

Probabilidades y Procesos Estocásticos. Verano 2007

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : León Sanz

CLASE AUXILIAR. VERANO 2007

11 DE ENERO 2008

1. (*Un problema nostálgico, las Amarillas*) Usted llega al paradero de Blanco para esperar su micro (¿Se acuerda cual le servía (619, 666, 603, 615, 618, ...)?). Por su experiencia sabe que ésta pasa según un proceso de Poisson de λ micros cada 10 minutos.
 - a) Calcule la probabilidad de que en un intervalo de 15 minutos pase al menos una micro.
 - b) Se le acaba de pasar una micro. Calcule la probabilidad de que tenga que esperar a los más 10 minutos para la próxima.
 - c) Usted se quedó dormido por 20 minutos. Cuando despierta le dicen que pasaron 2 micros. ¿Cuál es la probabilidad que ambas hayan pasado en los últimos 10 minutos de su siesta?
 - d) Haciendo grandes esfuerzos usted recuerda que la micro (XXX) también le sirve, y ésta pasa a tasa 2 cada 15 minutos. Calcule la probabilidad de que se pueda ir a su casa en los próximos 5 minutos.
 - e) Piense ahora que se subió a la micro. Su trayecto es largo y tiene un tiempo para filosofar. Usted observa que el número de pasajeros que se sube es un proceso de Poisson de parámetro α (personas/minuto). También observa que el chofer no le da boleto a todos los pasajeros sino que sólo le da al 80%, elegidos al azar. Si $Y_t =$ Número de boletos entregados en $(0,t)$, $P_k(t) = P(Y_t = k)$, plantee las ecuaciones diferenciales para $P_k(t)$ y muestre que:

$$P_k = \frac{e^{-\lambda at} (\lambda at)^k}{k!}$$

es solución con $a = 0,8$. (Y_t se llama proceso de Poisson filtrado filtrado.)

2. Sea $X_t =$ "Población en el instante t ". Consideremos que la población inicial es N_0 y las personas mueren según un proceso de Poisson de tasa μ . Encuentre las ecuaciones diferenciales que rigen el proceso X_t . Analícelas y encuentre la distribución de X_t .