2 horas que la esperada relación lineal no se cumple y se generen quiebres hacia abajo que indiquen tasas de variación crecientes en el descenso de niveles, o bien en caso que aunque la relación sea perfectamente lineal, se estén produciendo descensos importantes de la napa que pudieran ya estar comprometiendo parte importante de la cribas.
10. En casos como los señalados, la prueba debiera prologarse como mínimo hasta 48 horas y como máximo 72 horas. De todas formas, situaciones como las descritas debieran ser informadas al consultor o especialista competente para decidir si la prueba se prolonga más allá de 72 horas.
11. Deberá seguir midiéndose niveles en todos pozos una vez concluida la prueba, hasta conseguir a lo menos una recuperación del 98%, situación que puede producirse hasta 2 días después de la suspensión del bombeo. En este caso, no será necesario hacer mediciones nocturnas, salvo durante las primeras 8 horas de recuperación. El segundo día, las mediciones pueden hacerse cada 3 horas.

### 3.3 Régimen Permanente

Si un pozo bombea en forma continua hasta que se alcanza un estado de equilibrio, esto es no hay más descenso en el tiempo, es posible medir el nivel piezométrico en al menos dos pozos de observación y determinar la transmisibilidad usando los modelos o soluciones analíticas derivadas en el capítulo anterior para sistemas confinados y libres.

#### 3.3.1 Acuífero Confinado

$$T = K \cdot b = \frac{Q}{2 \cdot p \cdot (h_2 - h_1)} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (6.21)$$

#### 3.3.2 Acuífero No Confinado

$$K = \frac{Q}{p \cdot (h_2^2 - h_1^2)} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (6.22)$$

donde  $K$  es la conductividad hidráulica,  $T$  es la transmisibilidad,  $b$  es el espesor saturado del acuífero,  $Q$  es el caudal extraído desde el acuífero,  $h_1$  y  $h_2$  son las cotas piezométricas medidas a las distancias  $r_1$  y  $r_2$ , respectivamente.

### 3.4 Régimen Impermanente - Método de Theis

En el caso de un sistema acuífero confinado podemos considerar las expresiones (6.8) y (6.7):

$$s(r, t) = h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} W(u)$$

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$$

Si reordenamos las ecuaciones anteriores podemos escribir:

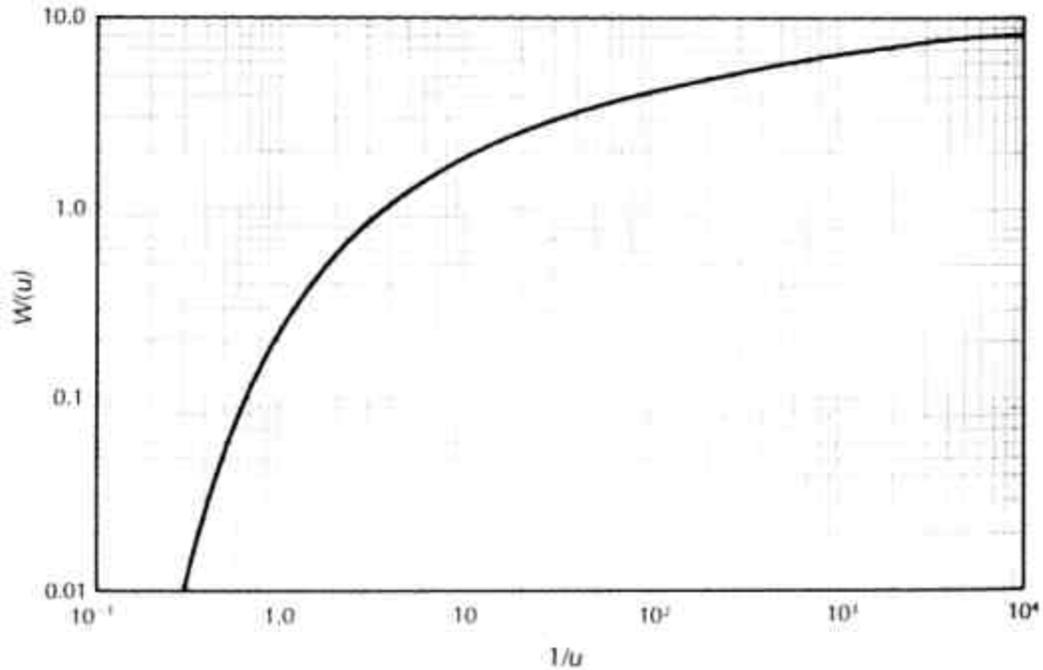
$$T = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot W(u) \quad (6.23)$$

$$S = \frac{4 \cdot T \cdot u \cdot t}{r^2} \quad (6.24)$$

Una prueba de bombeo consiste en un pozo que bombea a una tasa constante por un período de tiempo definido. El descenso se mide como una función del tiempo en uno o más pozos de observación, así como en el pozo de bombeo.

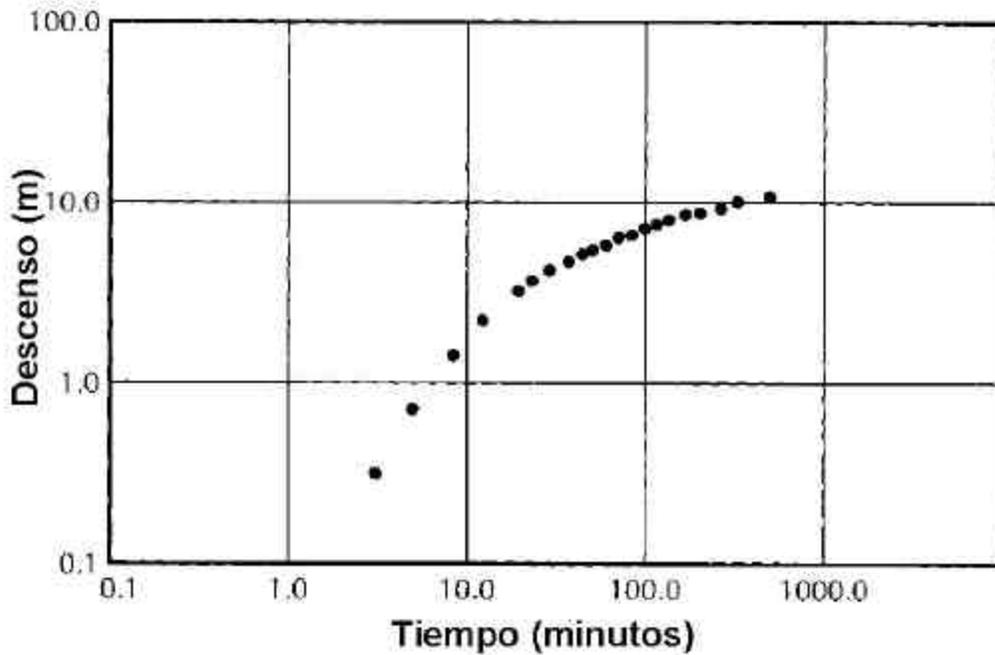
A partir de la solución analítica de Theis se desarrolló una solución gráfica para este problema. El primer paso es hacer un gráfico de la *Función de Pozo*,  $W(u)$ , como una función de  $1/u$  en papel semi logarítmico. Un ejemplo se muestra en la Figura 6.3. La depresión medida en un pozo de observación es graficada como función del tiempo.

**Figura 6.3**  
**Función de Pozo ( $W(u)$ ) versus  $u$**



Esta información también se grafica en papel semi logarítmico tal como se muestra en la Figura 6.4. Para proseguir con el análisis se trata de conseguir que los datos teóricos ( $W(u)$  versus  $1/u$ ) se ubiquen exactamente sobre los datos medidos en terreno. Para conseguir esto se debe mover los gráficos en la dirección vertical y horizontal, pero no se pueden girar los gráficos.

**Figura 6.4**  
**Descenso versus Tiempo (Datos de terreno)**



Una vez que se consigue el mejor ajuste posible se selecciona un punto dentro del gráfico (matching point), para el cual se determina el valor de los cuatro ejes:

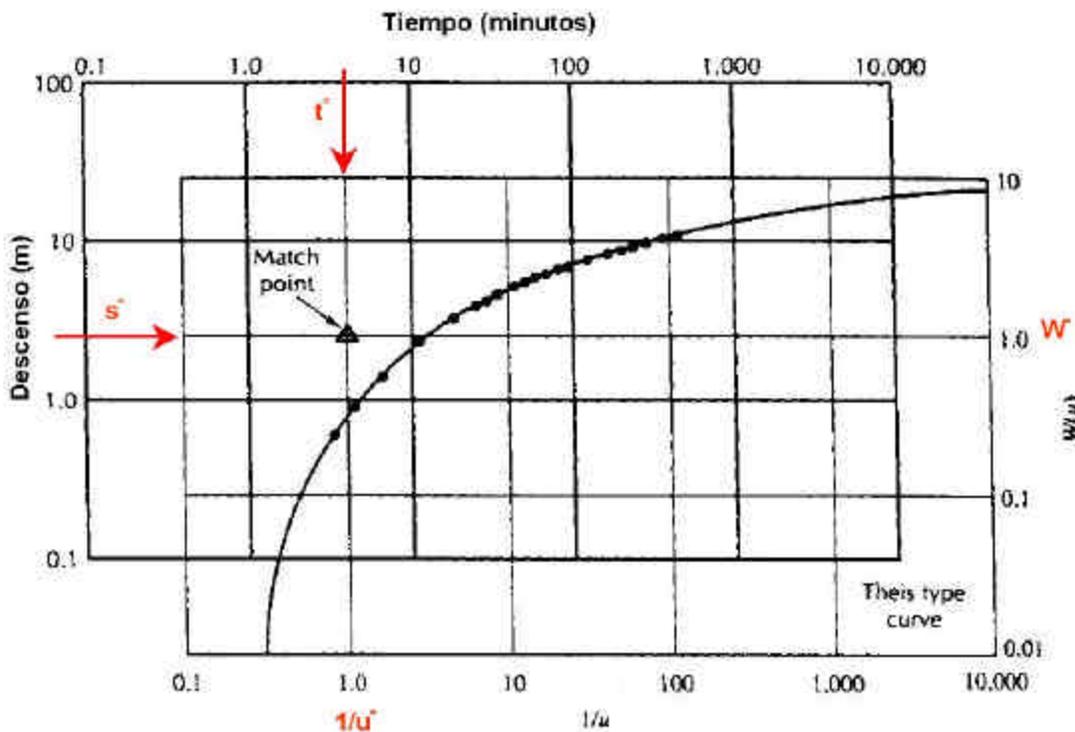
$$\begin{array}{l} W(u) \quad \textcircled{R} \quad W^* \\ 1/u \quad \textcircled{R} \quad u^* \\ s \quad \textcircled{R} \quad s^* \\ t \quad \textcircled{R} \quad t^* \end{array}$$

Esto se esquematiza en la Figura 6.5. Con estos valores es posible determinar, a partir de las ecuaciones (6.23) y (6.24), las constantes hidrogeológicas  $T$  y  $S$ .

$$T = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot s^*} \cdot W^* \quad (6.25)$$

$$S = \frac{4 \cdot T \cdot u^* \cdot t^*}{r^2} \quad (6.26)$$

**Figura 6.5**  
**Método de Ajuste de Theis**



### 3.5 Régimen Impermanente - Método de Jacob (Tiempo)

Jacob y Cooper (1950) observaron que después que el pozo de bombeo ha estado operando durante un tiempo muy grande, el parámetro  $u$  es muy pequeño por lo que las potencias de

mayor valor de la serie en la ecuación (6.9) pueden ser despreciados. Si  $u < 0.05$  podemos considerar sólo los dos primeros términos de la serie, con lo que se puede escribir:

$$T = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot \left( -0.5772 - \ln \left( \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \right) \right) \quad (6.27)$$

o

$$T = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot \left( -\ln(1.78) - \ln \left( \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \right) \right) \quad (6.28)$$

Combinando los logaritmos naturales se obtiene:

$$T = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot \ln \left( \frac{4 \cdot T \cdot t}{1.78 \cdot r^2 \cdot S} \right) \quad (6.29)$$

Finalmente, al convertir en logaritmos en base 10:

$$T = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot \log \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r^2 \cdot S} \right) \quad (6.30)$$

Esta última expresión puede ser escrita como:

$$T = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot \log(t) + \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot \log \left( \frac{2.25 \cdot T}{r^2 \cdot S} \right) \quad (6.31)$$

En el método de Jacob se dibujan los datos de descenso versus tiempo en un papel semi logarítmico (eje aritmético para el descenso y logarítmico para el tiempo). Las constantes elásticas de un sistema acuífero se obtienen a partir de la pendiente de la recta y del intercepto. En este caso se selecciona un descenso para un ciclo logarítmico, con lo que se puede obtener, en forma simple, el valor de las constantes elásticas. La Figura 6.6 muestra un ejemplo de este método.

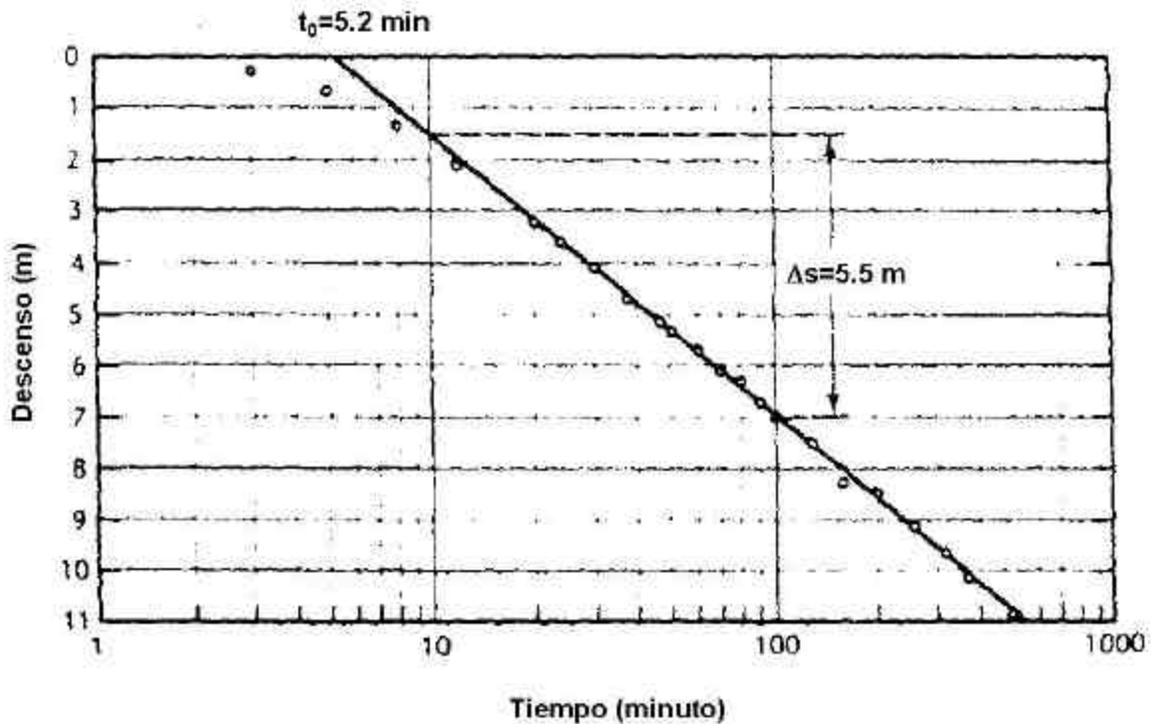
Lo anterior permite escribir para los parámetros elásticos:

$$T = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot p \cdot \Delta s} \quad (6.32)$$

y

$$S = \frac{2.25 \cdot T \cdot t_0}{r^2} \quad (6.33)$$

**Figura 6.6**  
**Método de Jacob (Tiempo)**



### 3.6 Régimen Impermanente - Método de Jacob (Distancia)

Si en forma simultánea se realiza la medición del descenso en tres o más pozos de observación, es posible modificar levemente las expresiones del método de Jacob. De esta manera, la expresión (6.30) puede ser reescrita como:

$$T = \frac{2.3 \cdot Q}{2 \cdot p \cdot s} \cdot \log(r) + \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot p \cdot s} \cdot \log\left(\frac{2.25 \cdot T \cdot t}{S}\right) \quad (6.34)$$

De esta manera es posible graficar la información de descenso, para un tiempo fijo, a la distancia de los pozos de observación tal como se muestra en la Figura 6.7.

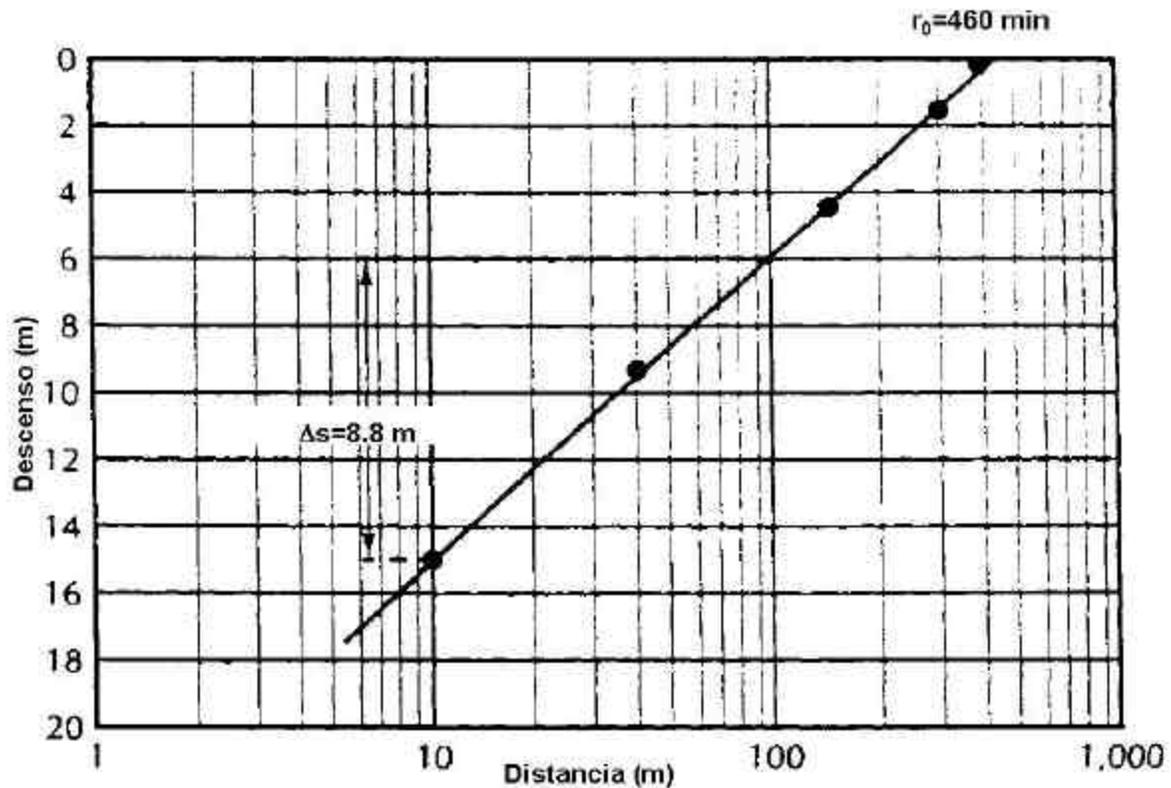
Lo anterior permite escribir para los parámetros elásticos:

$$T = \frac{2.3 \cdot Q}{2 \cdot p \cdot \Delta s} \quad (6.35)$$

y

$$S = \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r_0^2} \quad (6.36)$$

**Figura 6.7**  
**Método de Jacob (Distancia)**



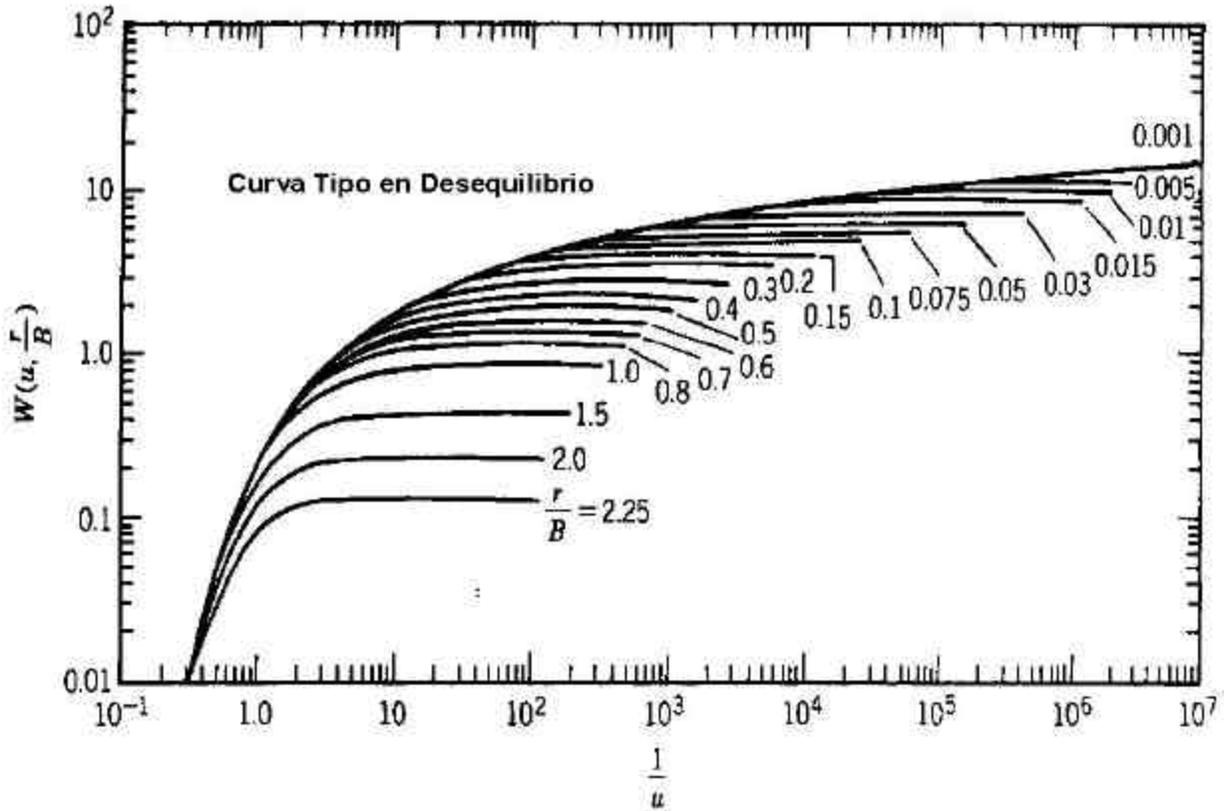
### 3.7 Régimen Impermanente - Acuífero Semi Confinado

Uno de los supuestos más importantes de la solución de Theis es que el agua que es bombeada es removida desde almacenamiento interno en el acuífero. En la práctica hay una serie de situaciones en las cuales este supuesto no es válido; ejemplos de estos son la recarga directa desde un cauce conectado al acuífero y la recarga desde zonas de menor conductividad hidráulica.

Existen dos formas distintas de analizar curvas de descenso versus tiempo en las cuales se sospeche que no se cumplen los postulados básicos de Theis. El método más simple consiste en reconocer que el agua de recarga a través del sistema semi confinado requiere un tiempo largo para drenar a través del material de baja permeabilidad, por lo que el descenso de nivel piezométrico en tiempos pequeños debiera ser bien representado por la teoría clásica de Theis. De esta manera es posible utilizar alguno de los métodos ya analizados para determinar el valor de las constantes elásticas.

El segundo enfoque requiere un método similar al de Theis en el cual se procede a comparar el comportamiento de una solución analítica con los datos de descenso medidos en el pozo de bombeo o de observación. En este caso podemos usar la solución de Hantush descrita en la ecuación (6.16) para dibujar curvas tipo de respuesta de un acuífero semi confinado. Esta información se presenta en la Figura 6.8.

**Figura 6.8**  
**Curva Tipo Acuífero Semi Confinado**



El procedimiento gráfico consiste en comparar el descenso medido en pozos de observación y la solución teórica dada por Hantush. En este caso se procede a mover en forma horizontal y vertical ambos gráficos para hacer coincidir el comportamiento de corto plazo (solución de Theis) y de largo plazo (solución de Hantush depende de  $r/B$ ) hasta obtener un ajuste adecuado. Una vez que se consigue el mejor ajuste posible se selecciona un punto dentro del gráfico (matching point), para el cual se determina el valor de los cuatro ejes:

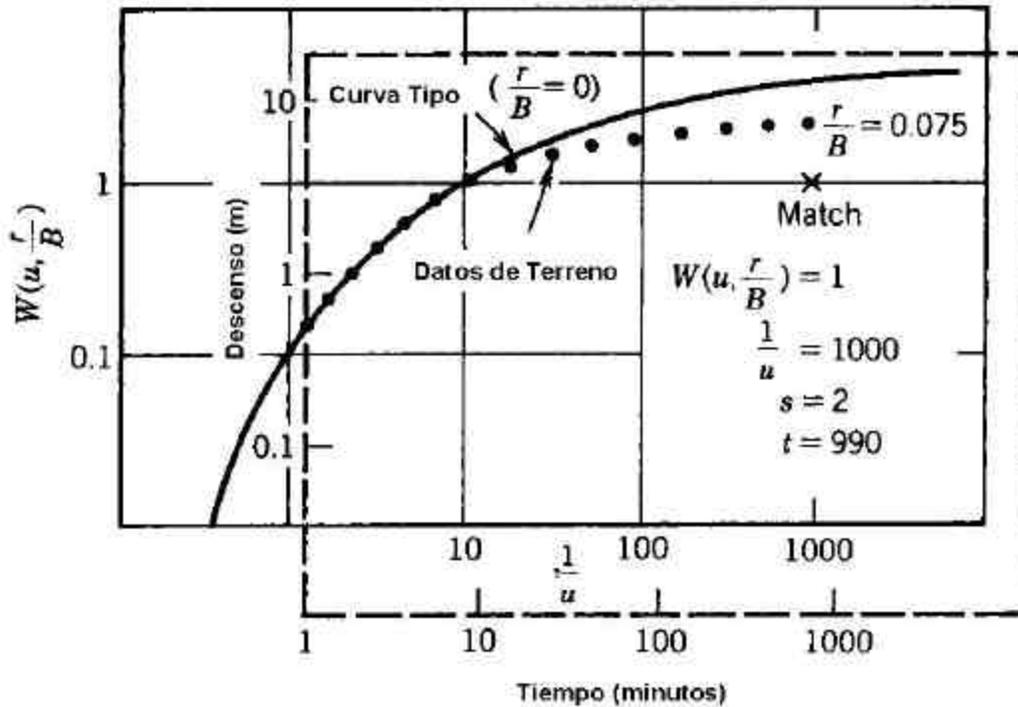
$$\begin{array}{l} W(u, r/B) @ W^* \\ 1/u @ u^* \\ s @ s^* \\ t @ t^* \end{array}$$

Esto se esquematiza en la Figura 6.9. Con estos valores es posible determinar, a partir de las ecuaciones (6.16) y (6.24), las constantes hidrogeológicas  $T$  y  $S$ .

$$T = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot s^*} \cdot W^* \quad (6.37)$$

$$S = \frac{4 \cdot T \cdot u^* \cdot t^*}{r^2} \quad (6.38)$$

**Figura 6.9**  
**Método de Ajuste para Acuífero Semi Confinado**



En el caso de un sistema semi confinado es posible determinar el valor del coeficiente de conductividad de la formación confinante,  $K'$ . Para esto se debe estimar previamente el espesor de esta formación y se recurre al valor de  $r/B$ , el cual se determina a partir del ajuste de las curvas:

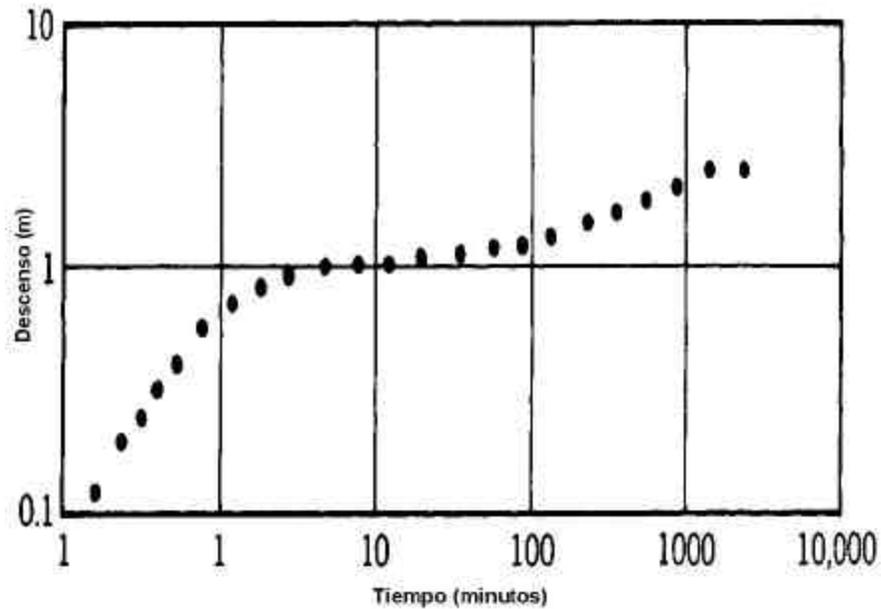
$$K' = \frac{T \cdot m' \cdot (r/B)^2}{r^2} \quad (6.39)$$

### 3.8 Régimen Impermanente - Acuífero No Confinado

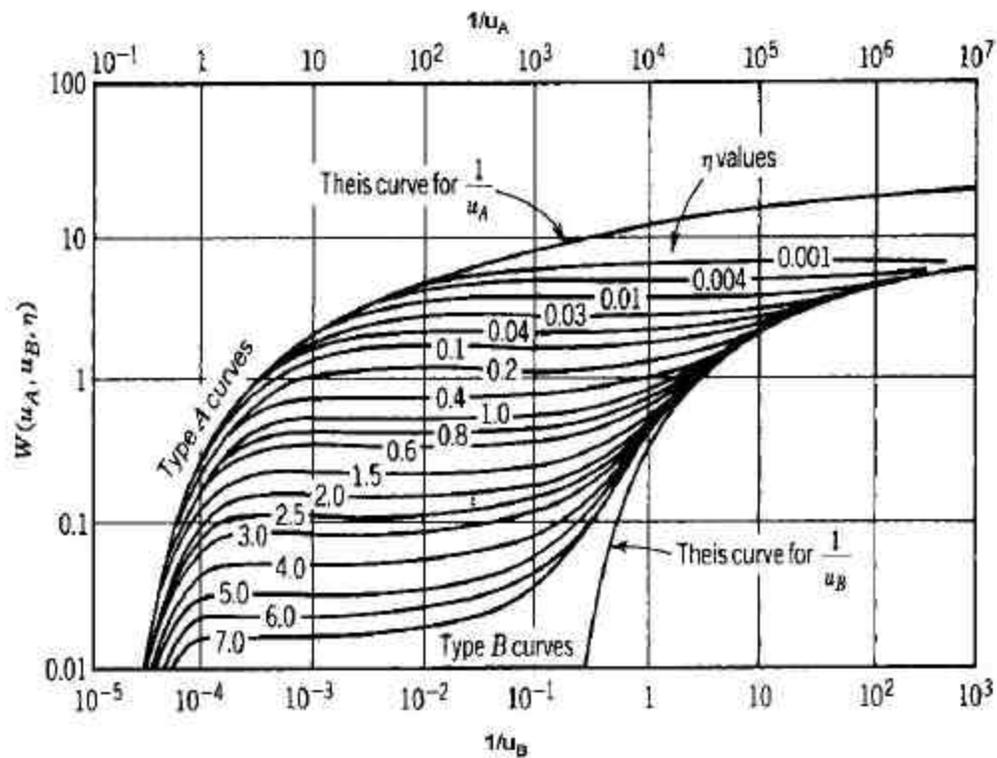
Todos los métodos descritos anteriormente suponen que no existe drenaje desde el sistema acuífero sino sólo un cambio en la presión interna. En el caso de un acuífero no confinado o libre la disminución del nivel freático causará el drenaje del acuífero por lo que el coeficiente de almacenamiento será superior al caso de un acuífero confinado o uno semi confinado.

Una curva de descenso versus tiempo obtenida a partir de una prueba de bombeo en un acuífero no confinado o libre se esquematiza en la Figura 6.10. En este caso se aprecia la forma típica de esta prueba en la cual es posible reconocer diferentes fases del proceso de liberación de agua. Al igual que en método de Theis existe un método de ajuste de curvas en el cual se compara el comportamiento medido durante la prueba de bombeo con la solución analítica correspondiente, ecuación (6.11). Este método no se explica en detalle pero se entrega en la Figura 6.11 un esquema gráfico de su solución analítica.

**Figura 6.10**  
**Descenso en un Acuífero Libre**



**Figura 6.11**  
**Curva Tipo Acuífero no Confinado o Libre**



### 3.9 Régimen Impermanente - Acuífero No Confinado - Corrección de Jacob

En el caso de sistemas acuíferos no confinados o libres se puede utilizar toda la teoría existente para acuíferos confinados (Theis). En este caso, si se dispone de información de descensos en el acuífero libre versus tiempo es posible realizar la siguiente corrección:

$$s' = s - \frac{s^2}{2 \cdot h_0} \quad (6.40)$$

donde  $s$  es el descenso medido en un pozo de observación o de bombeo,  $h_0$  es el espesor saturado del acuífero libre, y  $s'$  es el descenso equivalente en un acuífero confinado.

### 3.10 Recuperación en un Pozo de Bombeo

Si un pozo ha sido bombeado por un período de tiempo  $t$  y luego es detenido bruscamente, el descenso residual puede ser calculado fácilmente mediante superposición. En este caso se supone una situación ficticia en la cual el pozo continúa bombeando luego de ser detenido y a partir del tiempo de su detención se comienza a inyectar un caudal de monto igual al de extracción.

Si  $t_D$  es el tiempo en el cual el pozo se detiene, se puede escribir para el descenso residual:

$$s_R(r, t) = s(r, t) \quad \text{para } t \leq t_D \quad (6.41)$$

$$s_R(r, t) = s(r, t) - s(r, t - t_D) \quad \text{para } t > t_D \quad (6.42)$$

donde  $s(r, t)$  es el descenso en un acuífero confinado, el cual se determina a partir de una combinación de la ecuación (6.8) y la aproximación de Jacob:

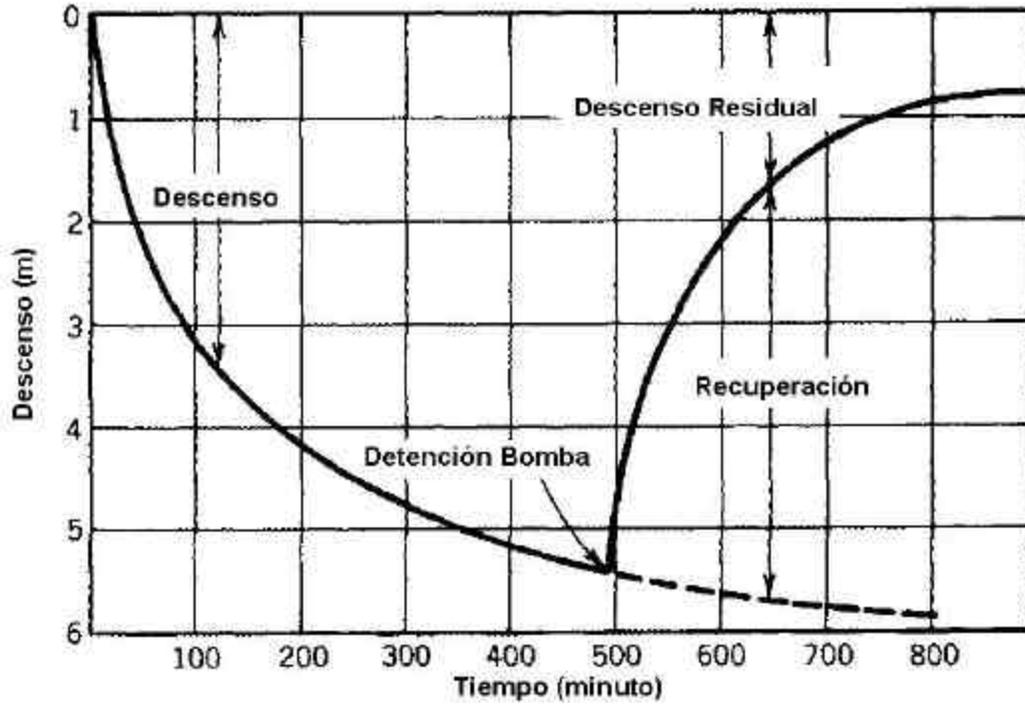
$$s(r, t) = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \log \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r^2 \cdot S} \right) \quad (6.43)$$

Finalmente al reemplazar en la ecuación (6.42) se obtiene:

$$s(r, t) = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \log \left( \frac{t}{t - t_D} \right) \quad \text{para } t > t_D \quad (6.44)$$

La Figura 6.12 muestra una representación de la variación a través del tiempo del descenso en el pozo de observación debido a la detención brusca del bombeo. Si se selecciona un par de valores de  $t$  y  $t_D$  tales que la razón  $t/(t-t_D)$  sea un múltiplo de 10 se obtiene en forma muy simple el valor de la transmisibilidad  $T$  dado que se conoce el descenso residual.

**Figura 6.12**  
**Descenso Experimentado por un Pozo que se Detiene Bruscamente**



## 4. INTERFERENCIAS ENTRE POZOS DE BOMBEO

Al considerar un conjunto de pozos de bombeo, perforados en un mismo acuífero, bombeados en forma simultánea, el problema de las interferencias de sus conos de depresión modifica naturalmente las condiciones supuestas para el caso de un pozo actuando en forma aislada.

Aplicando el principio de superposición es posible calcular la depresión total en un punto cualquiera como la suma de las depresiones causadas por cada pozo sobre dicho punto. Si consideramos  $n$  pozos de bombeo ubicados en un acuífero bidimensional se puede calcular la depresión total sobre un punto cualquiera como:

$$s_A = s_{1-A} + s_{2-A} + \dots + s_{n-A} \quad (6.45)$$

donde  $s_A$  es la depresión total en el punto A, y  $s_{i-A}$  es la depresión producida por el pozo de bombeo  $i$  sobre el punto A. Esta expresión se puede evaluar de distintas formas dependiendo si se trata de régimen permanente o impermanente. En este último caso es posible plantear dos enfoques diferentes. El primero basado en el uso de la solución de Theis y el otro en la aproximación de Jacob. En todo caso es necesario recordar que estas expresiones son válidas para un acuífero confinado o uno libre en el cual se incluya la corrección de Jacob.

### 4.1 Régimen Permanente

En el caso de una situación en régimen permanente podemos escribir la depresión o descenso en un punto A como producto del bombeo desde un pozo  $i$  utilizando la siguiente expresión:

$$s_{i-A} = \frac{Q_i}{2 \cdot p \cdot K \cdot b} \cdot \ln\left(\frac{R_i}{r_{i-A}}\right) = \frac{Q_i}{2 \cdot p \cdot T} \cdot \ln\left(\frac{R_i}{r_{i-A}}\right) \quad (6.46)$$

donde  $Q_i$  es el caudal de bombeo del pozo  $i$ ,  $T$  es la transmisibilidad de la formación acuífera,  $R_i$  es el radio de influencia del pozo  $i$ , y  $r_{i-A}$  es la distancia entre el pozo de bombeo  $i$  y el punto de evaluación A.

Si todos los pozos bombean los mismo (i.e.  $Q_i=Q$ ) y el radio de influencia es el mismo para todos (i.e.  $R_i=R$ ) se puede escribir la depresión total en el punto A como:

$$s_A = \frac{Q}{2 \cdot p \cdot T} \cdot \ln\left(\frac{R^n}{r_{1-A} \cdot r_{2-A} \cdot \dots \cdot r_{n-A}}\right) \quad (6.47)$$

### 4.2 Régimen Impermanente - Solución de Theis

Para el caso de utilizar la solución de Theis se tiene que el efecto de un pozo  $i$  sobre el punto A queda dado por la siguiente expresión:

$$s_{i-A} = \frac{Q_i}{4 \cdot p \cdot T} \cdot W(u_{i-A}) \quad (6.48)$$

con

$$u_{i-A} = \frac{r_{i-A}^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \quad (6.49)$$

Al reemplazar en la expresión de la depresión total en un punto cualquiera, dada por la ecuación (6.45), se tiene:

$$s_A = \frac{1}{4 \cdot p \cdot T} \sum_{i=1}^n Q_i \cdot W(u_{i-A}) \quad (6.50)$$

Si todos los pozos bombean el mismo caudal (i.e.  $Q_i=Q$ ) se tiene:

$$s_A = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} \sum_{i=1}^n W(u_{i-A}) \quad (6.51)$$

### 4.3 Régimen Impermanente - Solución de Jacob

El efecto de interferencia entre pozos puede ser analizado utilizando la solución de Jacob para evaluar la depresión causada por un pozo sobre el punto A. En este caso se tiene:

$$s_{i-A} = \frac{Q_i}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r_{i-A}^2 \cdot S} \right) \quad (6.52)$$

Antes de proseguir es interesante realizar una comparación entre esta expresión y la ecuación (6.46) que es válida para régimen permanente. Si modificamos ligeramente la ecuación (6.52) obtenemos:

$$s_{i-A} = \frac{Q_i}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{S} \cdot \frac{1}{r_{i-A}^2} \right) = \frac{Q_i}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{R_i^2}{r_{i-A}^2} \right) = \frac{Q_i}{2 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{R_i}{r_{i-A}} \right) \quad (6.53)$$

Es interesante observar que un término dentro del argumento del logaritmo natural puede ser asimilado al radio de influencia del pozo, de tal forma que:

$$R_i = 1.5 \cdot \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad (6.54)$$

el que es función del tiempo. Este resultado indica que el pozo de bombeo genera una zona de influencia la cual es creciente con el tiempo de bombeo. De esta manera el área afectada por el pozo de bombeo crece en forma continua y su efecto se va extendiendo paulatinamente hacia zonas más alejadas.

Otro aspecto importante de señalar es el hecho que la solución de Jacob es válida para tiempos de análisis suficientemente grandes, para los cuales  $u$  es menor a 0.05. En el caso de tiempos muy pequeños el argumento del logaritmo natural es inferior a 1.0 por lo que se tienen valores negativos de depresión o descenso de la napa, lo que no corresponde a la realidad. De esta manera se tiene:

$$s_{i-A} = 0 \quad \text{para} \quad t < \frac{r_{i-A}^2 \cdot S}{2.25 \cdot T} \quad (6.55)$$

$$s_{i-A} = \frac{Q_i}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r_{i-A}^2 \cdot S} \right) \quad \text{para} \quad t \geq \frac{r_{i-A}^2 \cdot S}{2.25 \cdot T} \quad (6.56)$$

Si suponemos que todos los pozos se encuentran afectando el punto de interés, la depresión total queda dada por la siguiente expresión:

$$s_A = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r_{i-A}^2 \cdot S} \right) \quad (6.57)$$

lo cual puede ser reordenado para obtener:

$$s_A = \frac{1}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{S} \right) \cdot \sum_{i=1}^n Q_i - \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{2 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \ln(r_{i-A}) \quad (6.58)$$

Si todos los pozos bombean el mismo caudal (i.e.  $Q_i=Q$ ) se tiene:

$$s_A = \frac{n \cdot Q}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{S} \right) - \frac{Q}{2 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(r_{i-A}) \quad (6.59)$$

#### 4.4 Pozo Próximo a una Barrera Impermeable

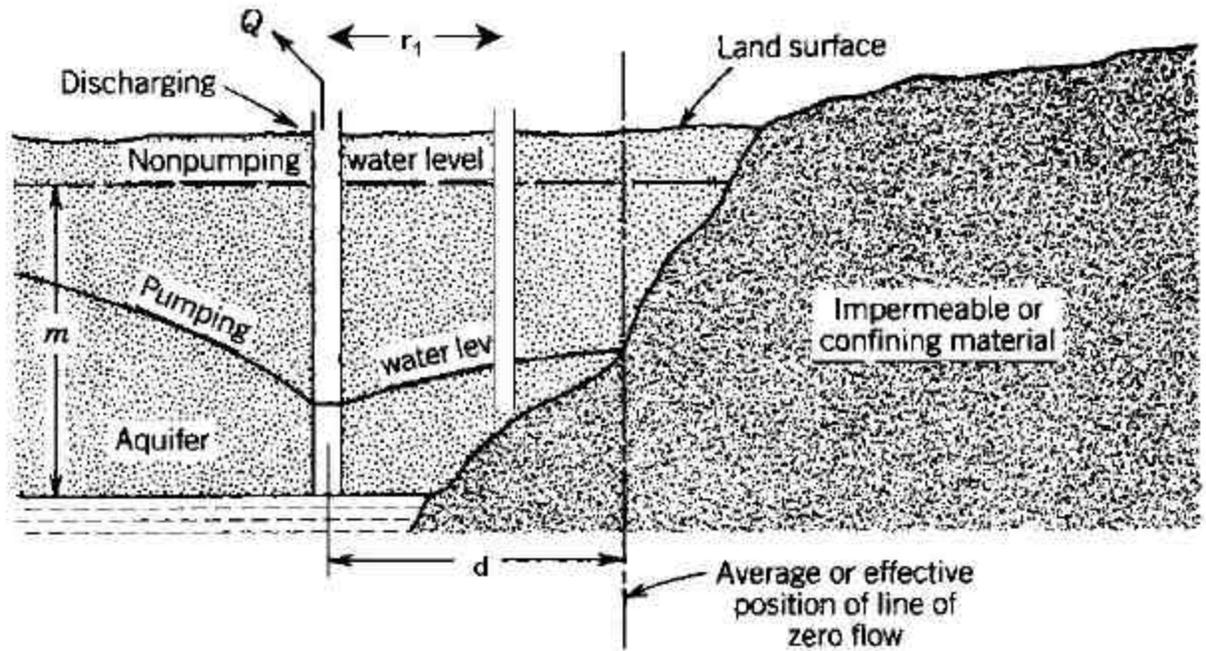
Un supuesto en este capítulo es que el acuífero es infinito en extensión areal. En la vida real esta situación es muy poco probable ya que existen límites geológicos que afectan la expansión del cono de depresión de pozos de bombeo. El método de las imágenes es usado para evaluar este tipo de situación. En el caso particular de una barrera, lo que se esquematiza en la Figura 6.13, se tiene un sistema acuífero limitado en su lado derecho por la presencia de una barrera geológica, la cual se puede representar mediante el uso de un pozo imagen colocado en una posición simétrica con respecto a ella. Este pozo imagen debe proveer un gradiente nulo en la posición de la barrera (la cual se supone vertical para los fines de este análisis), lo que se consigue con un pozo que bombea un caudal similar al del pozo real. De esta manera, se tiene que en un punto cualquiera situado en la zona izquierda de la barrera la depresión total queda dada por la contribución de cada uno de los pozos:

$$s_p = s(r_1) + s(r_2) \quad (6.60)$$

donde  $r_1$  y  $r_2$  son las distancias desde el pozo real y el pozo imaginario hasta el punto A, respectivamente. Si utilizamos la solución de Theis para describir la depresión de un pozo de bombeo sobre el punto A obtenemos la siguiente ecuación:

$$s_p = \frac{Q}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot W \left( \frac{r_1^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \right) + \frac{Q}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot W \left( \frac{r_2^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \right) \quad (6.61)$$

**Figura 6.13**  
**Presencia de Pozos de Bombeo**



Si utilizamos la aproximación de Jacob es necesario analizar el tiempo en el cual el efecto del pozo real y del pozo imagen alcanza al punto de interés:

$$s_p = 0 \quad \text{para} \quad t < \frac{r_1^2 \cdot S}{2.25 \cdot T} \quad (6.62)$$

$$s_p = \frac{Q_i}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r_i^2 \cdot S} \right) \quad \text{para} \quad \frac{r_1^2 \cdot S}{2.25 \cdot T} \leq t < \frac{r_2^2 \cdot S}{2.25 \cdot T} \quad (6.63)$$

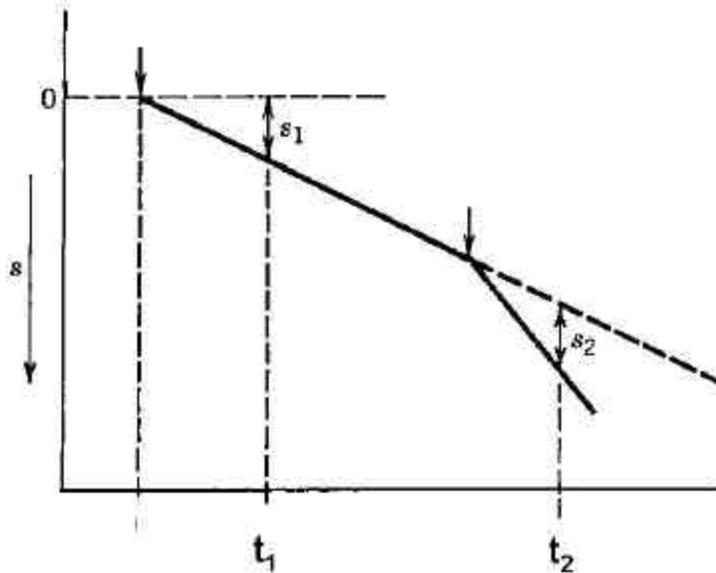
$$s_p = \frac{Q_i}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r_{i1}^2 \cdot S} \right) + \frac{Q_i}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r_{i2}^2 \cdot S} \right) \quad \text{para} \quad t \geq \frac{r_2^2 \cdot S}{2.25 \cdot T} \quad (6.64)$$

El análisis de una prueba de bombeo realizada en una zona con presencia de una barrera tendrá una forma como la indicada en la Figura 6.14. En esta figura se aprecian los quiebres o puntos de cambio en los cuales se manifiesta el efecto de los distintos pozos de bombeo. Desde esta figura es posible identificar los valores de depresión  $s_1$  y  $s_2$ , los que se producen luego de un tiempo  $t_1$  y  $t_2$  de iniciado el bombeo. La depresión o descenso causado por el pozo de bombeo y el pozo imaginario son las siguientes:

$$s_1 = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t_1}{r_1^2 \cdot S} \right) \quad \text{sólo pozo real} \quad (6.65)$$

$$s_2 = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \ln \left( \frac{2.25 \cdot T \cdot t_2}{r_2^2 \cdot S} \right) \quad \text{sólo pozo imagen} \quad (6.66)$$

**Figura 6.14**  
**Efecto de Barrera sobre un Pozo de Observación**



Por construcción se ha elegido que ambos descensos,  $s_1$  y  $s_2$ , sean iguales, por lo que se tiene que los argumentos de los logaritmos deben ser iguales:

$$\frac{2.25 \cdot T \cdot t_1}{r_1^2 \cdot S} = \frac{2.25 \cdot T \cdot t_2}{r_2^2 \cdot S} \quad (6.67)$$

con lo que finalmente obtenemos:

$$r_2 = r_1 \cdot \sqrt{\frac{t_2}{t_1}} \quad (6.68)$$

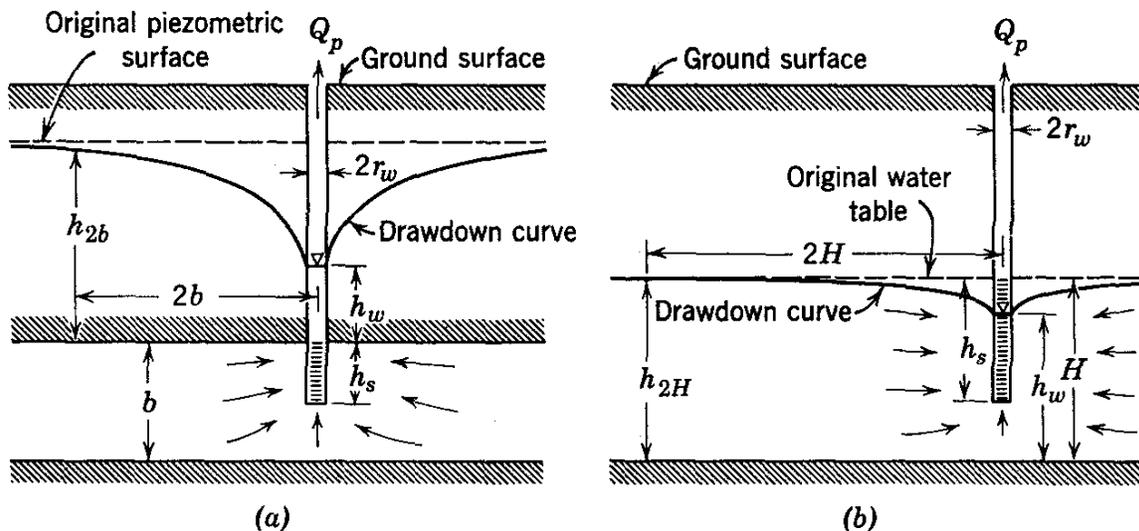
lo que nos permite conocer la distancia desde el pozo de bombeo hasta la barrera,  $d$ , la cual se puede calcular como:

$$d = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (6.69)$$

## 5. POZOS QUE PENETRAN PARCIALMENTE LA NAPA

Un pozo cuya longitud de entrada de agua es menor que la del acuífero que lo penetra se conoce como un pozo que penetra parcialmente la napa. La Figura 6.15 ilustra situaciones correspondientes a un acuífero confinado y uno libre. El patrón de flujo a estos pozos difiere al de flujo radial que existe alrededor de pozos que penetran completamente la napa.

**Figura 6.15**  
**Pozos que Penetran Parcialmente la Napa**



La longitud promedio de una línea de flujo hacia un pozo de penetración parcial es mayor que la correspondiente a un pozo que penetra completamente la napa. Lo anterior provoca una mayor resistencia al flujo de agua hacia el pozo de bombeo. Para efectos prácticos lo anterior se traduce en las siguientes condiciones:

$$\text{Si } Q_p = Q \text{ entonces } (\Delta h)_p > \Delta h$$

$$\text{Si } (\Delta h)_p = \Delta h \text{ entonces } Q_p < Q$$

donde  $Q$  es el caudal extraído desde el pozo de bombeo,  $\Delta h$  es el descenso en el pozo, y el subíndice  $p$  indica que corresponde a un pozo que penetra parcialmente la napa. Algunos estudios indican que más allá de dos veces el espesor saturado del acuífero, en el caso de un acuífero libre, o dos veces la potencia del mismo, en el caso de un acuífero confinado, el efecto de la penetración parcial es despreciable.

Para un pozo que penetra sólo la porción parcial de un acuífero confinado el descenso del nivel piezométrico a una distancia  $2 \cdot b$  queda dado por la siguiente condición:

$$h_{2b} - h_w = \frac{Q_p}{4 \cdot p \cdot K} \cdot \left[ \frac{2}{h_s} \cdot \ln \left( \frac{p \cdot h_s}{2 \cdot r_w} \right) + \frac{0.20}{b} \right] \quad (6.70)$$

donde K es la permeabilidad. La ecuación (6.70) es válida para las siguientes condiciones:

$$b \geq 1.3 \cdot h_s \quad \text{y} \quad h_s \geq 10 \cdot r_w$$

Dado que la curva de descenso más allá de  $2 \cdot b$  puede ser representada correctamente por la solución de un pozo que penetra completamente la napa, el descenso total en estado estacionario se puede escribir como:

$$h_0 - h_w = \frac{Q_p}{2 \cdot p \cdot K} \cdot \left[ \frac{1}{h_s} \cdot \ln \left( \frac{p \cdot h_s}{2 \cdot r_w} \right) + \frac{0.10}{b} + \frac{1}{b} \cdot \ln \left( \frac{R}{2 \cdot b} \right) \right] \quad (6.71)$$

donde  $h_0$  es el nivel piezométrico a una distancia igual al radio de influencia del pozo, R. Al dividir la ecuación anterior por la expresión correspondiente a un pozo que penetra completamente la napa, se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{Q_p}{Q} = \frac{\ln \left( \frac{R}{r_w} \right)}{\frac{b}{h_s} \cdot \ln \left( \frac{p \cdot h_s}{2 \cdot r_w} \right) + 0.10 + \ln \left( \frac{R}{2 \cdot b} \right)} \quad (6.72)$$

donde Q es el caudal de un pozo que penetra completamente la napa y tiene una depresión similar a la del pozo que penetra parcialmente la napa. De esta forma, para un pozo de características geométricas conocidas es posible determinar el descenso del nivel piezométrico en función de la razón entre los caudales.

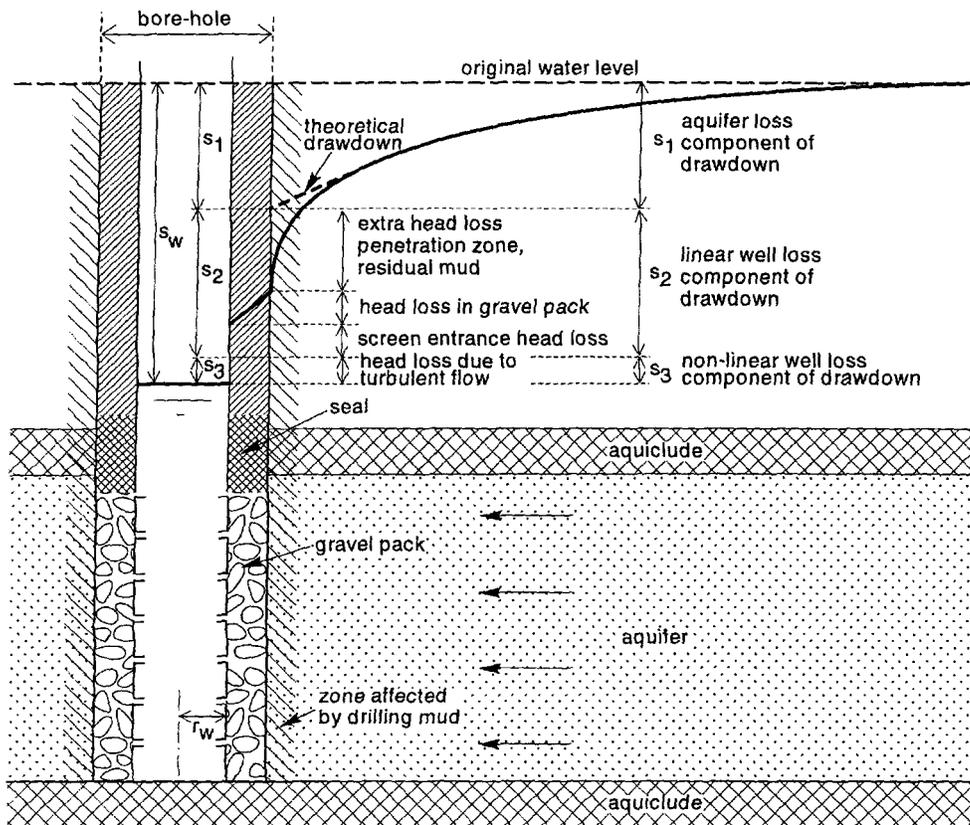
Para un pozo que penetra parcialmente un acuífero libre se tiene la siguiente expresión, la que es válida para pequeños descensos de nivel piezométrico:

$$h_{2H} - h_w = \frac{Q_p}{4 \cdot p \cdot K} \cdot \left[ \frac{2}{h_s} \cdot \ln \left( \frac{p \cdot h_s}{2 \cdot r_w} \right) + \frac{0.20}{H} \right] \quad (6.73)$$

## 6. PERDIDAS DE CARGA EN UN POZO

El descenso del nivel de agua en un pozo de bombeo incluye no sólo el efecto del cono de depresión en el acuífero, sino que también las pérdidas de carga causadas por el paso del agua a través de la rejilla o criba del pozo hacia el interior del pozo. Debido a que este último proceso es de tipo turbulento se ha demostrado que su importancia es proporcional a la segunda potencia del caudal, i.e.,  $Q^2$ . Las Figuras 7.16 y 7.17 muestran el efecto de pérdida de carga en el pozo de bombeo.

**Figura 6.16**  
**Pérdidas de Carga en un pozo de Bombeo**

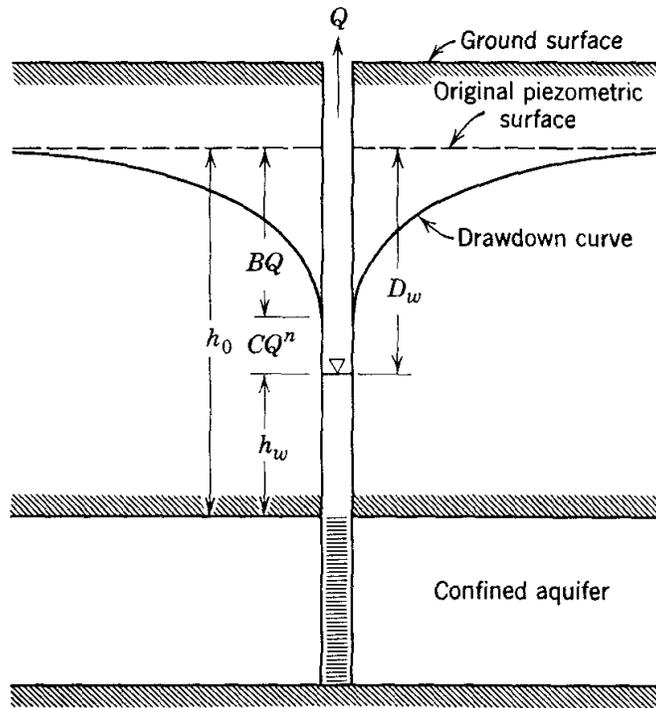


Tomando en cuenta las pérdidas de carga es posible escribir el descenso total en un pozo de bombeo,  $D_w$ , como:

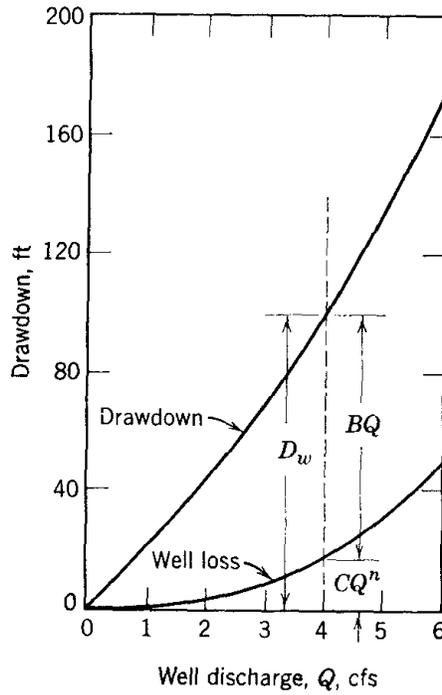
$$D_w = h_0 - h_w = \frac{Q}{2 \cdot p \cdot K \cdot b} \cdot \ln\left(\frac{R}{r_w}\right) + C \cdot Q^2 \quad (6.74)$$

donde  $C$  es una constante que depende del radio del pozo, la forma de construcción del mismo y la condición del pozo. La Figura 6.18 muestra la variación del descenso en el pozo y la pérdida de carga como función del caudal.

**Figura 6.17**  
**Pérdidas de Carga en un Acuífero Confinado**



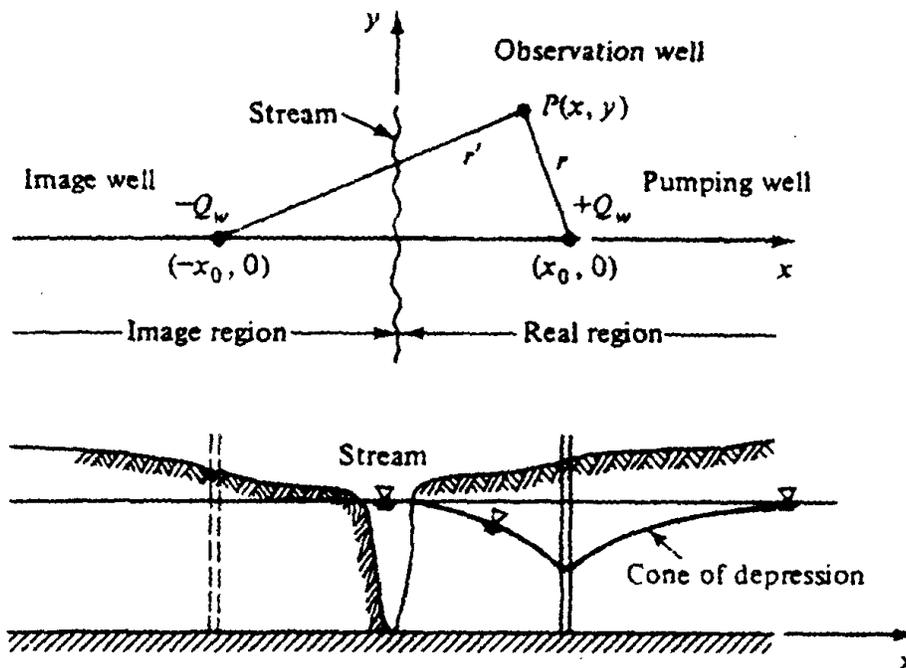
**Figura 6.18**  
**Descenso y Pérdida de carga en Pozo de Bombeo**



## 7. DERIVACION DE LA SOLUCION DE JENKINS PARA INTERFERENCIA POZO - RIO

Para estimar el efecto de un pozo de bombeo ubicado en la posición  $(x_0, y_0)$  sobre una fuente longitudinal se considera el principio de superposición en conjunto con el método de las imágenes. En este caso la fuente longitudinal se reemplaza por un pozo de inyección ubicado en una posición simétrica a la del pozo de bombeo, tal como se indica en la Figura 6.19.

**Figura 6.19**  
**Pozo de Bombeo y Fuente Longitudinal**



Al considerar la superposición de los efectos de ambos pozos sobre un pozo de observación ubicado en la posición P, de coordenadas  $(x, y)$ , se puede utilizar la solución de Theis para escribir:

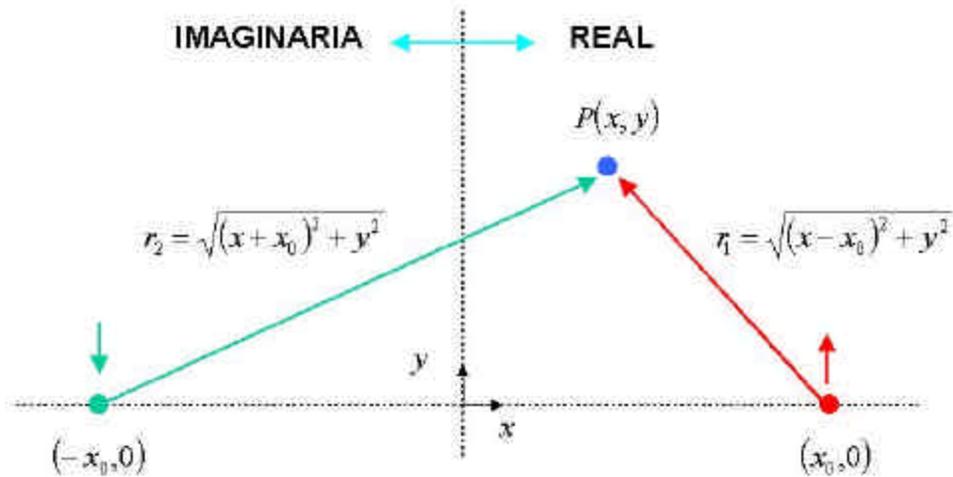
$$s(r, t) = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} \cdot (W(u_1) - W(u_2)) \quad (6.75)$$

donde  $s(r, t)$  es el descenso neto provocado por la presencia del pozo de bombeo y la fuente longitudinal sobre el punto P. La función de pozo  $W(u)$  tiene la forma siguiente:

$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz \quad (6.76)$$

Los parámetros adimensionales  $u_1$  y  $u_2$  dependen de la distancia entre los pozos real e imaginario y el punto de evaluación P. En la Figura 6.20 se muestra la ubicación de ambos pozos.

**Figura 6.20**  
**Ubicación Pozos Real (Bombeo) e Imaginario (Inyección)**



Utilizando la convención indicada en la Figura 6.20 se pueden definir los siguientes parámetros:

$$u_1 = \frac{r_1^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \quad (6.77a)$$

y

$$u_2 = \frac{r_2^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \quad (6.77b)$$

Las distancias  $r$ ,  $r_1$  y  $r_2$  pueden expresarse en coordenadas cartesianas como:

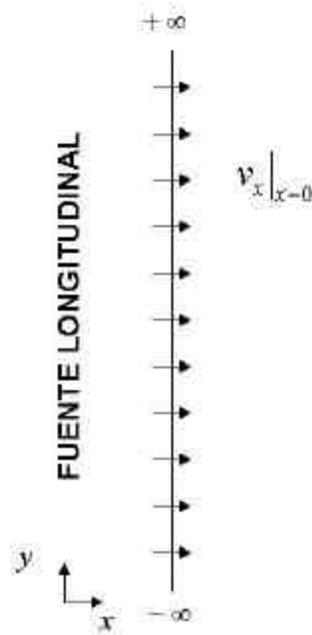
$$r = r_1 = \sqrt{(x_0 - x)^2 + y^2} \quad (6.78a)$$

y

$$r_2 = \sqrt{(x_0 + x)^2 + y^2} \quad (6.78b)$$

Si deseamos evaluar el caudal aportado por la fuente longitudinal podemos considerar lo que ocurre en las cercanías de la misma, en la cual la velocidad del escurrimiento es perpendicular a la fuente, tal como se indica en la Figura 6.21.

**Figura 6.21**  
**Aporte de Fuente Longitudinal al Acuífero**



La velocidad de escurrimiento en una posición cualquiera a lo largo de la fuente queda descrita por:

$$v_x(x=0, y) = -K \cdot \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=0} = K \cdot \left. \frac{\partial s}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (6.79)$$

lo que posteriormente permite escribir el flujo total desde la fuente longitudinal como:

$$q = \int_{y=-\infty}^{y=+\infty} v_x(x=0, y) \cdot b \, dy = \int_{y=-\infty}^{y=+\infty} K \cdot b \cdot \left. \frac{\partial s}{\partial x} \right|_{x=0} \, dy \quad (6.80)$$

A partir de la ecuación (1) es posible escribir la siguiente expresión para la derivada del descenso:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{Q}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \left( \frac{\partial W(u_1)}{\partial x} - \frac{\partial W(u_2)}{\partial x} \right) \quad (6.81)$$

la que puede ser evaluada en forma más adecuada utilizando la regla de la cadena:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{Q}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot T} \cdot \left( \frac{\partial W(u_1)}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial r_1} \cdot \frac{\partial r_1}{\partial x} - \frac{\partial W(u_2)}{\partial u_2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial r_2} \cdot \frac{\partial r_2}{\partial x} \right) \quad (6.82)$$

Cada uno de los términos anteriores queda expresado como:

$$\frac{\partial W(u_1)}{\partial x} = -\frac{e^{-u_1}}{u_1} \quad (6.83a)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial r_1} = \frac{r_1 \cdot S}{2 \cdot T \cdot t} \quad (6.83b)$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial x} = -\frac{x_0 - x}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + y^2}} \quad (6.83c)$$

$$\frac{\partial W(u_2)}{\partial x} = -\frac{e^{-u_2}}{u_2} \quad (6.84a)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial r_2} = \frac{r_2 \cdot S}{2 \cdot T \cdot t} \quad (6.84b)$$

$$\frac{\partial r_2}{\partial x} = \frac{x_0 + x}{\sqrt{(x_0 + x)^2 + y^2}} \quad (6.84c)$$

Al sustituir en la expresión (8) y considerar la evaluación a los largo de la fuente longitudinal, i.e.  $x=0$ , se tiene:

$$\left. \frac{\partial s}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{Q \cdot x_0}{p \cdot T} \cdot \frac{1}{x_0^2 + y^2} \cdot \exp\left(-\frac{x_0^2 + y^2}{4 \cdot T \cdot t} \cdot S\right) \quad (6.85)$$

Al reemplazar en la ecuación (6) se tiene:

$$q = T \cdot \frac{Q \cdot x_0}{p \cdot T} \cdot \int_{y=-\infty}^{y=+\infty} \frac{1}{x_0^2 + y^2} \cdot \exp\left(-\frac{x_0^2 + y^2}{4 \cdot T \cdot t} \cdot S\right) dy \quad (6.86)$$

La cual al ser evaluada permite escribir:

$$q = Q \cdot \left( 1 - \operatorname{erf} \left[ \sqrt{\frac{S \cdot x_0^2}{4 \cdot T \cdot t}} \right] \right) \quad (6.87)$$

o

$$\frac{q}{Q} = \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{S \cdot x_0^2}{4 \cdot T \cdot t}} \right) \quad (6.88)$$

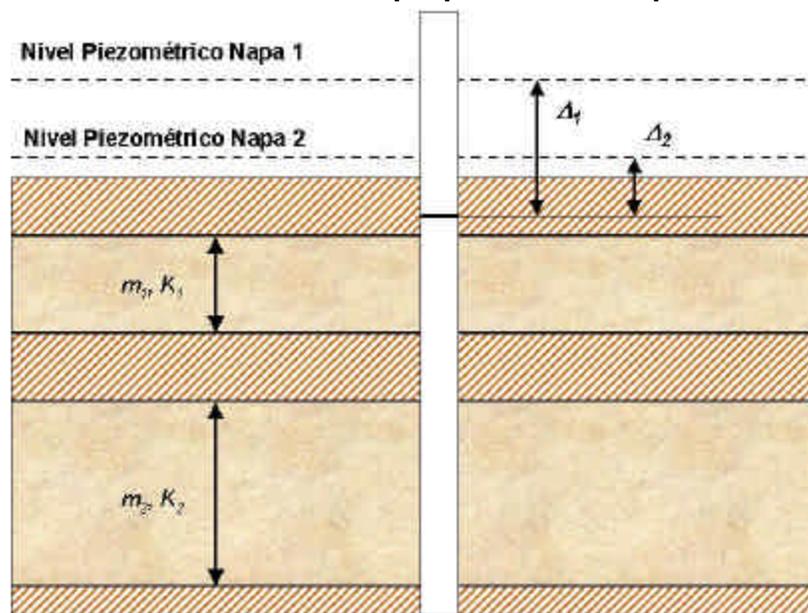
Esta última expresión se conoce como la fórmula de Jenkins y permite estimar que porcentaje del caudal que se extrae desde el pozo de bombeo proviene de la fuente longitudinal.

## 8. POZO QUE CAPTA DE VARIAS NAPAS

Consideremos el caso de la Figura 6.22 en que se tiene un pozo que perfora dos napas artesianas. Supongamos además, que el pozo es captante en ambas zonas. Para un nivel deprimido dentro del pozo, tal como el que se indica en la figura, se tiene que el caudal aportado por la napa 1 es igual a:

$$Q_1 = \frac{\Delta_1 \cdot 2 \cdot p \cdot K_1 \cdot m_1}{\text{Ln}\left(\frac{R_1}{r_w}\right)} \quad (6.89)$$

**Figura 6.22**  
**Pozo de Bombeo que perfora Dos napas**



mientras que el caudal aportado por la napa 2 es:

$$Q_2 = \frac{\Delta_2 \cdot 2 \cdot p \cdot K_2 \cdot m_2}{\text{Ln}\left(\frac{R_2}{r_w}\right)} \quad (6.90)$$

El caudal total que se extrae del pozo queda dado por:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 2 \cdot p \cdot \left\{ \frac{\Delta_1 \cdot K_1 \cdot m_1}{\text{Ln}\left(\frac{R_1}{r_w}\right)} + \frac{\Delta_2 \cdot K_2 \cdot m_2}{\text{Ln}\left(\frac{R_2}{r_w}\right)} \right\} \quad (6.91)$$

Aceptando en forma aproximada que el valor de “R” es constante para las distintas napas, se tendría:

$$Q = \frac{2 \cdot p}{\ln\left(\frac{R}{r_w}\right)} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta_i \cdot K_i \cdot m_i \right\} \quad (6.92)$$

donde n representa el número de napas o estratos. Los valores “Δi” quedan dados por las diferencias entre el nivel piezométrico de cada napa y el nivel deprimido final del pozo.

Esta expresión puede aplicarse también al caso de un pozo que atraviesa una sola napa en la cual, sin embargo, se presenta una cierta estratificación horizontal de los materiales que hace variar tanto su granulometría como su permeabilidad en el sentido vertical.

En este caso puede considerarse, al igual que en el anterior, la existencia de varias capas con distintos valores de “K” y “m”, pero todas, eso sí, con un mismo valor de “Δ”. Se tiene entonces:

$$Q = \frac{2 \cdot p \cdot \Delta}{\ln\left(\frac{R}{r_w}\right)} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n K_i \cdot m_i \right\} \quad (6.93)$$

Los valores de “Ki” que deben considerarse corresponden a la permeabilidad horizontal de cada capa. Resulta que el acuífero en su conjunto se comporta como uno sólo para el cual se tiene:

$$K \cdot m = \sum_{i=1}^n K_i \cdot m_i \quad (6.94)$$

En el mismo caso anterior del pozo en 2 napas artesianas cada una con su propio nivel piezométrico, si el pozo no se bombea y es captante en las dos napas, se alcanzará un cierto nivel de equilibrio definido por “ω1” y “ω2”. La napa 1 con mayor nivel piezométrico, aporta un caudal “q”, el que se infiltra en la napa 2 a través del pozo.

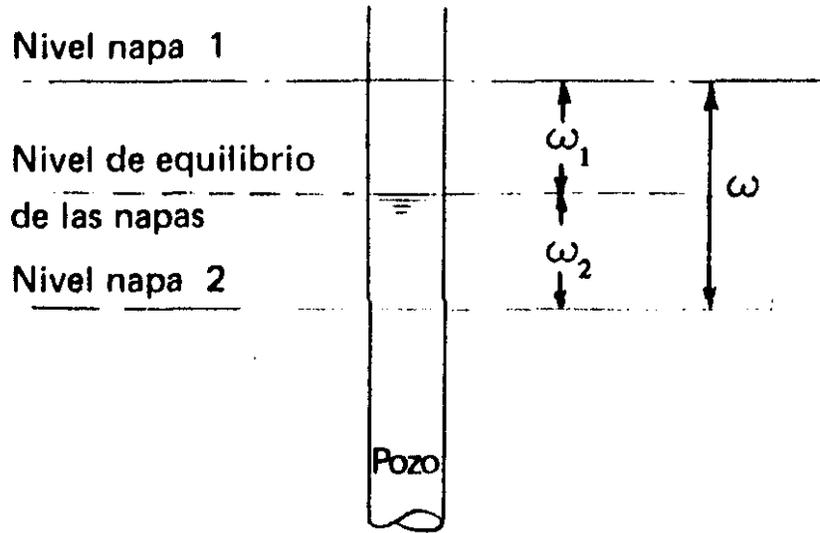
Para determinar el nivel de equilibrio se tiene la siguiente igualdad: (aceptando iguales valores de R).

$$w_1 = q \cdot \frac{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}{2 \cdot p \cdot K_1 \cdot m_1} \quad (6.95)$$

$$w_2 = q \cdot \frac{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}{2 \cdot p \cdot K_2 \cdot m_2} \quad (6.96)$$

Al dividir las expresiones anteriores se tiene:

Figura 6.23  
 Pozo que Atraviesa Dos Napas Confinadas



$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{K_2 \cdot m_2}{K_1 \cdot m_1} \quad (6.97)$$

Pero se cumple que el espesor total del acuífero es conocido:

$$w = w_1 + w_2 \quad (6.98)$$

con lo que finalmente se tiene:

$$w_1 = w \cdot \frac{K_2 \cdot m_2}{K_1 \cdot m_1 + K_2 \cdot m_2} \quad (6.99)$$

y

$$w_2 = w \cdot \frac{K_1 \cdot m_1}{K_1 \cdot m_1 + K_2 \cdot m_2} \quad (6.100)$$

## REFERENCIAS

Domenico P. & F. Schwartz, *Physical and Chemical Hydrogeology*. Wiley. 1990.

Fetter, C.W. *Applied Hydrogeology*. Prentice Hall. 1998.

Cabrera, G. *Seminario de Hidrogeología Aplicada para Técnicos y Profesionales de la Dirección General de Aguas*. 1997.

Baeza, H. *Escurremientos en Medios Permeables*. 2a Parte. 1973