

Conceptos Básicos para Diseño de motor Stirling con baja diferencia de temperatura

**Prof. Roberto Román L.
Departamento de Ingeniería Mecánica
Universidad de Chile**

1 Introducción y Objetivos:

En este documento se entregan algunos conceptos básicos de diseño y metodología elemental de cálculo de un motor Stirling con bajo gradiente térmico.

Adicionalmente entregamos algunas indicaciones básicas referentes al diseño del motor.

Para efectos de simplicidad, hemos dividido el documento en las siguientes partes:

- Ciclo Stirling teórico y real.
- Elementos básicos del motor.
- Cálculo termodinámico elemental.
- Aspectos constructivos.

2 Ciclo Stirling Teórico y Real:

El ciclo Stirling teórico está compuesto por dos isothermas y dos evoluciones a volumen constante (ver figura 1). En las cuatro evoluciones hay intercambio de calor. Pero la magnitud del calor absorbido en el calentamiento a volumen constante es igual (pero de signo contrario) a la magnitud del calor cedido en el enfriamiento a volumen constante.

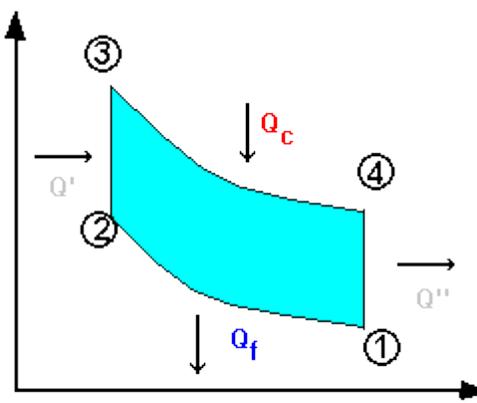


Figura 1: Ciclo Stirling Teórico

Si este calor se almacena en forma intermedia en un **regenerador**, la teoría demuestra que es posible alcanzar el rendimiento de Carnot. La función de este **regenerador** es almacenar (en forma reversible) el calor cedido al exterior en el enfriamiento a volumen constante (evolución 4-1) y volverlo a entregar al ciclo en el calentamiento a volumen constante (evolución 3-4). Esto es posible si el regenerador está compuesto de un material poroso capaz de almacenar y ceder calor, que permita el paso del fluido de trabajo y que tenga conductividad térmica axial despreciable.

Realmente es posible dimensionar regeneradores bastante buenos.

En el caso del ciclo real obviamente el rendimiento es inferior al teórico. Además las evoluciones que se siguen no son exactamente las teóricas. En la figura 2 vemos un ciclo real de un motor Stirling de aire caliente con y sin regenerador de calor. Este diagrama p-V ha sido obtenido de un pequeño motor real (ver referencias al final del documento).

3 Elementos Básicos del Motor:

El motor Stirling es un motor de ciclo cerrado y fuente de calor externa. Se caracteriza fundamentalmente por tener un lado **frío** y un lado **caliente**. El fluido de trabajo se trasvasija desde el lado frío al lado caliente (y viceversa) por medio de un **desplazador**. Cuando el fluido se calienta su presión **aumenta**, al enfriarse su presión **disminuye**. Esta fuerza se transmite al exterior por medio de un **pistón** o **membrana** de trabajo.

Debe existir un mecanismo tal que:

- Mueva el desplazador de tal forma que el fluido de trabajo pase de la zona fría a la caliente (y al revés).
- Transmita el esfuerzo del pistón o membrana al exterior.
- Sincronice el movimiento de pistón y desplazador.

El movimiento y sincronismo se logra por medio de bielas y manivelas adecuadas. En particular, la biela que mueve el desplazador está desfasada en aproximadamente 90° con respecto a la biela que es accionada por el pistón (o membrana).

Recordemos:

- El desplazador sirve para mover el fluido del lado frío al caliente y viceversa. Por lo tanto no entrega ningún trabajo útil al exterior.
- El pistón o membrana es el elemento que entrega trabajo útil. Este también acciona (indirectamente) al desplazador.
- El movimiento global se asegura por bielas y manivelas que sincronizan pistón con desplazador.
- Además suele haber un **volante** que sirve para almacenar energía cinética y hacer todo el movimiento más suave y armónico.

4 Cálculo Termodinámico Elemental:

4.1 Hipótesis Básicas:

En los próximos puntos plantearemos un cálculo simplificado del motor Stirling. Se aplicarán los siguientes conceptos e hipótesis básicas:

- El gas en el interior del motor se comporta como gas perfecto.
- Los volúmenes muertos son cero.
- De existir regenerador, este se considera perfecto.
- La irreversibilidad termodinámica asociada a la transferencia de calor se tomará en cuenta por un coeficiente empírico.

Para los motores que se van a construir en el Seminario se trata de que operen con el menor gradiente de temperatura posible. Además su presión media interna va a ser igual a la presión ambiente.

Definiremos las siguientes variables fundamentales:

- V : el volumen medio interno.
- V_{\max} : volumen máximo del motor.
- V_{\min} : volumen mínimo del motor
- T_{\max} : temperatura máxima del fluido de trabajo.
- T_{\min} : temperatura mínima del fluido de trabajo.

El objetivo del cálculo termodinámico es determinar la presión máxima, mínima y media en el motor a partir de las hipótesis de temperaturas.

4.2 Secuencia de Cálculo:

A partir de la geometría del motor, debemos determinar el volumen medio, máximo y mínimo. Recuerden que el volumen máximo ocurre con máximo desplazamiento del pistón de trabajo y el mínimo en la situación opuesta. Durante el ciclo de trabajo, se pasa por el máximo y mínimo una vez y por los volúmenes medios dos veces.

Hay algunos aspectos que hay que tomar en cuenta:

- El volumen mínimo tiende a ocurrir hacia la temperatura mínima.
- Mientras más chica sea la diferencia de volumen, más grande tiende a ser la diferencia de presiones.
- La máxima diferencia de presiones se produce para un ΔV de 0.
- La máxima potencia del motor se tiende a producir a m/m la mitad de la máxima velocidad.
- Para estos motores a aire, la máxima velocidad está entre los 200 y 300 rpm.

Vamos a ejemplificar con un caso concreto:

El motor experimental **ST** tendrá un diámetro de 15 cm, una altura de 2 cm y efectuaremos el cálculo con aire e hidrógeno como fluido de trabajo. El desplazador ocupa la mitad del volumen interno. Dejaremos como variable el volumen desplazado.

La secuencia de cálculo a seguir será la siguiente:

- Primero calcularemos la masa de fluido que encierra el motor.
- Luego, para un diferencial de temperatura fijado, calcularemos la presión máxima y mínima para un ΔV de 0.
- Conociendo la condición anterior, probaremos diferentes ΔV hasta escoger uno "adecuado".
- Con el dato anterior, definiremos diámetro y carrera del pistón (o membrana).
- Definida la carrera, comenzamos a definir la geometría del conjunto biela-manivela.

4.2.1 Masa de fluido:

El volumen de fluido dentro del cilindro es de:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h / 2$$

Se considera $h/2$ para tomar en cuenta el volumen del desplazador. En nuestro caso $r=7,5$ cm y $h/2 = 1$ cm, de donde:

$$V = \pi \cdot 7,5^2 \cdot 1/2 = 88,4 \text{ cm}^3$$

Ahora debemos calcular la masa del fluido de trabajo. Supongamos una temperatura media de $25^\circ\text{C} = 298^\circ\text{K}$. Para ello aplicamos la ecuación de estado de gases perfectos:

$$p \cdot V = m \cdot R' \cdot T$$

$$m = \frac{p \cdot V}{R' \cdot T}$$

$$m = \frac{1 \cdot 10^5 \times 88,4 \cdot 10^{-6}}{287 \cdot 298}$$

$$m = 0,1033 \text{ [gramos]}$$

4.2.2 Presión máxima y mínima para diferencia de volumen cero:

Vamos a suponer que la temperatura máxima será de 50°C y la mínima de 0°C (para efectos del cálculo). Entonces, si la variación de volumen es de 0, entonces podemos calcular las presiones máximas y mínimas:

$$p_{max} = \frac{m \cdot R' \cdot T_{max}}{V}$$

$$p_{min} = \frac{m \cdot R' \cdot T_{min}}{V}$$

$$p_{max} = \frac{1,03 \cdot 10^{-4} \cdot 287 \cdot 323}{88,4 \cdot 10^{-6}}$$

$$p_{max} = 108.389 \text{ [Pa]}$$

$$p_{min} = \frac{1,03 \cdot 10^{-4} \cdot 287 \cdot 273}{88,4 \cdot 10^{-6}}$$

$$p_{min} = 91.611 \text{ [Pa]}$$

Es decir, tenemos una presión máxima de 1,08 bar y una mínima de 0,92 bar. El diferencial máximo disponible sería de 0,16 bar, lo que corresponde a 16.778 Pa, es decir 1678 mm de columna de agua. Esto equivale a casi 168 g/cm^2 de diferencia.

4.2.3 Con diferencia de volumen:

Ahora supongamos que el pistón de trabajo tenga 2 cm de diámetro y 1 cm de carrera. El nuevo volumen medio ocurrirá a la mitad de la carrera. La presión máxima tenderá a ocurrir a volumen mínimo y temperatura máxima y la presión mínima a volumen máximo y temperatura mínima. Replanteemos las ecuaciones:

El volumen medio de fluido dentro del cilindro es de:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h/2 + \pi \cdot \phi^2 \cdot L/2$$

Con ϕ diámetro interno del cilindro y L la carrera.

En nuestro caso $r=7,5$ cm y $h/2 = 1$ cm; $\phi = 2$ cm y $L = 1$ cm de donde:

$$V_M = \pi \cdot 7,5^2 \cdot 1/2 + \pi \cdot 1^2 \cdot 1/2 = 89,93 \text{ cm}^3$$

$$V_{Max} = \pi \cdot 7,5^2 \cdot 1/2 + \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = 91,50 \text{ cm}^3$$

$$V_{Min} = \pi \cdot 7,5^2 \cdot 1/2 + \pi \cdot 1^2 \cdot 0 = 88,4 \text{ cm}^3$$

Ahora debemos calcular la masa del fluido de trabajo. Supongamos una temperatura media de $25^\circ\text{C} = 298^\circ\text{K}$. Para ello aplicamos la ecuación de estado de gases perfectos:

$$p \cdot V_M = m \cdot R' \cdot T$$

$$m = \frac{p \cdot V_M}{R' \cdot T}$$

$$m = \frac{1 \cdot 10^5 \times 89,93 \cdot 10^{-6}}{287 \cdot 298}$$

$$m = 0,1051 \text{ [gramos]}$$

4.2.4 Presiones máximas y mínimas para diferencia de volumen real:

Vamos a suponer que la temperatura máxima será de 50°C y la mínima de 0°C (para efectos del cálculo). Entonces, con la hipótesis que la máxima presión ocurre a volumen mínimo y temperatura máxima y la presión mínima a máximo volumen y temperatura mínima se puede calcular las presiones máximas y mínimas:

$$p_{max} = \frac{m \cdot R \cdot T_{max}}{V_{min}}$$

$$p_{min} = \frac{m \cdot R \cdot T_{min}}{V_{max}}$$

$$p_{max} = \frac{1,05 \cdot 10^{-4} \cdot 287 \cdot 323}{88,4 \cdot 10^{-6}}$$

$$p_{max} = 110.316 [Pa]$$

$$p_{min} = \frac{1,05 \cdot 10^{-4} \cdot 287 \cdot 273}{91,5 \cdot 10^{-6}}$$

$$p_{min} = 90.038 [Pa]$$

El diferencial máximo disponible sería de 20.278 Pa, es decir 2028 mm de columna de agua. Esto equivale a casi algo más de 202 g/cm² de diferencia.

Naturalmente los valores reales serán bastante menores. Esto se debe a que el ciclo real no sigue exactamente el teórico y además el roce entre cilindro y pistón. Pero los valores obtenidos nos sirven de **referencia de diseño**.

Traduzcamos estos valores a **fuerzas** a esperar en el pistón de trabajo. La fuerza máxima será hacia afuera y estará dada por:

$$F_{max} = S \cdot (p_{max} - p_{amb})$$

$$F_{max} = \pi \cdot \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 \cdot (p_{max} - p_{amb})$$

$$F_{max} = \pi \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 \cdot (110.316 - 100.000) \times 1 \cdot 10^{-4}$$

$$F_{max} = 3,24 [N]$$

La fuerza mínima será hacia adentro y estará dada por:

$$F_{min} = S \cdot (p_{amb} - p_{min})$$

$$F_{min} = \pi \cdot \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 \cdot (p_{amb} - p_{min})$$

$$F_{min} = \pi \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 \cdot (90.038 - 100.000) \times 1 \cdot 10^{-4}$$

$$F_{min} = -3,13 [N]$$

4.2.5 Hipótesis adicionales:

Los anteriores nos dan los cálculos básicos. Para este motor hipotético es razonable suponer que dispondremos de un diferencial de hasta 3 N con respecto a la presión ambiente para trabajar con él (positivo y negativo).

En un ciclo, es razonable suponer 2 N positivo (como media) y 2 N negativo. Como la carrera es de 1 cm, el trabajo realizado en un ciclo sería:

$$\begin{aligned} &2 \text{ N}\cdot\text{cm} \text{ en carrera ascendente} \\ &2 \text{ N}\cdot\text{cm} \text{ en carrera descendente} \end{aligned}$$

Esto nos da 4 N·cm por ciclo. Si suponemos que el motor funciona a 100 rpm, implica una **potencia** de:

$$\begin{aligned} Pot &= 4 \times \frac{100}{60} \cdot 0,01 [W] \\ Pot &= 66,7 [mW] \end{aligned}$$

Esta potencia es susceptible de ser aumentada si el gradiente de temperatura aumenta, si la presión media aumenta o si las revoluciones aumentan.

También puede mejorar si las propiedades termodinámicas del fluido mejoran.

El mismo cálculo lo podemos realizar para diferencias de temperatura menores, en vista de nuestro objetivo de diseño.

Es importante tomar en cuenta de que si uno utiliza una fuente de calor a temperatura T_c , el fluido en el interior del motor se calentará a $T_{\max} = T_c - \Delta T_1$. Análogamente, al enfriar el fluido de trabajo, realmente en el interior este se enfriará a: $T_{\min} = T_f - \Delta T_2$

Esta pérdida de temperatura toma en cuenta el hecho de que existe una resistencia térmica a superar tanto en el calentamiento como enfriamiento del fluido. Es decir, realmente se calienta menos de lo teórico y se enfría menos.

4.2.6 Geometría básica del motor:

Con los cálculos elementales recién enunciados, uno debe pasar ahora a definir la geometría básica del motor. Esto implica:

- Definir excentricidad de bielas para permitir movimiento correcto del desplazador y pistón.
- Distancia entre ejes y cara superior del motor, de forma de que no exista interferencia entre componentes.
- Ubicación de componentes principales.

5 Aspectos Constructivos:

Se podrían escribir muchas páginas sobre aspectos constructivos a considerar. Hay sin embargo, algunos puntos básicos:

- Evitar que el desplazador toque cara superior o inferior del motor.
- Reducir volúmenes muertos todo lo posible.
- Mantener el roce al mínimo posible.
- Equilibrar componentes móviles: no sería raro que fuerza de gravedad sobre desplazador sea similar a la fuerza que origina el pistón, por lo tanto si no está equilibrado, costará que el motor parta.

Lo mejor que tienen estos motores es que son muy tolerantes y sencillos. Es decir, aunque no estén fabricados de forma óptima, igual tienden a funcionar.

BUENA SUERTE!