Pauta Ejercicio N^{o}1 ME-55A $\rightarrow$ 2007

[1] La ecuacion diferencial que rige el sistema viene dada por:

$$\sum(\tau) = J \cdot \ddot{\theta}$$

donde $\sum \tau$ es la suma de los torques sobre el sistema.

$$J \cdot \ddot{\theta} = mgl \cdot cos(\theta) + T$$

[2] Si $\delta = (\theta - \theta_0)$ entonces:

$$cos(\theta) = cos(\theta_0 + \delta) = cos(\theta_0)cos(\delta) - sen(\theta_0)sen(\delta)$$

tomando δ pequeño:

$$cos(\theta) = cos(\theta_0) \cdot 1 - sen(\theta_0) \cdot \delta = cos(\theta_0) - sen(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0)$$

reemplazando en la ecuación:

$$J \cdot \ddot{\theta} = mgl \cdot (cos(\theta_0) - sen(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0)) + T$$

Nota: Esta es la aproximación correcta y general pero dado los resultados esperados tambien se acepta la aproximacion con $\theta_0 = 0$

[3] Al incorporar la señal de control $T(t) = K_p \cdot (\theta - \theta_0)$ se obtiene:

$$J \cdot \ddot{\theta} = mgl \cdot (cos(\theta_0) - sen(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0)) + K_p \cdot (\theta - \theta_0)$$

ordenándola y explicitando la dependencia temporal se tiene:

$$J \cdot \ddot{\theta(t)} - (mgl \cdot sen(\theta_0(t)) - K_p)\theta(t) = mgl \cdot cos(\theta_0(t)) - sen(\theta_0(t)) \cdot \theta_0(t) - K_p\theta_0$$

Si llamamos $K_p* = K_p - mgl \cdot sen(\theta_0(t))$ se tiene:

$$J \cdot \ddot{\theta(t)} - K_p * \theta(t) = mgl \cdot cos(\theta_0(t)) - K_p * \theta_0$$

[4] Una solución particular es la constante:

$$\frac{mgl \cdot cos(\theta_0(t))}{K_p*} - \theta_0$$

Si $\theta(0) = 0$ y $\dot{\theta(0)} = 0$:

$$C1 = \theta_0 - \frac{mgl \cdot cos(\theta_0(t))}{K_p*}$$

$$C2 = 0$$

Entonces la solucion General del sistema es:

$$\theta(t) = \frac{mgl \cdot cos(\theta_0(t))}{K_p*} - \theta_0 + C1 \cdot cos(\sqrt{\frac{K_p*}{J}}t)$$

[**5**] Cuando Kp es grande la frecuencia aumenta y oscila en torno a la solución particular con una amplitud C1.
[**6**] El diagrama de bloques es el siguiente:

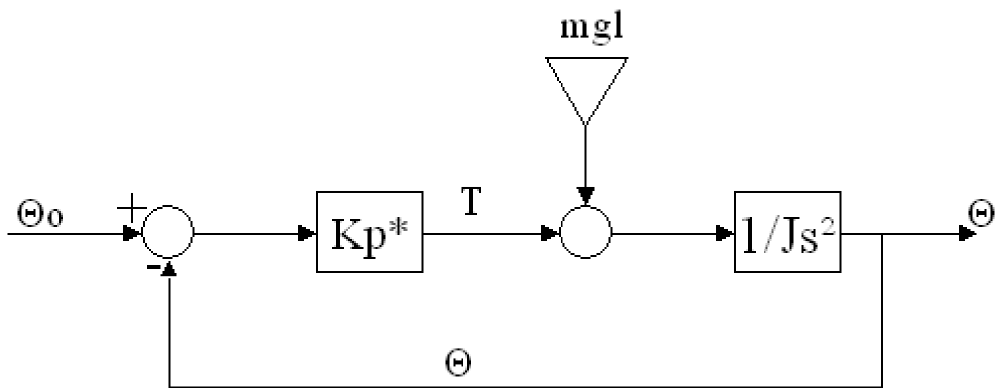

Figure 1: Diagrama de Bloques

La funcion de Transferencia se obtiene del diagrama y es de la forma $\frac{G}{1+G}$