Pauta Ejercicio N^{o}3 ME-55A $\rightarrow$ 2007

Pregunta 1

$$TF(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu t} e^{-at} sen(bt) dt$$

Como

$$sen(bt) = \frac{e^{jbt} - e^{-jbt}}{2j}$$

Entonces:

$$TF(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu t} e^{-at} \frac{e^{jbt} - e^{-jbt}}{2j} dt$$

$$= \frac{1}{2j}[\int_{-\infty}^{\infty} e^{(-2\pi j\nu + jb - a)t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(2\pi j\nu - jb + a)t} dt]$$

$$= \frac{1}{2j}[\frac{e^{(-2\pi j\nu + jb - a)t}}{(-2\pi j\nu + jb - a)} \|_0^{\infty} - \frac{e^{-(2\pi j\nu - jb + a)t}}{(2\pi j\nu - jb + a)} \|_0^{\infty}]$$

$$= \frac{1}{2j}[\frac{1}{(2\pi j\nu + a - jb)} - \frac{1}{(2\pi j\nu + a + jb)}]$$

Pregunta 2 Se pueden aplicar las propiedades de escalamiento y desplazamiento que queda:

$$TF(g(at) \cdot e^{ibt}) = \frac{1}{a} G(\frac{\nu}{a} - \frac{b}{2\pi a})$$

Se puede demostrar por definición.

Pregunta 3

$$TF(f(t)cos(2\pi\nu_0 t)) = TF(f(t) * \frac{e^{2\pi j\nu_0 jt} + e^{-2\pi j\nu_0 t}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu t} f(t) e^{2\pi j\nu_0 jt} dt + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu t} f(t) e^{-2\pi j\nu_0 jt} dt]$$

$$= \frac{1}{2}[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j(\nu - \nu_0)t} f(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j(\nu + \nu_0)t} f(t) dt]$$

$$= \frac{1}{2}[F(\nu - \nu_0) + F(\nu + \nu_0)]$$

Pregunta 4 Dem. que: $\delta(t - t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j\nu(t-t_0)} d\nu$

$$TF(\delta(t - t_0)) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu t}\delta(t - t_0)dt = e^{-2\pi j\nu t_0}$$

Aplicando Transformada de Fourier Inversa:

$$\delta(t - t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j\nu t} e^{-2\pi j\nu t_0} d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j\nu(t-t_0)} d\nu$$

Pregunta 5

$$TF(\delta(t - t_0) * cos(2\pi\nu_0 t)) = TF(\delta(t - t_0)) \cdot TF(cos(2\pi\nu_0 t))$$

$$TF(\delta(t - t_0) * cos(2\pi\nu_0 t)) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu t}\delta(t - t_0)dt \cdot TF(cos(2\pi\nu_0 t))$$

$$TF(\delta(t - t_0) * cos(2\pi\nu_0 t)) = e^{-2\pi j\nu t_0} \cdot TF(cos(2\pi\nu_0 t))$$

Expresando el cos en forma exponencial se tiene:

$$TF(\delta(t - t_0) * cos(2\pi\nu_0 t)) = e^{-2\pi j\nu t_0} \cdot [\delta(\nu - \nu_0) + \delta(\nu + \nu_0)$$

Pregunta 5

$$TF(\frac{d\delta(t-to)}{dt}) = 2\pi j\nu TF(\delta(t-to))$$

$$TF(\frac{d\delta(t-to)}{dt}) = 2\pi j\nu e^{2\pi j\nu t_0}$$

Aplicando la transformada inversa se tiene que la derivada puede expresarse como en la figura donde $x = \nu$: