

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

MI31A-Fenómenos de Transporte en
Metalurgia Extractiva
Prof. Tanai Marín
Clase #14

Utilización de ecuaciones de Navier-Stokes en fluido dinámica

- Ecuación de Continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{v})$$

- Ecuaciones de Movimiento: $\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} = -[\nabla \cdot \phi] + \rho \mathbf{g}$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} = -[\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}] - \nabla p - [\nabla \cdot \tau] + \rho \mathbf{g}$$

- Para fluidos Newtonianos, se cumple:

$$\left[\tau = -\mu(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa\right)(\nabla \cdot \mathbf{v})\delta \right]$$

Ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles:

- Ecuación de Continuidad, con $\rho = \text{cte}$:

$$(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0$$

- Ecuaciones de Movimiento: $\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -[\nabla \cdot \boldsymbol{\phi}] + \rho \mathbf{g}$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -[\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}] - \nabla p - [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] + \rho \mathbf{g}$$

- El tensor de esfuerzos viscosos queda:

$$[\boldsymbol{\tau} = -\mu(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)]$$

Ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles en Comsol

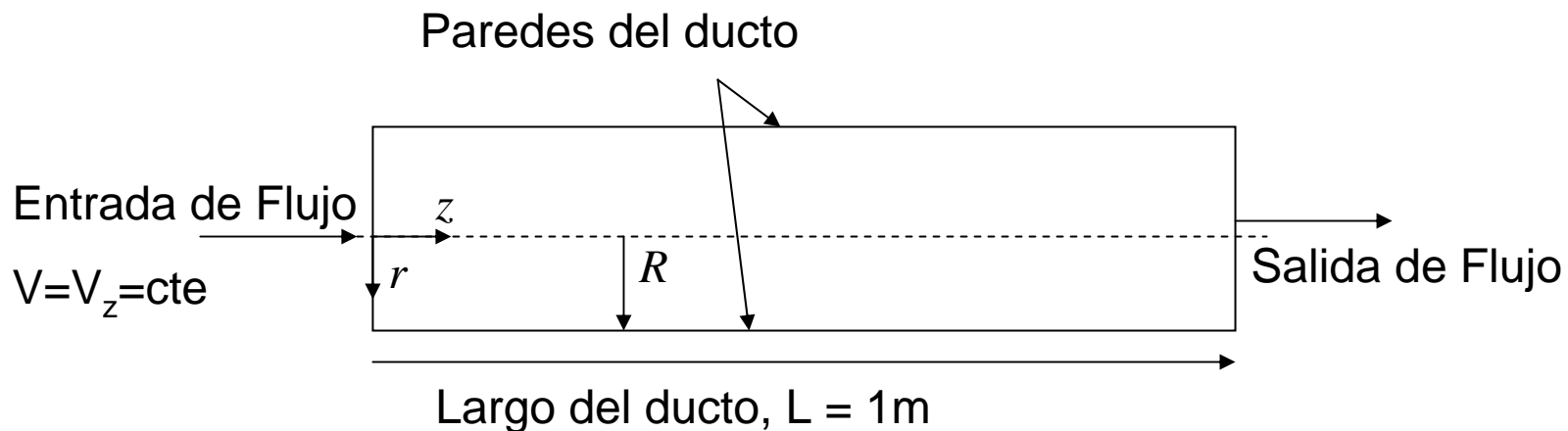
- Para flujos laminares las ecuaciones de Navier-Stokes pueden ser resueltas en forma analítica o con la ayuda de un software de modelamiento numérico. En este caso, utilizaremos el software COMSOL 3.3 para resolver este set de ecuaciones en los siguientes ejemplos:

Ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles en Comsol

- Flujo en un ducto
- Flujo en una cavidad cerrada
- Convección Natural en una cavidad cerrada
- En los 3 casos sólo utilizaremos 2 dimensiones.

Flujo en un ducto (placas paralelas o tubo)

- Geometría del sistema

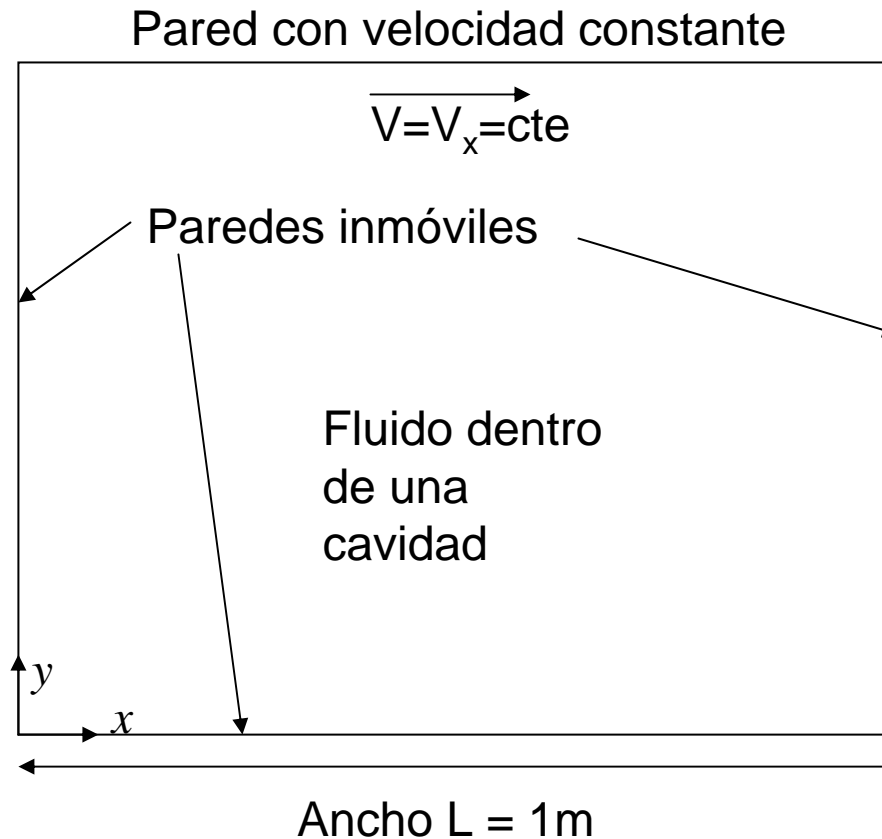


- Solución analítica para ducto cilíndrico:

$$v_z = \frac{\Delta P}{L} \frac{R^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad v_{z,\max} = \frac{\Delta P}{L} \frac{R^2}{4\mu L} \quad v_{z,\text{prom}} = \frac{1}{2} v_{z,\max}$$

Flujo en una cavidad cerrada

- Geometría del sistema



Convección Natural en una cavidad cerrada

- Geometría del sistema

