

Auxiliar - Calculo Curva Elástica por Método Integral

Pregunta 1:

Un viajero se encuentra con un viejo puente en su camino. Este tiene 7[m] de largo y pesa $20[\frac{kg}{m}]$. Si el viajero y su mochila suman 80[kg], analice si es recomendable cruzarlo considerando que una flecha superior o igual a 0,18[cm] es peligrosa pues el puente se agrietaría. Suponga que el puente está empotrado en ambos extremos.

Utilice:

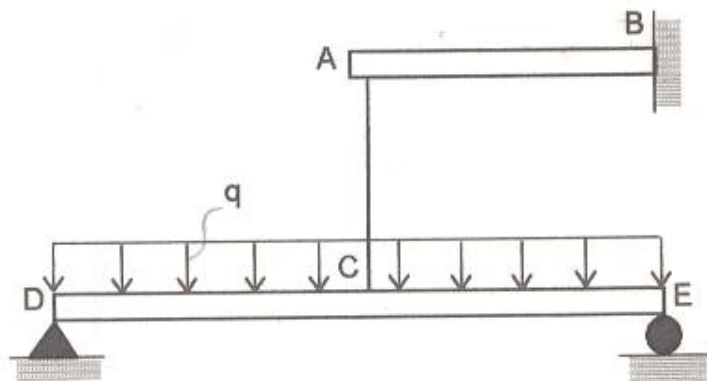
$$E=1,3 \cdot 10^5[\frac{kg}{cm^2}]$$

$$I=10000[cm^2]$$

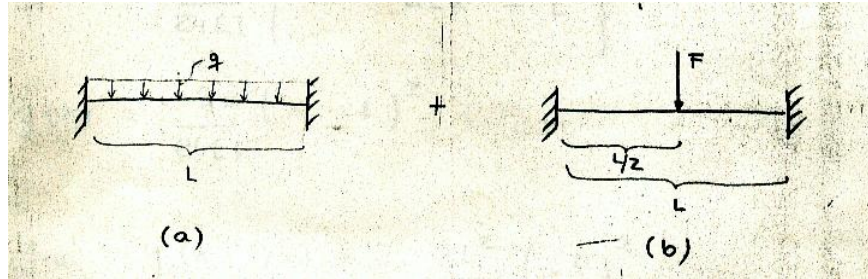
Pregunta 2:

La viga en voladizo AB mostrada en la figura es una viga de acero de sección transversal A_1 , módulo de elasticidad E_1 , momento de inercia I_1 y largo L_1 . La viga simple DE es una viga de madera de constantes A_3 , E_3 , I_3 , L_3 ; sometida a una carga distribuida q aplicada en toda su extensión. Una varilla de acero de sección transversal A_2 y largo L_2 sirve como un retén que une ambas vigas; el retén encaja sin holgura entre las vigas antes de que se aplique la carga.

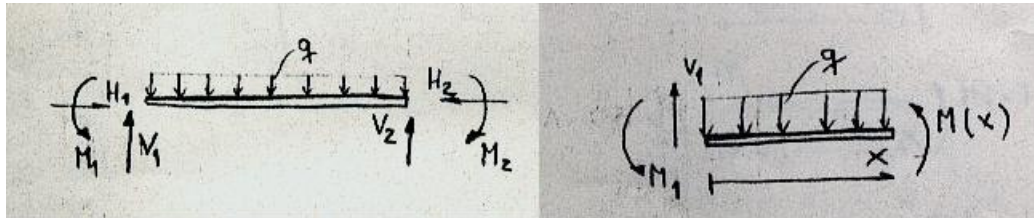
1. Determinar la fuerza F en el retén (reacción de la varillas).
2. Determinar los momentos flexionantes máximos M_{AB} y M_{DE} en las dos vigas.



Pauta P1:



caso 1:



$$H_1 = H_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$M_1 = M_2$$

$$M(x) = V_1 x - M_1 - \frac{qx^2}{2}$$

$$M(x) = \frac{qlx}{2} - M_1 - \frac{qx^2}{2}$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x)$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{qlx}{2} + M_1 + \frac{qx^2}{2}$$

$$EI \frac{dy}{dx} = M_1 x + \frac{qx^3}{6} - \frac{qlx^2}{4} + C_1$$

$$\frac{dy}{dx}(x=0) = 0 \implies C_1 = 0$$

$$EIy(x) = \frac{M_1 x^2}{2} + \frac{qx^4}{24} - \frac{qlx^3}{12} + C_2$$

$$y(x=0) = 0 \implies C_2 = 0$$

$$EIy(x) = \frac{M_1 x^2}{2} + \frac{qx^4}{24} - \frac{qlx^3}{12}$$

$$y(x=l) = 0 \implies 0 = 12M_1 + ql^2 - 2ql^2$$

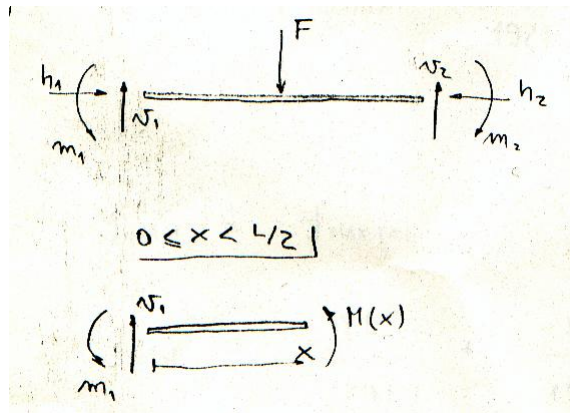
$$M_1 = \frac{ql^2}{12} = M_2$$

$$y(x) = \frac{qx^2(x^2 - 2lx - l^2)}{24EI}$$

$$y(x) = \frac{qx^2(x-l)^2}{24EI}$$

$$y_{max} = y(x = \frac{l}{2}) = \frac{ql^4}{384EI}$$

caso 2:



$$H_1 = H_2$$

$$V_1 = V_2 = \frac{F}{2}$$

$$M_1 = M_2$$

$$M(x) = v_1 x - M_1$$

$$M(x) \frac{Fx}{2} - M_1$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x)$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_1 - \frac{Fx}{2}$$

$$EI \frac{dy}{dx} = M_1 x - \frac{Fx^2}{4} + C_1$$

$$\frac{dy}{dx}(x=0) = 0 \implies C_1 = 0$$

$$EI y(x) = \frac{M_1 x^2}{2} - \frac{Fx^3}{12} + C_2$$

$$y(x=0) = 0 \implies C_2 = 0$$

$$EI y(x) = \frac{M_1 x^2}{2} - \frac{Fx^3}{12}$$

$$\frac{dy}{dx}(x = \frac{l}{2}) \implies M_1 = \frac{Fl}{8}$$

$$y(x) = \frac{Fx^2}{48EI} (3l - 4x)$$

$$y_{max} = y(x = \frac{l}{2}) = \frac{Fl^3}{192EI}$$

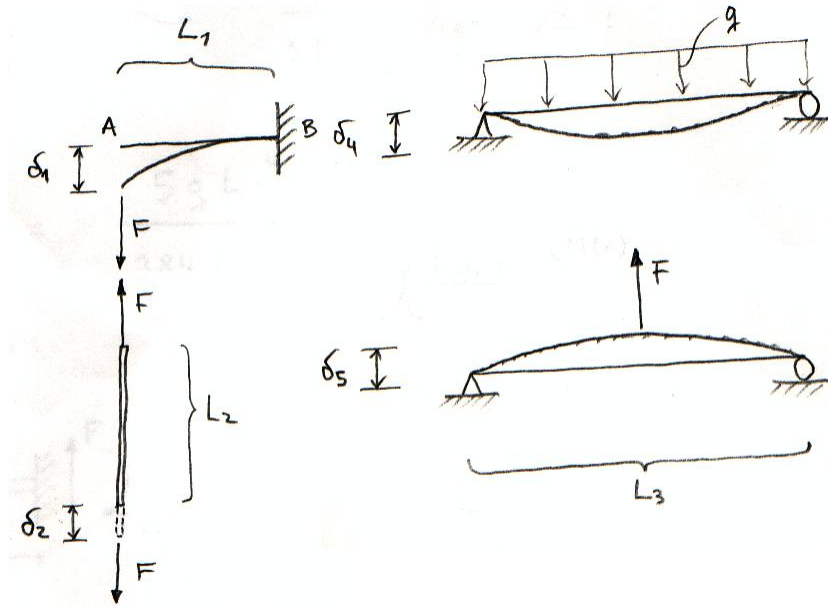
$$y_{total} = y_{max(1)} + y_{max(2)}$$

$$y_{total} = 0,206[cm] > 0,18[cm]$$

NO es recomendable cruzar el puente

Pauta P2:

Parte a



Compatibilida Geométrica:

$$|\delta_3| = |\delta_4| - |\delta_5|$$

$$|\delta_3| = |\delta_1| + |\delta_2|$$

para δ_2 :

$$\delta_2 = -\frac{FL_2}{A_2E_2}$$

para δ_1 :

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Fx$$

$$EI \frac{dy}{dx} = -\frac{Fx^2}{2} + C_1$$

$$\frac{dy}{dx}(x = L) = 0 \implies C_1 = \frac{FL^2}{2}$$

$$\begin{aligned}
EI \frac{dy}{dx} &= -\frac{Fx^2}{2} + \frac{FL^2}{2} \\
EI y(x) &= -\frac{Fx^3}{6} + \frac{FL^2x}{2} + c_2 \\
y(x=L) = 0 &\implies C_2 = -\frac{FL^3}{3} \\
y(x) &= \frac{F}{6EI}(3xL^2 - 2L^3 - x^3) \\
y_{max} = y(x=0) &= y_{max} = -\frac{FL^3}{3EI}
\end{aligned}$$

$$\delta_1 = -\frac{FL_1^3}{3E_1I_1}$$

para δ_4 :

$$\begin{aligned}
EI \frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2} \\
EI \frac{dy}{dx} &= -\frac{qx^3}{6} + \frac{qLx^2}{4} + C_1 \\
\frac{dy}{dx}(x = \frac{L}{2}) = 0 &\implies C_1 = -\frac{qL^3}{24} \\
EI y(x) &= -\frac{qx^4}{24} + \frac{qLx^3}{12} - \frac{qL^3x}{24} + C_2 \\
y(x = \frac{L}{2}) = 0 &\implies C_2 = 0 \\
y_{max} &= -\frac{5qL_3^3}{384E_3I_3}
\end{aligned}$$

para δ_5 :

$$\begin{aligned}
EI \frac{d^2y}{dx^2} &= -\frac{Fx}{2} \\
EI \frac{dy}{dx} &= -\frac{Fx^2}{4} + \frac{qLx^2}{4} + C_1 \\
\frac{dy}{dx}(x = \frac{L}{2}) = 0 &\implies C_1 = \frac{FL^2}{16}
\end{aligned}$$

$$EIy(x) = -\frac{Fx^3}{12} + \frac{FL_2x}{16} + C_2$$

$$y\left(x = \frac{L}{2}\right) = 0 \implies C_2 = 0$$

$$y_{max} = \frac{FL_3^3}{48E_3I_3}$$

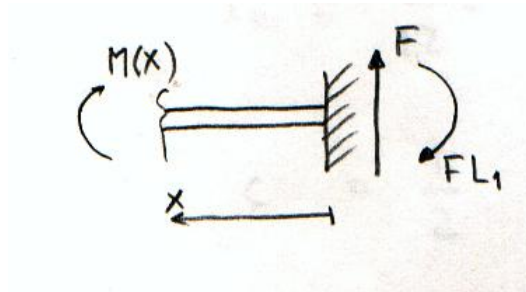
igualando $|\delta_3|$ en las relaciones de compatibilidad geométrica se obtiene:

$$\frac{FL_1^3}{3E_1L_1} + \frac{FL_2}{A_2E_2} = \frac{5qL_3^4}{384E_3I_3} - \frac{FL_3^3}{48E_3I_3}$$

$$F = \frac{5qL_3^4}{384E_3I_3} \left[\frac{L_1^3}{3E_1L_1} + \frac{L_2}{A_2E_2} + \frac{L_3^3}{48E_3I_3} \right]^{-1}$$

Parte b

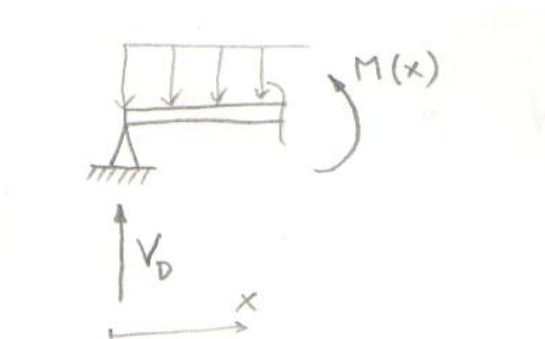
Viga AB:



$$M(x) = Fx - FL_1$$

$$M_{max} = M(x = 0) = -FL_1$$

Viga DE:



$$\sum F_v = 0 \implies V_D = \frac{qL_3}{2} - \frac{F}{2}$$

$$\sum M_D = 0 \implies M(x) = \frac{x}{2}(ql_3 - F)$$

$$M_{max} = M(x = \frac{3L}{2}) = \frac{L_3}{4}(qL_3 - F)$$