0.0.1 PAUTA CONTROL 1. Un punto base más los indicados. Los puntajes son referenciales para un camino de solución...

Si alumno utiliza otros pasos, evalue usted más o menos de acuerdo a este método...

Problema 1 Comparando lo dado con ecuacionm de órbita

$$r = \frac{l_0^2}{\mu k}\frac{1}{1-e\cos\theta} = \frac{R}{1-\frac{2}{3}\cos\theta}$$

resulta

$$\begin{aligned}\frac{l_0^2}{\mu k} &= \frac{\mu r_1^2 v_1^2}{k} = R && \text{(1 p)}\\ r_1 &= \frac{R}{1+\frac{2}{3}} = \frac{3}{5}R && \text{(1 p)}\end{aligned}$$

pero $k = GMm$, $\mu = \frac{mM}{M+m}$ luego

$$\begin{aligned}\frac{v_1^2}{G(M+m)} &= \frac{R}{(\frac{3}{5}R)^2} = \frac{25}{9R}\\ v_1^2 &= G(M+m)\frac{25}{9R}\\ v_1' &= 2\sqrt{G(M+m)\frac{25}{9R}} && \text{(1 p)}\end{aligned}$$

Calculamos nuevos valores de E, l_0

$$\begin{aligned}E &= 2MmG\frac{25}{9R} - \frac{GMm}{(\frac{3}{5}R)} = \frac{35}{9}\frac{GMm}{R} && \text{(0.5 p)}\\ l_0' &= \frac{mM}{m+M}\frac{3}{5}R\times 2\sqrt{G(M+m)\frac{25}{9R}} && \text{(0.5 p)}\end{aligned}$$

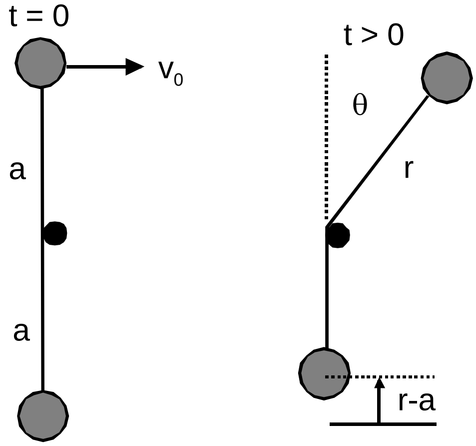
evaluamos

$$\begin{aligned}e^2 &= 1+\frac{2El_0^2}{mK^2} = \\ &= 1+\frac{\frac{70}{9}\frac{GMm}{R}(\frac{mM}{m+M}\frac{3}{5}R\times 2\sqrt{G(M+m)\frac{25}{9R}})^2}{\frac{mM}{m+M}G^2M^2m^2} = \frac{289}{9},\\ e &= \frac{17}{3} && \text{(0.5 p)}\\ \frac{l_0'^2}{\mu K} &= \frac{(\frac{mM}{m+M}\frac{3}{5}R\times 2\sqrt{G(M+m)\frac{25}{9R}})^2}{\frac{mM}{m+M}GMm} = 4R && \text{(0.5 p)}\end{aligned}$$

finalmente

$$r = \frac{4R}{1 - \frac{17}{3}\cos\theta} \qquad \text{(1 p)}$$

- Problema 2



Partícula de arriba (segunda ley en polares) y partícula de abajo movimiento unidimensional

$$\begin{aligned} -T &= m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) && \text{(a))} \\ 0 &= 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} && \text{(——)} \\ T &= m\ddot{r} && \text{(2 p)} \end{aligned}$$

de las segunda

$$r^2\dot{\theta} = \text{ constante} = aV_0$$

luego eliminando $\dot{\theta}$

$$\begin{aligned} 0 &= 2\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ \dot{\theta} &= a\frac{V_0}{r^2} \\ 0 &= 2\ddot{r} - r(a\frac{V_0}{r^2})^2 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
2\ddot{r} &= \frac{d}{dr}\dot{r}^2 = a^2\frac{V_0^2}{r^3} \\
\dot{r}^2 &= \int_a^r a^2\frac{V_0^2}{r^3}dr = \frac{1}{2}V_0^2\frac{r^2-a^2}{r^2} \\
\dot{r} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{V_0}{r}\sqrt{r^2-a^2} \\
\int_a^r \frac{rdr}{\sqrt{r^2-a^2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}}V_0 t = \sqrt{r^2-a^2} \\
r &= \sqrt{a^2+\frac{1}{2}V_0^2t^2} && \text{(2 p)} \\
\dot{\theta} &= a\frac{V_0}{r^2} = a\frac{V_0}{a^2+\frac{1}{2}V_0^2t^2} \\
\theta &= \int_0^t a\frac{V_0}{a^2+\frac{1}{2}V_0^2t^2}dt = \sqrt{2}\arctan\frac{\sqrt{2}V_0t}{2a} && \text{(2 p)}
\end{aligned}
$$

- Problema 3

$$
\begin{aligned}
m &= 5000-20t, \quad t \leq t = 125\,\mathrm{s} \\
\frac{dm}{dt} &= -20 \\
u-v &= -1000 \\
F_x &= 0
\end{aligned}
$$

la ecuación

$$
\begin{aligned}
0 &= m\frac{dv}{dt} - (u-v)\frac{dm}{dt} \\
0 &= (5000-20t)\frac{dv}{dt} - (-1000)(-20) \\
\frac{dv}{dt} &= \frac{1000}{250-t}
\end{aligned}
$$

mediante dos integraciones

$$
\begin{aligned}
v &= \int_0^t \frac{1000}{250-t}dt = 1000\ln\frac{250}{250-t} \\
v_{\max} &= \int_0^{125}\frac{1000}{250-t}dt = 1000\ln 2 = 693.\,15\,\mathrm{m\,s^{-1}} && \text{(a) 3 p)}
\end{aligned}
$$

$$
x = 1000\int_0^{125}\ln\frac{250}{250-t}dt = 125\,000 - 125\,000\ln 2 = 38357.\,\mathrm{m} \quad \text{(b) 3 p)}
$$

Si los resultados finales están malos pero hay algo correcto en lo anterior, pondere usted el puntaje que merecen.