RELACIONES TENSION - DEFORMACION

1- INTRODUCCION

- EL OBJETIVO ES DETERMINAR COMO SE RELACIONAN LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSIONES CON LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACIONES
- LA RELACION ENTRE LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSIONES Y COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACIONES DEPENDE DE LAS PROPIEDADES DEL ELEMENTO (SOLIDO) EN ESTUDIO.
- SE CONSIDERAN LOS MATERIALES QUE POSEEN RELACIONES TENSION-DEFORMACION LINEALES. ADEMAS, ESTOS MATERIALES PRESENTAN UN COMPORTAMIENTO ELASTICO: MATERIALES QUE RETOMAN SUS DIMENSIONES ORIGINALES DESPUES QUE LAS FUERZAS QUE ACTUAN SOBRE EL, SON REMOVIDAS. ⇒ MATERIAL ELASTICO-LINEAL.
- LOS MATERIALES EN ESTUDIO SE CONSIDERAN ISOTROPOS Y HOMOGENEOS. UN MATERIAL ES ISOTROPO SI LAS PROPIEDADES ASOCIADAS A SU COMPORTAMIENTO BAJO TENSIONES, SON LAS MISMAS EN CUALQUIER DIRECCION PARA CUALQUIER PUNTO DEL MATERIAL. LA CONDICION DE HOMOGENEIDAD DEL MATERIAL, SE REFIERE AL HECHO QUE LAS PROPIEDADES DEL MISMO SON INDEPENDIENTES DE LA POSICION EN EL MEDIO.
- LAS ECUACIONES QUE RELACIONAN LAS TENSIONES, DEFORMACIONES, RAZON DE TENSION (AUMENTO DE LA TENSION POR UNIDAD DE TIEMPO), Y RAZON DE DEFORMACION SE LLAMAN "ECUACIONES CONSTITUTIVAS", YA QUE DEPENDEN DE LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL DEL MEDIO EN ESTUDIO.

2- LEY DE HOOKE GENERALIZADA.

- CASO ELASTICO - LINEAL, TENSION UNIAXIAL (UNA DIRECCION)

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \qquad (\text{TENSION NORMAL } \sigma_x \text{ EN LA DIRECCION } x) \qquad (2.1)$$

E: MODULO DE ELASTICIDAD (O MODULO DE YOUNG)

- EXTENDER EL CASO DE TENSION UNIAXIAL, (EN UNA DIMENSION) PARA EL CASO DE ESTADO TRIDIMENSIONAL DE TENSION Ⓢ ENFOQUE MATEMATICO Y ENFOQUE SEMI-EMPIRICO.

a) ENFOQUE MATEMATICO: RELACION ENTRE LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSION(ES) Y COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACION(ES) SE EXPRESA MEDIANTE ECUACIONES LINEALES

$$\sigma_x = c_{11}\varepsilon_x + c_{12}\varepsilon_y + c_{13}\varepsilon_z + c_{14}\gamma_{xy} + c_{15}\gamma_{yz} + c_{16}\gamma_{zx}$$

$$\sigma_y = c_{21}\varepsilon_x + c_{22}\varepsilon_y + c_{23}\varepsilon_z + \cdots \qquad + c_{26}\gamma_{zx} \qquad (2.2)$$

$$\vdots$$

$$\tau_{zx} = c_{61}\varepsilon_x + c_{62}\varepsilon_y + c_{63}\varepsilon_z + c_{64}\gamma_{xy} + c_{65}\gamma_{yz} + c_{66}\gamma_{zx}$$

Obs: EN FORMA ALTERNATIVA, LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACION PUEDEN SER EXPRESADOS COMO COMBINACION LINEAL DE LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSION(ES). EN ESTE CASO, OTRO CONJUNTO DE 36 CONSTANTES ESTARIA PRESENTE EN LAS ECUACIONES.

LOS COEFICIENTES $c_{11}, \ldots, c_{66}$ REPRESENTAN LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL, QUE DEPENDEN SOLO DEL MATERIAL PARA EL CUAL LAS ECUACIONES SON ESCRITAS.

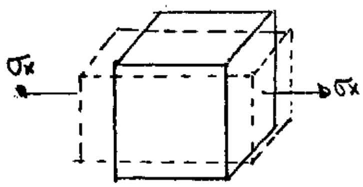
EN LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD, SE DEMUESTRA QUE PARA UN MATERIAL ISOTROPO, MUCHOS DE LAS 36 CONSTANTES SON CERO Y QUE LAS RESTANTES PUEDEN SER REPRESENTADAS POR "DOS COEFICIENTES INDEPENDIENTES". PARA UN MATERIAL HOMOGENEO, CADA UNO DE ESTOS COEFICIENTES TIENEN EL MISMO VALOR EN TODOS LOS PUNTOS DEL SOLIDO.

b) ENFOQUE SEMI-EMPIRICO

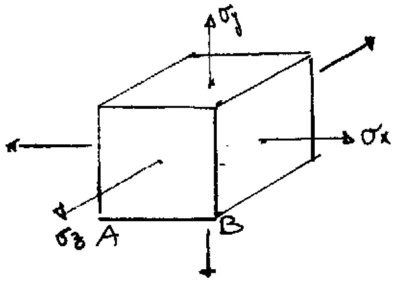
- SE REALIZAN SUPOSICIONES BASADAS EN EVIDENCIAS EXPERIMENTALES EN PEQUEÑAS DEFORMACIONES:

  - TENSION NORMAL σ_x NO PRODUCE DEFORMACIONES DE CORTE EN LOS PLANOS x, y, z.
  - TENSION TANGENCIAL (CORTE) NO PRODUCE DEFORMACIONES NORMALES EN LOS PLANOS x, y, z.
  - TENSION TANGENCIAL (CORTE) τ_{xy} SOLO CAUSA LA DEFORMACION DE CORTE γ_{xy}
  - SI LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACION SON PEQUEÑOS (SUPOSICION DE DEFORMACIONES INFINITESIMALES), EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION PUEDE UTILIZARSE PARA DETERMINAR LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACION DEBIDO A LA ACCION DE MAS DE UN COMPONENTE DEL TENSOR DE TENSION

CONSIDERAR UN PARALELEPIPEDO ELEMENTAL SUJETO A UNA TENSION UNIAXIAL σ_x COMO SE MUESTRA EN LA FIGURA



ELEMENTO BAJO TENSION NORMAL σ_x



ELEMENTO BAJO UN ESTADO TRIAXIAL DE TENSIONES

BASADO EN LA LEY DE HOOKE, LA DEFORMACION NORMAL ε_x ES IGUAL A $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$

ACOMPAÑANDO A ESTA DEFORMACION (ELONGACION) EN LA DIRECCION x, HABRAN CONTRACCIONES EN LAS DIRECCIONES y y z. ESTAS, ESTAN DADAS POR

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\left[\frac{\sigma_x}{E}\right]$$

DONDE ν ES CONSTANTE EN EL RANGO ELASTICO DEL MATERIAL Y SE CONOCE COMO LA RAZON DE POISSON.

CONSIDERAR AHORA UN ELEMENTO SOMETIDO A UN ESTADO TRIAXIAL DE TENSIONES. EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION SE UTILIZARA PARA DETERMINAR LAS DEFORMACIONES NORMALES ε_x, ε_y Y ε_z DEBIDO A LAS TENSIONES NORMALES σ_x, σ_y Y σ_z.

SE SUPONE QUE σ_x ES APLICADO EN PRIMER LUGAR, GENERANDO UN CAMBIO DE LA LONGITUD AB IGUAL A $\frac{\sigma_x}{E}$, CONSIDERANDO UNA LONGITUD INICIAL UNITARIA DE AB.

$$\therefore L_{f_{AB}} = L_{o_{AB}} + \frac{\sigma_x}{E} = 1 + \frac{\sigma_x}{E}$$

LUEGO σ_y ES APLICADO. UN CAMBIO ADICIONAL A LA LONGITUD AB IGUAL A:

$$\Delta_{AB}\Big|_{\sigma_y} = -\frac{\nu\sigma_y}{E}\left(1 + \frac{\sigma_x}{E}\right) \quad ; \frac{\sigma_x}{E} << 1 \text{ (DEFORMACIONES INFINITESIMALES)}$$

$$\Delta_{AB}\Big|_{\sigma_y} \approx -\frac{\nu\sigma_y}{E}(1) \approx -\frac{\nu\sigma_y}{E}$$

POR ULTIMO, CUANDO σ_z ES APLICADO, IGNORANDO LAS CANTIDADES INFINITESIMALES, EL CAMBIO DE LA LONGITUD AB DEBIDO A σ_z ESTA DADO POR

$$\Delta_{AB}\Big|_{\sigma_z} \approx -\frac{\nu\sigma_z}{E}$$

Por lo tanto,
LA DEFORMACION TOTAL EN LA DIRECCION x ESTA DADA POR

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right] \qquad (2.3)$$

Similarmente

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu[\sigma_x + \sigma_z)\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$

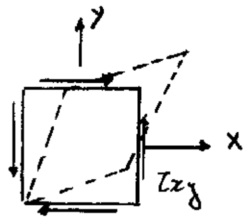
LA RELACION ELASTICA TENSION-DEFORMACION PARA EL CASO DE ESTADO BIDIMENSIONAL DE CORTE PURO, SE ENCUENTRA EXPERIMENTALMENTE Y TIENE LA SIGUIENTE FORMA:

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \qquad (2.4)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{xz}$$

DONDE LA CONSTANTE ELASTICA G SE DENOMINA MODULO DE ELASTICIDAD EN CORTE.



ELEMENTO A CORTE PURO.

LAS ECUACIONES ANTERIORMENTE PRESENTADAS (2.3 & 2.4) SON VALIDAS PARA CUALQUIER ESTADO TRIDIMENSIONAL DE TENSION. SE HAN INTRODUCIDO TRES CONSTANTES ELASTICAS E, ν, y G, QUE GOBIERNAN LAS RELACIONES TENSION-DEFORMACION PARA UN MATERIAL ISOTROPO Y LINEAL. SE DEBE DEMOSTRAR QUE SOLO DOS DE ESTAS CONSTANTES ELASTICAS SON INDEPENDIENTES.

CONSIDERAR UN ESTADO PLANO DE TENSIONES DEFINIDO POR.

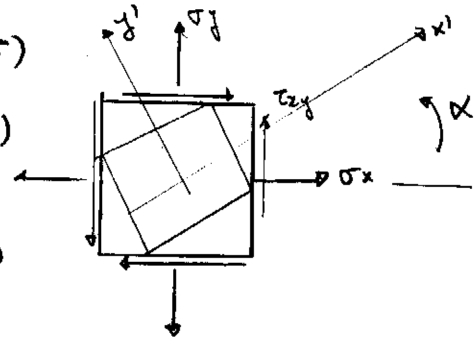
$$\sigma_z = 0 = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACION SOBRE LOS PLANOS x e y ESTAN DADOS POR.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu\sigma_y] \qquad (2.5)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu\sigma_x] \qquad (2.6)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \qquad (2.7)$$



LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSION REFERIDOS AL SISTEMA COORDENADO $x'y'$ ESTAN DADOS POR LAS SIGUIENTES ECUACIONES

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\alpha + \tau_{xy}\sin 2\alpha \qquad (2.8)$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha \qquad (2.9)$$

PARA EL CASO DE LAS DEFORMACIONES NORMALES, SE TIENE QUE

$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\cos 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\alpha \qquad (2.10)$$

$$\varepsilon_{y'} = \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\cos 2\alpha - \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\alpha. \qquad (2.11)$$

DEBIDO A LA ISOTROPIA DEL MATERIAL, LAS CONSTANTES ELASTICAS REFERIDAS A $x'y'$ "DEBEN SER LAS MISMAS" QUE LAS REFERIDAS A xy. Por lo tanto, LAS RELACIONES TENSION-DEFORMACION PARA LOS EJES $x'y'$ ESTAN DADAS POR

$$\varepsilon_{x'} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{x'} - \nu\sigma_{y'}\right] \qquad (2.12)$$

$$\varepsilon_{y'} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{y'} - \nu\sigma_{x'}\right] \qquad (2.13)$$

Sustituyendo Ecs. (2.8), (2.9), y (2.10) en Ec. (2.12) y RESTANDO LA ECUACION RESULTANTE DE LA ECUACION OBTENIDA SUSTITUYENDO Ecs (2.8), (2.9) y (2.11) EN Ec. (2.13), SE TIENE

$$(\varepsilon_x-\varepsilon_y)\cos 2\alpha + \gamma_{xy}\sin 2\alpha = \frac{1}{E}\left[(\sigma_x-\sigma_y)(1+\nu)\cos 2\alpha + 2\tau_{xy}(1+\nu)\sin 2\alpha\right] \qquad (2.14)$$

COMBINANDO Ecs (2.5) y (2.6), SE OBTIENE

$$(\varepsilon_x-\varepsilon_y)\cos 2\alpha = \frac{1}{E}\left[(\sigma_x-\sigma_y)(1+\nu)\cos 2\alpha\right] \qquad (2.15)$$

Ecs. (2.14) y (2.15) SE RESTAN, RESULTANDO

$$\boxed{\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}}$$

LA EXPRESION ANTERIOR SE COMPARA CON Ec. (2.7), OBTENIENDO LA SIGUIENTE IDENTIDAD

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\nu)}} \qquad (2.16)$$

Por lo tanto, EXISTEN solo DOS CONSTANTES ELASTICAS INDEPENDIENTES PARA UN MATERIAL ISOTROPO. PARA UN ESTADO GENERAL DE TENSIONES, LAS RELACIONES TENSION-DEFORMACION, CONOCIDAS COMO LA LEY DE HOOKE GENERALIZADA, CONSISTEN EN LAS SIGUIENTES ECUACIONES

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y+\sigma_z)\right]\\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x+\sigma_z)\right]\\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x+\sigma_y)\right] \qquad (2.17)\\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy}\\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G}\tau_{yz}\\
\gamma_{zx} &= \frac{1}{G}\tau_{zx}
\end{aligned}$$

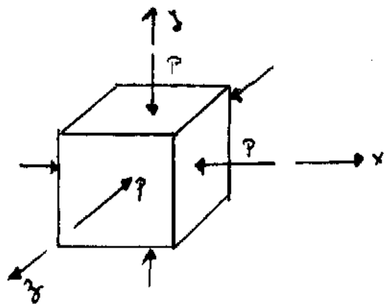
LAS Ecs. (2.17) PUEDEN SER RESUELTAS PARA LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSION EN TERMINOS DE LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE DEFORMACION, EL RESULTADO ES EL SIGUIENTE

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= 2G\varepsilon_x + \lambda(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z)\\
\sigma_y &= 2G\varepsilon_y + \lambda(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z) \qquad (2.18)\\
\sigma_z &= 2G\varepsilon_z + \lambda(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z)\\
\tau_{xy} &= G\gamma_{xy}\\
\tau_{yz} &= G\gamma_{yz}\\
\tau_{zx} &= G\gamma_{zx}
\end{aligned}$$

DONDE LAS CONSTANTES G (MODULO DE ELASTICIDAD DE CORTE) y λ SON LLAMADAS <u>LAS CONSTANTES DE LAMÉ</u> y

$$\boxed{\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \qquad (2.19)$$

CONSIDERAR UN ELEMENTO DE MATERIAL LINEAL-ELASTICO SOMETIDO A UN ESTADO DE TENSIONES HIDROSTATICO, COMO LO MUESTRA LA FIGURA.



$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p \quad (p > 0)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

DE LA ECS. (2.17) SE OBTIENEN LOS COMPONENTES DEL TENSOR DEFORMACION $\underset{\sim}{\varepsilon}$ (ε_{ij})

$$\varepsilon_x\ (\varepsilon_{xx}) = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\left(\frac{1-2\nu}{E}\right)p$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$

ANTERIORMENTE SE DETERMINO QUE EL TENSOR DE DEFORMACION(ES) PUEDE DESCOMPONERSE EN DOS: DEFORMACION DE VOLUMEN Y DEFORMACION DEVIATORICA.

CONSIDERAR UN CUBO DE DIMENSIONES INICIALES dx, dy & dz.

$\therefore$ V_i = volumen inicial : $dx\,dy\,dz$.

V_f = Volumen después de la deformación: $[dx(1+\varepsilon_x)][dy(1+\varepsilon_y)][dz(1+\varepsilon_z)]$

$$V_f = dx\,dy\,dz\,[(1+\varepsilon_y+\varepsilon_x+\varepsilon_x\varepsilon_y)(1+\varepsilon_z)]$$

$$V_f = dx\,dy\,dz\,[1+\varepsilon_z+\varepsilon_y+\varepsilon_y\varepsilon_z+\varepsilon_x+\varepsilon_x\varepsilon_z+\varepsilon_x\varepsilon_y+\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z]$$

Considerando sólo términos lineales (DEFORMACIONES INFINITESIMALES)

$$V_f = V_i\,[1+\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z]$$

$\therefore$

$$\varepsilon = \frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{V_i[1+\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z]-V_i}{V_i} = \varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z.$$

$$\therefore\ \varepsilon = \varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z = 3\varepsilon_v$$

$\therefore$ EN EL CASO DE ESTADO HIDROSTATICO DE TENSIONES,

$$\varepsilon = -\frac{3}{E}(1-2\nu)p$$

$$\varepsilon = -\frac{1}{K}p$$

DONDE $K = \dfrac{E}{3(1-2\nu)}$ ES EL MODULO DE VOLUMEN.

LUEGO, SUMANDO LAS TRES PRIMERAS EXPRESIONES DE LAS ECS. (2.17), SE TIENE

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_z) - \nu(\sigma_x + \sigma_z) - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right] \\
&= \frac{1}{E}\left[\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_z + \sigma_x + \sigma_z + \sigma_x + \sigma_y)\right] \\
&= \frac{1}{E}\left[\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - \nu(2\sigma_y + 2\sigma_z + 2\sigma_x)\right]
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[(1-2\nu)(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\right]$$

RECORDANDO QUE $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$

$$\Rightarrow \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon = \frac{3(1-2\nu)\sigma}{E}$$

$$\therefore \boxed{\sigma = K\varepsilon}$$

PARA EL CASO DE TENSIONES Y DEFORMACIONES DEVIATORICAS, LA LEY CONSTITUTIVA QUE LOS RELACIONA ES DE LA FORMA SIGUIENTE:

$$\boxed{\begin{aligned} \underset{\sim}{s} &= 2G\,\underset{\sim}{d} \\ s_{ij} &= 2G\,d_{ij} \end{aligned}}$$

CASOS ESPECIALES DE ESTADO DE DEFORMACION Y DE TENSION.

Problemas de deformaciones planas

UN ESTADO DE DEFORMACION PLANA OCURRE EN UN CUERPO CUANDO LOS COMPONENTES DEL VECTOR DESPLAZAMIENTO, TIENEN LA SIGUIENTE FORMA

$$\underset{\sim}{u} = (u, v, w) \qquad u = u(x,y)$$
$$v = v(x,y)$$
$$w = 0$$

ESTE TIPO DE DEFORMACION SE PRESENTAN EN LA PRACTICA EN ELEMENTOS CILINDRICOS (PRISMATICOS), SIENDO z SU EJE LONGITUDINAL.

- ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL COMPORTAMIENTO DE SOLIDOS BAJO DEFORMACIONES PLANAS

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad ; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad ; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$

DE LA LEY GENERALIZADA DE HOOKE (EC. 2.18), SE ENCUENTRAN LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSIONES:

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$
$$\sigma_y = 2G\varepsilon_y + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$
$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$
$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$
$$\sigma_z = \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

Problemas de tensiones planas

UN ESTADO DE TENSIONES PLANAS OCURRE EN UN CUERPO, CUANDO LOS COMPONENTES DEL TENSOR DE TENSION SON DE LA FORMA SIGUIENTE:

$$\sigma_x = \sigma_x(x,y)$$

$$\sigma_y = \sigma_y(x,y)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}(x,y)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = \sigma_z = 0$$

LAS RELACIONES TENSION-DEFORMACION TIENEN LA SIGUIENTE FORMA (EC. 2.17)

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x(x,y) = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\sigma_y\right]$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_y(x,y) = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\sigma_x\right]$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}(x,y) = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{zy} = 0$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z(x,y) = \frac{-\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

LAS RELACIONES DESPLAZAMIENTO-DEFORMACION SE SIMPLIFICAN A

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Efecto de Temperatura

- La determinación de las tensiones que se producen por variaciones en la temperatura de un cuerpo pueden jugar un papel muy importante en el diseño del mismo, sobre todo si es parte de una estructura que opera a grandes temperaturas.
- En general, si la temperatura aumenta el cuerpo aumenta en dimensiones mientras que si la temperatura desciende, un cuerpo sólido se contrae.
- Expuesto lo anterior es importante que las relaciones tensión-deformación incluyan el efecto de temperatura.
- El presente análisis se centra en sólidos elásticos e isótropos, para quienes. Las deformaciones por temperatura son las mismas en todas la direcciones.
- Si se considera un cubo infinitesimal, lineal e isótropo, sin restricciones a la deformación, un cambio de temperatura producirá una expansión (positiva o negativa) uniforme sin distorsiones angulares.

Relaciones tensión-deformación incluyendo efecto de temperatura.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right] + \alpha(T - T_0)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right] + \alpha(T - T_0)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right] + \alpha(T - T_0)$$

Los cambios de temperatura no afectan las deformaciones de corte $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$.

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \alpha(3\lambda + 2G)(T - T_0)$$

$$\sigma_y = 2G\varepsilon_y + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \alpha(3\lambda + 2G(T - T_0)$$

$$\sigma_z = 2G\varepsilon_z + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \alpha(3\lambda + 2G)(T - T_0)$$