

MI63C- Dinámica y Control de Procesos

Prof: Héctor Augusto A



Leyes de Conservación

1.- Plantear ecuaciones de balance dinámico

$$\left(\begin{array}{c} \text{Variación} \\ \text{de X en el} \\ \text{sistema} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Entrada} \\ \text{neta de X} \\ \text{al sistema} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Generación} \\ \text{neta de X} \\ \text{al sistema} \end{array} \right)$$



Modelación Fenomenológica

2.- Expresar ecuaciones de balance, en función de variables de entrada y salida.

3.- Determinar parámetros



Modelación Fenomenológica

- Ejemplo 1: Termómetro

Balance de calor: Q

$$dQ/dt = Q_{in} + \cancel{Q_{gen}}$$



Modelación Fenomenológica

$$Q_{in} = k * A * (T_{ext} - T_{ter}) / l$$

k: Conductividad térmica vidrio (1.1)

A: Área de Contacto

l: Espesor vidrio

$$Q_{in} = \alpha * (T_{ext} - T_{ter})$$



Modelación Fenomenológica

$$T_{\text{ter}} = C_p * Q$$

C_p : Capacidad calórica Mercurio

$$dQ/dt = \alpha * (T_{\text{ext}} - C_p * Q)$$

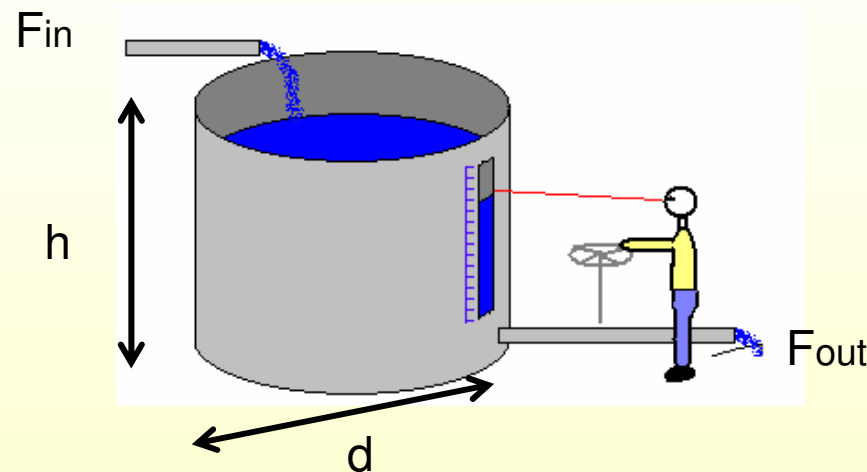
$$dQ/dt = -\alpha C_p * Q + \alpha * T_{\text{ext}}$$

Propuesto: Ajustar parámetros obtener curva!!



Trabajo en Clase

- Obtener el modelo fenomenológico del siguiente sistema



Trabajo en Clase

- Definir: Entradas, Salidas, Estado y parámetros.
- Plantear Leyes de Conservación



Modelación Fenomenológica

- Conservación de Masa:

$$\frac{dM}{dt} = \rho_{in} \cdot \bar{T}_{in} - \rho_{out} \cdot \bar{T}_{out}$$

$$M = \rho_{est} \cdot V$$



Modelación Fenomenológica

Si suponemos

$$p_{est} = p_{in} = p_{out} = cte$$

$$\frac{dV}{dt} = F_{in} - F_{out}$$



Modelación Fenomenológica

$$V = A \cdot h$$

$$A = \pi d^2$$

$$F_{out} = K \cdot h$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{in} - K \cdot h}{A}$$



Modelación Fenomenológica

$$\dot{h} + \frac{K}{A} h = \frac{F_{14}}{A}$$

Solución homogénea

$$\dot{h} = -\frac{K}{A} h$$

$$\Rightarrow h(t) = \alpha e^{-\frac{K}{A} t}$$



Modelación Fenomenológica

Solución particular

(suponiendo $F_{in} = Cte$)

$$\frac{K}{A} \cdot h = \frac{F_{in}}{A}$$

$$h = cte$$
$$\Rightarrow h = \frac{F_{in}}{K}$$

Solución General

$$h(t) = \alpha e^{-\frac{K}{A}t} + \frac{F_{in}}{K}$$



Modelación Fenomenológica

Aplicando Condición inicial

$$h(t=0) = h_0$$

$$\Rightarrow h_0 = \alpha + \frac{\bar{F}_{12}}{K}$$

$$\Rightarrow \alpha = h_0 - \frac{\bar{F}_{12}}{K}$$



Modelación Fenomenológica

$$h(t) = h_0 \cdot e^{-\frac{k}{\lambda} t} + \frac{F_{in}}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{\lambda} t} \right)$$



Modelación Fenomenológica

- Vaciado del Estanque:

$$F_{\text{in}} = 0 \quad h_0 \neq 0$$

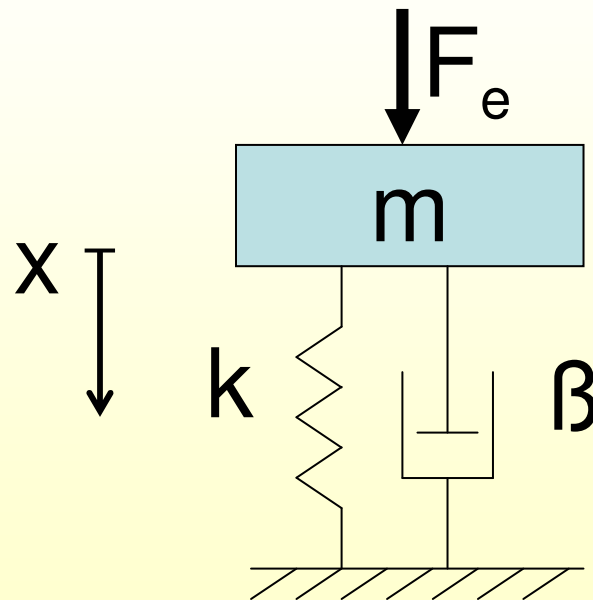
- Llenado del Estanque:

$$F_{\text{in}} \neq 0 \quad h_0 = 0$$



Modelación Fenomenológica

- Ejemplo Mecánico: Sistema Resorte-Amortiguador



Modelación Fenomenológica

$$m \cdot a = \sum F$$

$$m \ddot{x} = F_e - kx - \beta \dot{x} + mg$$

$$\ddot{x} = \frac{F_e - kx - \beta \dot{x}}{m} + g$$

Solución con Matlab-Simulink

