

Modelo de Convección Natural en una Cavity cerrada.

Profesor: Tanai Marin
MI31A Fenómenos de Transporte en Metalurgia Extractiva
Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería de Minas

Descripción del modelo

El siguiente modelo considera la solución acoplada de dos fenómenos físicos: transferencia de momentum para flujos incompresibles a través de las ecuaciones de Navier-Stokes y transferencia de calor por convección y conducción.

Los dos modelos físicos están acoplados a través de la aproximación de Boussinesq

Convección natural en una cavidad cerrada.

Diferencias de temperatura dentro del fluido provocan diferencias en la densidad de éste, que a su vez constituyen la fuerza motriz para generar el fenómeno convección natural al desplazarse el fluido con menor densidad a zonas de mayor altura. Geométricamente el modelo considera una cavidad cuadrada de lado 1 m, las condiciones del modelo establecen que las caras verticales de la cavidad se encuentran a distintas temperaturas (fijas en el tiempo) y las caras horizontales se encuentran aisladas térmicamente, según la siguiente figura:

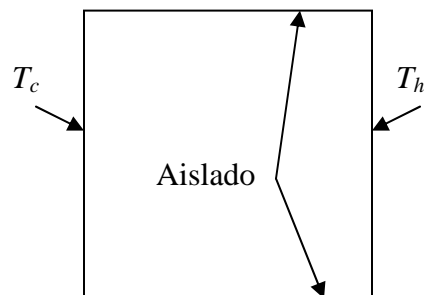


Figura 1. Esquema de la cavidad y condiciones de borde para transferencia de calor

Se utilizará la aproximación de Boussinesq para incorporar el término de fuerza volumétrica, en las ecuaciones de flujo incompresible, producido por los cambios de densidad del fluido. Esta aproximación considera que la densidad es constante pero

agrega el término de coeficiente de expansión térmica multiplicado por un delta de temperatura:

$$F_y = \beta \cdot \rho \cdot g \cdot (T - T_{ref}) \quad (1)$$

donde F_y es la fuerza volumétrica en la dirección vertical (N/m³), β el coeficiente de expansión térmica (1/K), ρ es la densidad del fluido (kg/m³), g es la aceleración de gravedad (m/s²), T es la temperatura local del fluido (K) y T_{ref} es una temperatura de referencia (K).

Para el modelo se consideran las siguientes constantes y propiedades:

Nombre	Valor	Descripción
Th	0.5	Temperatura cara caliente
Tc	-0.5	Temperatura cara fría
Ti	0.5	Temperatura inicial fluido
rho	1	densidad
cp	1	Capacidad calorífica
mu	1	Viscosidad
k	0.001	Conductividad térmica
B	0.01	Coeficiente de expansión térmica
g	1000	Aceleración de gravedad

Además en este caso interesa la solución estacionaria del sistema.

Implementación del modelo:

Para crear el modelo de convección natural en COMSOL siga los siguientes pasos:

- Ejecutar el programa COMSOL, en la opción “New” de la ventana de inicio (model Navigator) elegir 2D como dimensión espacial.
- Seleccionar *Application Modes / COMSOL Multiphysics/ Fluid Dynamics / Incompressible Navier-Stokes/ Steady State Análisis*
- presionar el botón *Multiphysics* a la derecha de la ventana
- presione *Add*
- Seleccionar *Application Modes / COMSOL Multiphysics/ Heat Transfer / Convection and Conduction / Steady State Análisis*
- Presione nuevamente *Add*.
- Presione *OK*.

De esta forma, se han creado dos modelos en 2 dimensiones con coordenadas cartesianas (x,y), uno de fluido incompresible cuyas incógnitas son el campo vectorial de velocidades (u , v) y el campo escalar de presión (p) y el segundo modelo de transferencia de calor cuya incógnita es la temperatura T .

Para definir la geometría del modelo dibuje un cuadrado de lado 1 con las herramientas de dibujo del programa o seleccione *Specify Object / Square* desde el menú *Draw*. Las opciones por defecto corresponden a un cuadrado de lado 1 con base en el origen de coordenadas.

Defina las constantes a usar en base a la tabla anterior en el menú *Options / Constants*.

Condiciones de Borde y Propiedades del Modelo:

Deben definirse las condiciones de borde del problema tanto para el modelo de transferencia de calor como para el de flujo de fluidos. Seleccione *Convection and Conduction* desde el menú *Multiphysics*. Con esto, el modelo activo será el de transferencia de calor y las definiciones que se hagan en cuanto a condiciones de borde, iniciales y de propiedades del modelo serán aplicadas a este modelo.

- Seleccione el menú *Physics* y luego *Boundary Settings*.
- En la ventana que se acaba de abrir seleccione el borde 1 de la lista.
- Seleccione *Temperature* como condición de borde e ingrese T_c en la casilla correspondiente a T .
- Seleccione el borde 4 y *Temperature* como condición de borde.
- Ingrese T_h como temperatura en la casilla correspondiente.
- Para los bordes 2 y 3 la condición de borde debe ser *Thermal insulation*.
- Presione *OK*.

- Seleccione el menú *Physics* y luego *Subdomain Settings*.
- Seleccione el dominio 1 de la lista (sólo hay un dominio en este modelo).
- Reemplace los valores de las propiedades físicas del modelo por las definidas anteriormente en la Tabla 1 (k , ρ , c_p).
- Escriba u y v en las casillas correspondientes a las velocidades (u y v) para el término de transferencia de calor por convección.
- seleccione la hoja *Init* dentro de la misma ventana.
- Escriba T_i como condición inicial para la temperatura.
- Presione *OK*.

De esta forma, se han definido las condiciones de borde, iniciales y las propiedades del modelo de transferencia de masa. Para los bordes 1 y 4 (bordes verticales del cuadrado) se han definido condiciones de borde de temperatura fija (también llamadas condición de Dirichlet) iguales a T_c y T_h respectivamente, los bordes 2 y 3 se mantienen térmicamente aislados, es decir no habrá flujo de calor a través de estas interfases (este tipo de condición es del tipo Newman, i.e. se define un flujo de la cantidad que se transporta, igual a 0 en este caso). Si bien el problema se definió como estacionario, la definición de la temperatura inicial del fluido sólo será utilizada como una estimación inicial por el algoritmo de resolución del problema (en el caso de usar un algoritmo para problemas no lineales), para problemas simples no es necesario definir la condición inicial. Finalmente, debe notarse que los términos correspondientes a las velocidades utilizadas en el término de convección corresponden a las variables (o incógnitas) definidas para el modelo de

flujo incompresible. Por lo tanto, es a través de estos términos con los que el modelo de transferencia de calor queda “acoplado” al modelo de fluido dinámica.

Ahora es necesario definir las condiciones de borde y las propiedades del modelo de flujo incompresible.

- Seleccione el modelo *Incompressible Navier-Stokes* desde el menú *Multiphysics*.
- Seleccione el menú *Physics* y luego *Boundary Settings*.
- Todos los bordes deben fijarse con condición de borde de no-deslizamiento (*no slip*).
- Presione *OK*.
- Seleccione el menú *Physics* y luego *Subdomain Settings*.
- Seleccione el dominio 1 de la lista (sólo hay un dominio en este modelo).
- Reemplace los valores de las propiedades físicas del modelo por las definidas anteriormente en la Tabla 1 (μ , ρ).
- Para la el término de fuerza volumétrica vertical F_y , escriba la siguiente expresión: $B \cdot g \cdot \rho \cdot (T - T_{ref})$.
- Presione *OK*.
- Seleccione el menú *Physics* y luego *Point Settings*.
- Seleccione el vértice 1 de la lista.
- Active la casilla que indica una restricción para la presión de este punto (*point constraint*)
- Presione *OK*.

Ya que se trata de una cavidad cerrada (flujo confinado) es necesario definir el valor de la presión en uno de los vértices del modelo, de modo de restringir la solución a una de las múltiples soluciones posibles, lo que importa es la diferencia de presión dentro de la cavidad más que su valor absoluto. Además, el término de fuerza volumétrica F_y , corresponde a la aproximación de Boussinesq y enlaza el modelo de flujo incompresible con el de transferencia de calor, ya que depende de la variable T . De esta forma ambos modelos quedan acoplados.

Discretización espacial:

Hay que recordar que al resolver el problema en forma numérica, en este caso usando un esquema de elementos finitos, siempre se obtiene una aproximación de la solución. Ésta depende del orden con los cuales se definen las aproximaciones de las variables y sus derivadas en cada elemento y de la malla o grilla elegida para discretizar espacialmente el problema. Si bien, no nos preocuparemos de llevar a cabo un análisis de errores en este problema hay que recalcar que a pesar de obtener una solución que converja, ésta contendrá los errores inherentes a la discretización hecha y a la definición de los elementos utilizados, por lo que no necesariamente se obtendrá una solución exacta. Es recomendable, si es posible, resolver el problema en distintas mallas y verificar que ésta ya no depende del tamaño elegido.

Para discretizar el dominio

- Seleccione el menú *Mesh* y luego *Initialize Mesh*.

De esta forma, se inicializará automáticamente la malla numérica. Por defecto, COMSOL utiliza elementos triangulares y del tipo Lagrange de segundo orden para u , v y T y de primer orden para el campo escalar de presiones p .

La malla inicializada consiste de 978 elementos triangulares y 6571 grados de libertad (DOF), es decir, se resolverá para 6571 incógnitas (considerando u , v , p y T al mismo tiempo).

Solución del Problema:

Ya que el modelo fue definido como un problema no lineal estacionario, sólo basta resolver el problema con las opciones por defecto propuestas por el software. En general, COMSOL determina la mejor estrategia de solución según la definición del problema y no se requiere mayor ajuste del algoritmo de solución. En este caso, para resolver el problema basta con:

- Seleccionar el menú *Solve* y luego *Solve Problem*.

Una vez que el problema sea resuelto, se despliega la solución automáticamente. Por defecto, se graficará un gráfico de superficie para la temperatura o la velocidad absoluta.

Para modificar el gráfico, se pueden modificar las opciones presentes en el menú *Post processing* de la siguiente manera:

- Seleccionar el menú *Post processing* y luego *Plot Parameters*.
- En la ventana que se acaba de abrir, seleccione la hoja *General*.
- En *Plot Type*, active las casillas para *Surface*, *Contour*, *Arrow* y *Geometry Edges*.
- En la hoja *Surface*, seleccione *Temperature* en *Predefined quantities*.
- En la hoja *Contour*, seleccione *Temperature* en *Predefined quantities*, luego en *Contour Levels*, seleccione *Vector with isolevels* e ingrese los siguientes valores -0.1 0 0.1
- Dentro de la misma hoja en *Contour Color*, seleccione *Uniform Color* y elija el color negro al presionar el botón *Color...*
- En la hoja *Arrow*, seleccione *velocity field* en *Predefined quantities*.
- Seleccione un color apropiado para el gráfico de vectores de velocidad.
- Presione *OK*.

El resultado obtenido se muestra en la siguiente figura.

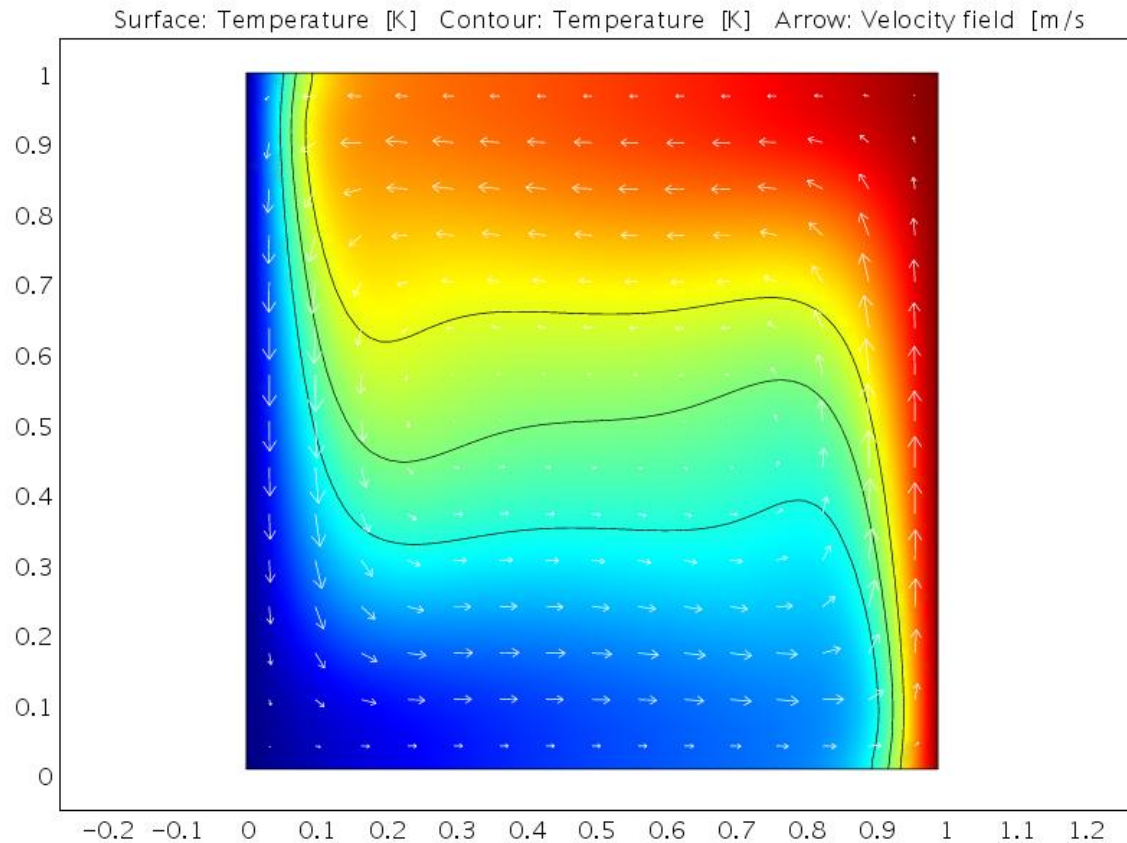


Figura 2. Resultado obtenido para el problema estacionario de convección natural en una cavidad cerrada.

Como se observa en la figura anterior, el fluido en la vecindad de la cara cuya temperatura se fija como T_h es impulsado hacia arriba debido a la menor densidad de éste. A medida que se acerca a la cara fría (T_c), el fenómeno inverso ocurre y el fluido es empujado hacia abajo, formando un patrón de flujo circular dentro de la cavidad.