

**Probabilidades y Procesos Estocásticos. Verano 2007**  
**¡Feliz Año Nuevo!**

Profesor Cátedra : Fernando Lema  
Profesor Auxiliar : León Sanz

CLASE AUXILIAR. VERANO 2007  
2 DE ENERO 2008

1. El problema del mechón visto en la auxiliar 4, es un ejemplo de un paseo aleatorio en la recta con probabilidad  $p > 0$  de moverse a la derecha y probabilidad  $1 - p$  de moverse a la izquierda. Calcule la esperanza del paseo aleatorio.
2. Similarmente al problema 2 de la clase anterior, considere una barra de largo  $L$  a la cual se le hace un corte al azar. Luego se realiza un segundo corte al azar en el trozo de la barra que se sitúa entre el primer corte y el extremo de la barra ( $L$ ).

La f.d.p de la variable aleatoria  $Y$ : “tamaño de trozo resultante entre el segundo corte el extremo de la barra” está dada por

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{L} \ln\left(\frac{L}{L-y}\right) & \text{Si } 0 \leq y \leq L \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

Calcule la esperanza de  $Y$ .

3. Suponga que el tiempo de vida en horas, digamos  $T$ , de un cierto tubo electrónico es una variable aleatoria exponencialmente distribuida con parámetro  $\beta$ . Luego la f.d.p está dada por  $f(t) = e^{-\beta t}$ ,  $t > 0$ . Una máquina que usa este tubo cuesta  $C_1$  pesos/hora que funcione. Cuando la máquina está funcionando, se obtiene una ganancia de  $C_2$  pesos/hora. Se tiene que contratar a un operador. Este cobra por un número preacordado de horas, digamos  $H$ , y pide un pago de  $C_3$  pesos/hora. ¿Para que valor de  $H$ , el dueño de la máquina espera obtener el máximo de beneficio?
4. Para armar su árbol de navidad, usted debe probar las luces antes de ponerlas. Para evitar probar las luces una a una, usted separa las  $N$  ampolletas y las conecta en  $k$  series de  $n$  ampolletas cada una y las prueba (considere  $N = k \cdot n$ ). En caso de que una serie no funcione, usted prueba todas las ampolletas de esa serie. Se sabe que cada ampolleta tiene una probabilidad  $p$  de encontrarse defectuosa. Considere  $X$ : “número de pruebas hechas”. Encuentre  $k$  tal que, en promedio, le convenga más probar las luces de esta forma, que probarlas una a una.
5. La f.d.p encontrada en el problema del misil de la auxiliar 5 se puede generalizar a:

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad \text{si } -\infty < x < \infty$$

Esta es la denominada distribución de Cauchy. Demuestre que no existe su esperanza.