Pauta Ejercicio N^{o}6 ME-55A $\rightarrow$ 2007

Pregunta 1

a)Un sistema de primer orden se puede representar como:

$$\frac{Y}{X} = H = \frac{1}{\tau s + 1}$$

Si X(t) es un escalon unitario, su transformada $X(s) = \frac{1}{s}$ por lo que se tiene:

$$Y(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau s + 1}$$

Entonces:

$$Y(t) = 1 - e^{\frac{-t}{\tau}}$$

Cuando $t = 2[min]$, se tiene que $Y(t) = 0,95 \cdot X(t) = 0,95$, entonces:

$$e^{\frac{-t}{\tau}} = 0,05$$

Despejando:

$$\tau = \frac{-2}{ln(0,05)} = 0,6676[min]$$

b) Se es sumergido en un líquido, ésto se puede representar como una entrada de rampa con pendiente 5, $X(t) = 5 \cdot t$. Entonces $X(s) = 5 \cdot \frac{1}{s^2}$

El error estacionario se puede tomar como:

$$e(t)_\infty = lim_{t\rightarrow\infty} e(t) = lim_{t\rightarrow\infty}(X(t) - Y(t))$$

o también como:

$$e(s)_\infty = lim_{t\rightarrow\infty} s \cdot e(s) = lim_{s\rightarrow 0} s \cdot (X(s) - Y(s))$$

entonces:

$$
\begin{aligned}
e(s)_\infty &= lim_{s\to 0} s\cdot(X(s)-Y(s))\\
&= lim_{s\to 0} s\cdot(\frac{5}{s^2}-(\frac{5}{s^2}\cdot\frac{1}{\tau s+1}))\\
&= lim_{s\to 0}\frac{5}{s}-(\frac{5}{s}\cdot\frac{1}{\tau s+1})\\
&= lim_{s\to 0}\frac{5}{s}-(\frac{5}{s}-\frac{5\tau}{\tau s+1})\\
&= lim_{s\to 0}\frac{5\tau}{\tau s+1}=5\tau
\end{aligned}
$$

Pregunta 2 Se tiene que la función de transferencia del sistema es la siguiente:

$$H(s) = \frac{G}{1+GH}$$

por lo que si reemplazamos se obtiene:

$$H(s) = \frac{K}{s^2 + (1+KK_0)s + K} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n + {\omega_n}^2}$$

si igualamos a la forma tradicional se tienen las siguientes igualdades:

$$K = {\omega_n}^2 \;\; y \;\; (1+KK_0) = 2\zeta\omega_n$$

de la ecuación:

$$M_p = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \tag{1}$$

se despeja $\zeta = 0,4559$

por otra parte, de la ecuación 2 y 3:

$$t_p \cdot \omega_d = t_p \cdot {}^{\circ}omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} = \pi \tag{2}$$

se tiene que como t$_p = 1$:

$$K = {\omega_n}^2 = \frac{\pi^2}{1-\zeta^2} = 12,459$$

$$K_0 = \frac{2\zeta\sqrt{K} - 1}{k} = 0,178$$

b)

$$t_s = \frac{4,6}{\omega_n \cdot \zeta} = 2.8586$$

y

$$t_r = \frac{\frac{\pi}{2} + tan^{-1}(\frac{\zeta\omega_n}{\omega_d})}{\omega_d} = 0.6506$$

c) gráfico de respuesta de segundo orden con estos parámetros.

Pregunta 3 a) Establecer que las corrientes de entrada al AmOp. son nulas y que los voltajes V_A y V_B son iguales.
Luego se tiene que:

$$U - R_2 i_2 = V_A \quad y \quad V_A = R_o i_2$$

de donde se despeja que $V_A = \frac{R_o * U}{(R_2 + R_o)}$

por otra parte:

$$e = V_B - R_f i_1 \quad y \quad V_B = Y - i_1 R_1$$

de donde se obtiene que:

$$e = \frac{V_B(R_1 + R_f) - R_f Y}{R_1}$$

reemplzando:

$$e = U \frac{R_o(R_1 + R_f)}{R_1(R_2 + R_o)} - Y \frac{R_f}{R_1}$$

b)

reemplzando las resistencias se llega a:

$$e = K(U - Y)$$

c)

Utilizando que $Y = Ge$ se tiene que:

$$\frac{Y}{X} = H = \frac{GK}{1 + GK}$$

d)

$$H = 0,5 => G = \frac{1}{K}$$