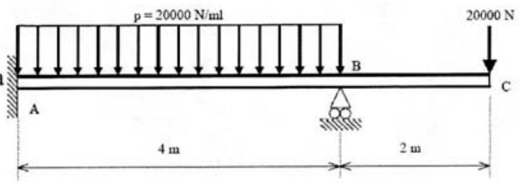
Universidad de Chile
ME46A-01 – Resistencia de Materiales
Prof. Mauricio Osses

Control 2

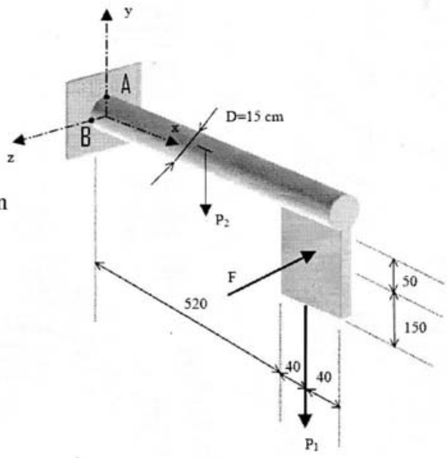
Primavera 2006

P1) Determine las reacciones del problema mostrado en la figura 1. Utilice el método de Castigliano. La viga tiene una sección cuadrada de lado 2.54cm. Además determine el máximo esfuerzo de tracción en la viga y estime si la viga soporta el peso o no.
(Hint: considere solo la energía por momento interno)
E=200 [GPa]

$\sigma_{adm} = 4500\ [\frac{Kg}{cm^2}]$

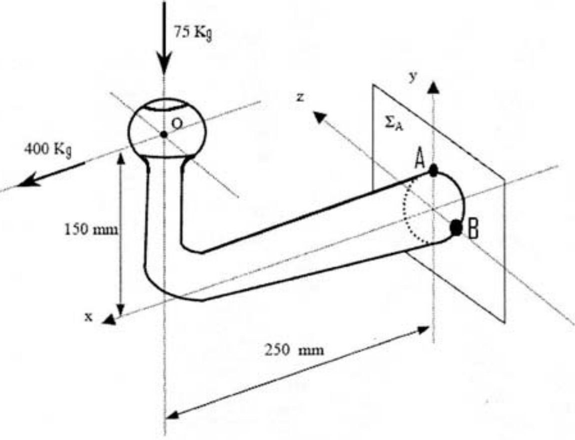


P2) Determine los esfuerzos principales en los puntos A y B de la figura. Las cotas se encuentran en centímetros.
$P_1 = 90$ [Kg]
$P_2 = 832$ [KG]
F = 80 Kg/m^2



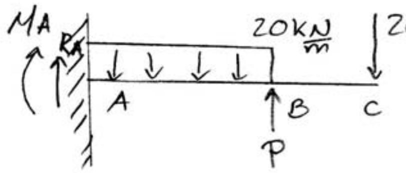
P3) Determine la dimensión (radio) del enganche para carros vehiculares dadas las condiciones de carga mostradas en la figura. Para eso se les recomienda calcular los esfuerzos principales en los puntos A y B y luego obtener el valor del radio que permita que el enganche no se deforme plásticamente.

$\sigma_{adm} = 4500\ [\frac{Kg}{cm^2}]$



Pauta Control 2
Primavera 2006

P1 1° Colocamos una fuerza P en lugar de la reacción en B



- tramo BC: $M = -20x$
- tramo AB: $M = -20x + P(x-2) - \frac{20(x-2)^2}{2}$

Como el desplazamiento vertical en B es 0, entonces:

$$\Delta = 0 = \int_2^4 R_B (x-2)^2 - 20(x^2 - 2x) - 10(x-2)^3 \, dx$$

$$= \left\{ R_B \frac{(x-2)^3}{3} - 20\left(\frac{x^3}{3} - x^2\right) - 10\frac{(x-2)^4}{4} \right\} \Bigg|_2^4$$

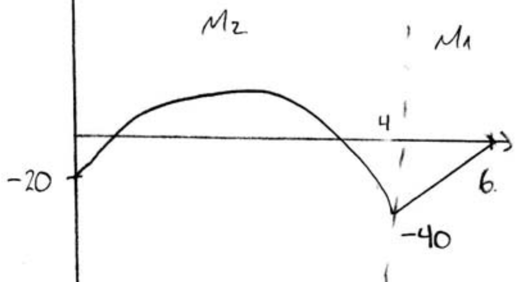
$$\Rightarrow \frac{8R_B}{3} = \frac{20}{3}(4^3 - 2^3) - 20(4^2 - 2^2) + \frac{10}{4} \cdot 2^4 = \frac{20}{3} \cdot 56 - 20 \cdot 12 + 40$$

$$\Rightarrow \frac{8R_B}{\cancel{3}} = \frac{20}{\cancel{3}}\{56 - 36 + 120\} \Rightarrow \boxed{R_B = 65kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A = 20 \cdot 4 + 20 - 65 \Rightarrow \boxed{R_A = 35kN}$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow M_A = -20 \cdot 4 \cdot 2 + 65 \cdot 4 - 20 \cdot 6 \Rightarrow \boxed{M_A = -20 \, kN \cdot m}$$

el diagrama de momentos queda:



$$M_1 = -20x$$

$$M_2 = -10x^2 + 85x - 170$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial x} = -20x + 85 = 0 \Rightarrow x = \frac{85}{20} = \frac{17}{4}$$

$$M_2\left(x = \frac{17}{4}\right) = 10{,}63 \, kN \cdot m$$

$$\therefore |M|_{max} = 40 \, kN \cdot m$$

luego $\sigma_{adm} > -\frac{M\,y}{I} \Rightarrow 45\times 10^7\,(Pa) = \frac{20\times 10^3\,(N\cdot m)\cdot \frac{0{,}0254}{2}(m)}{\frac{1}{12}(0{,}0254)^4\,(m^4)}$

$\Rightarrow 450\,(MPa) > 7322\,(MPa) \Rightarrow$ la viga se rompe.
(de hecho se necesita una viga de 2,6 inch a lo menos para que no se rompa)

P2) • P_2 genera: V, M

A) $\sigma_f = \frac{8320(N)\cdot 2{,}6(m)\cdot 0{,}075(m)}{\frac{\pi}{4}\cdot 0{,}075^4\,(m^4)} = 65{,}32\,(MPa)$

$\tau_V = 0$ (por estar en el punto más alejado)

B) $\sigma_f = 0$ (por estar en el eje neutro)

$\tau_V = \frac{4V}{3A} = \frac{4\cdot 8320}{3\cdot\pi\cdot 0{,}075^2} = 0{,}63\,(MPa)$

• P_1 genera: V, M

A) $\sigma_f = \frac{900(N)\cdot 5{,}6(m)\cdot 0{,}075(m)}{\frac{\pi}{4}\cdot 0{,}075^4\,(m^4)} = 15{,}22\,(MPa)$

$\tau_V = 0$

B) $\sigma_f = 0$

$\tau_V = \frac{4\cdot 900}{3\pi\cdot 0{,}075^2} = 0{,}07\,(MPa)$

• F (1280 N) genera: T, V, M

(3)

B) $\sigma_f = \dfrac{1280(N)\cdot 5,6(m)\cdot 0,075(m)}{\frac{\pi}{4}\cdot 0,075^4(m^4)} = 21,64(MPa)$

$\tau_V = 0$

$\tau_T = \dfrac{1280(N)\cdot(0,5+0,075)\cdot 0,075(m)}{\frac{\pi}{2}\cdot 0,075^4(m^4)} = 1,11(MPa)$

A) $\sigma_f = 0$

$\tau_V = \dfrac{4\cdot 1280(N)}{3\cdot\pi\, 0,075^2(m^2)} = 0,1(MPa)$

$\tau_T = 1,11(MPa)$

Sumando los esfuerzos:

A) $\sigma_x = 65,32 + 15,22 = 80,54(MPa)$

$\tau_{xy} = 1,11 - 0,1 = 1,01(MPa)$

B) $\sigma_x = 21,64(MPa)$

$\tau_{xy} = 1,11 + 0,07 + 0,63 = 1,81(MPa)$

luego

A) $\sigma_{1,2} = \dfrac{80,54}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{80,54}{2}\right)^2 + 1,01^2} \Rightarrow \sigma_1^A = 80,55(MPa)$

$\sigma_2^A = -0,01(MPa)$

B) $\sigma_{1,2} = \dfrac{21,64}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{21,64}{2}\right)^2 + 1,81^2} \Rightarrow \sigma_1^B = 21,79(MPa)$

$\sigma_2^B = -0,15(MPa)$

P3| La fuerza de 75 kg, genera: V, M

A) $\sigma_f = \dfrac{750(N) \cdot 0{,}25(m) \cdot r}{\frac{\pi}{4} \cdot r^4} = \dfrac{238{,}85}{r^3}$ ← esto queda en (Pa)

$\tau_v = 0$

B) $\sigma_f = 0$

$\tau_v = \dfrac{4 \cdot 750(kg)}{3\pi r^2} = \dfrac{318{,}47}{r^2}$

La fuerza de 400 kg genera: N, M

A) $\sigma_T = \dfrac{4000(N)}{\pi r^2} = \dfrac{1273{,}89}{r^2}$

$\sigma_f = \dfrac{4000(N) \cdot 0{,}15(m) \cdot r}{\frac{\pi}{4} r^4} = \dfrac{764{,}33}{r^3}$ $\tau = 0$

B) $\sigma_T = \dfrac{1273{,}89}{r^2}$ $\sigma_f = 0$

$$\Rightarrow \underset{\sigma_x}{\underset{\uparrow}{\Sigma\sigma_A}} = \frac{238{,}85}{r^3} + \frac{764{,}33}{r^3} + \frac{1273{,}89}{r^2} = \frac{1003{,}18}{r^3} + \frac{1273{,}89}{r^2}$$

como $\tau = 0 \Rightarrow \sigma_x$ es esf principal

$\Rightarrow \sigma_{adm} = 450 \times 10^6 (Pa) = \dfrac{1003{,}18}{r^3} + \dfrac{1273{,}89}{r^2}$

$\Rightarrow (450 \times 10^6) r^3 - 1273{,}89 r - 1003{,}18 = 0$

$\Rightarrow r = 0{,}013(m) \Rightarrow \boxed{r = 1{,}3(cm)}$

$\underset{\sigma_x}{\underset{\uparrow}{\Sigma\sigma_B}} = \dfrac{1273{,}89}{r^2}$ $\underset{\tau_{xy}}{\underset{\uparrow}{\Sigma\tau_B}} = \dfrac{318{,}47}{r^2}$

$$\Rightarrow \sigma_{1,2} = \frac{1273{,}89}{2r^2} \pm \sqrt{\left(\frac{1273{,}89}{2r^2}\right)^2 + \left(\frac{318{,}47}{r^2}\right)^2} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{1349{,}07}{r^2}; \ \sigma_2 = -\frac{75{,}18}{r^2}$$

luego $\sigma_{adm} = 450{,}10^6 = \dfrac{1349{,}07}{r^2} \Rightarrow \boxed{r = 0{,}0017(m)}$