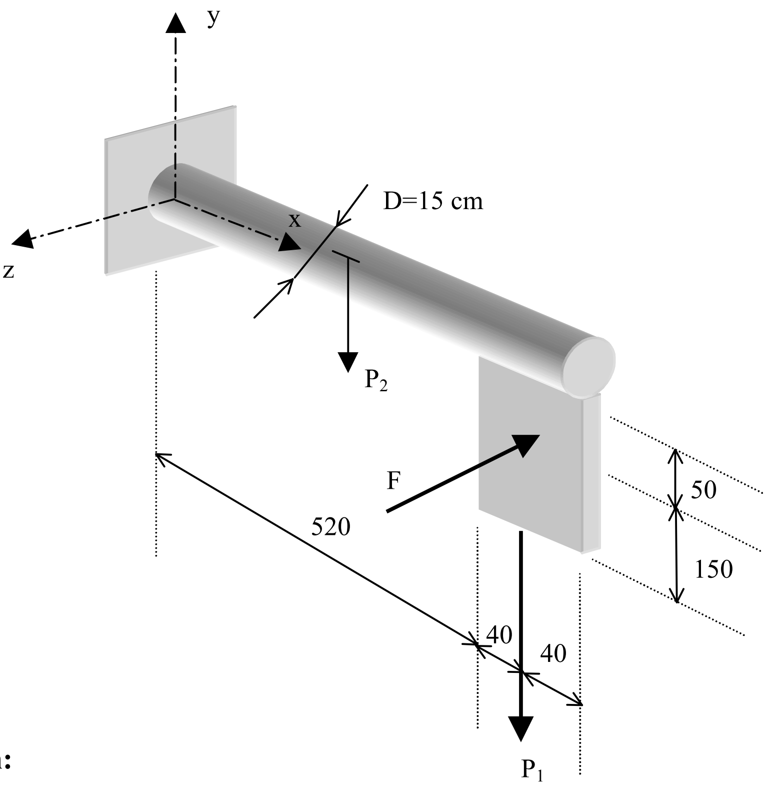
Problema 7.4

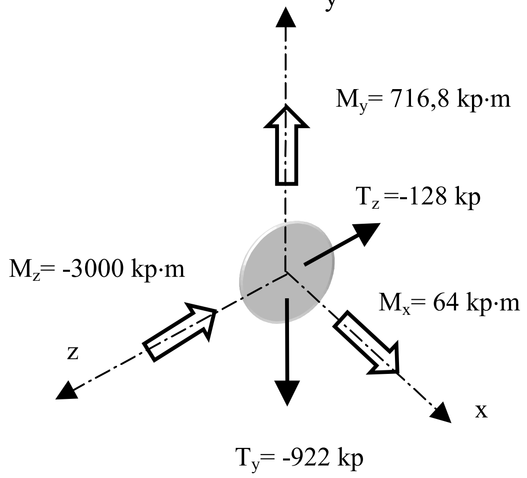
Un panel está sujeto por un mástil horizontal, según el esquema de la figura. Teniendo en cuenta el peso propio del panel, el peso propio del mástil y la acción del viento, hallar las tensiones máximas en el empotramiento del mástil a la pared.

Datos: Peso propio del panel P_1= 90 kp
Dimensiones 80·200 cm
Diámetro del mástil D =15 cm
Empuje del viento f = 80 kg/m^2

(Peso propio del mástil de acero: $P_2 = 7850\ \text{kp/m}^3 \cdot 6\ \text{m} \cdot \dfrac{\pi \cdot 0{,}15^2}{4} = 832\ \text{kp}$)



Resolución:



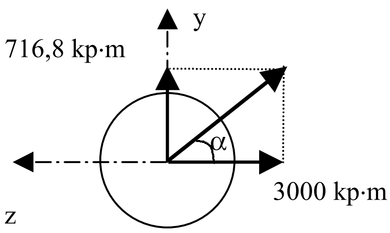
$$F = 80\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 0{,}8 \cdot 2 = 128\ \text{kp}$$

Sección en el empotramiento. Esfuerzos:

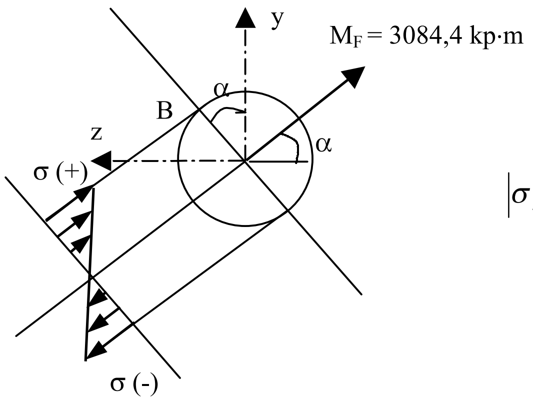
$$N_x = 0$$
$$T_y = -90 - 832 = -922\ \text{kp}$$
$$T_z = -128\ \text{kp}$$

$$M_x = 128 \text{ kp} \cdot 0{,}5 \text{ m} = 64 \text{ kp} \cdot \text{m}$$
$$M_y = 128 \text{ kp} \cdot (0{,}4 + 5{,}2) \text{ m} = 716{,}8 \text{ kp} \cdot \text{m}$$
$$M_z = -90 \text{ kp} \cdot (5{,}2 + 0{,}4) \text{ m} - 832 \cdot 3 = -3000 \text{ kp} \cdot \text{m}$$

Tensiones normales debidas a los momentos flectores:

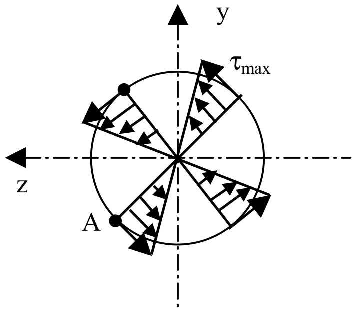


$$M_F = \sqrt{3000^2 + 716.8^2} = 3084{,}4 \text{ kp} \cdot \text{m}$$
$$\alpha = arctan\frac{716{,}8}{3000} = 13{,}4^\circ$$



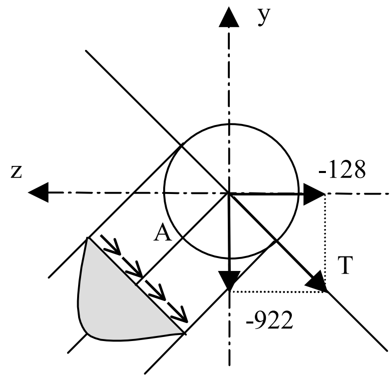
$$\left|\sigma_{x_{max}}\right| = \frac{M_F}{I_z}\frac{D}{2} = \frac{3084{,}4 \cdot 10^2}{\frac{\pi \cdot 15^4}{64}}\frac{15}{2} = 930{,}9 \text{ kp/cm}^2$$

Tensiones tangenciales debidas al momento torsor:



$$\tau_{max} = \frac{M_x \cdot r_{max}}{I_o} = \frac{6400 \cdot \frac{15}{2}}{\frac{\pi \cdot 15^4}{32}} = 9{,}66 \text{ kp/cm}^2$$

Tensiones tangenciales debidas a los esfuerzos cortantes:

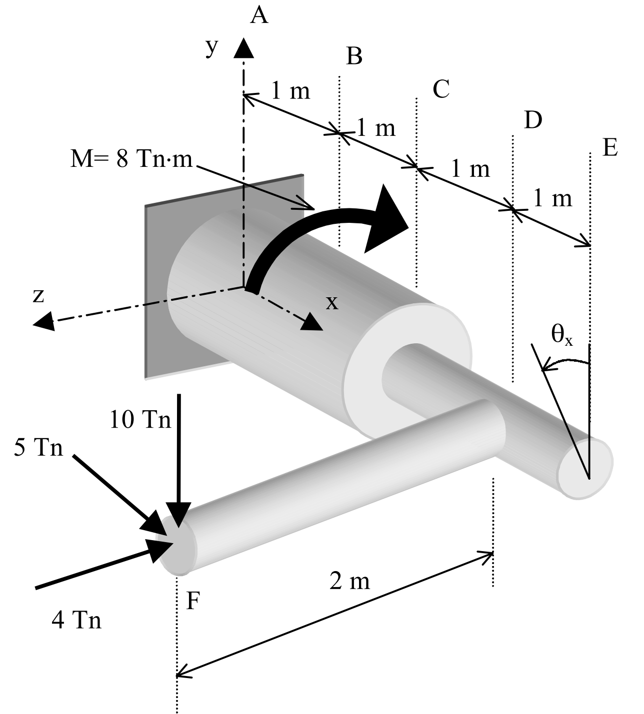


$$T = \sqrt{T_z^2 + T_y^2} = \sqrt{128^2 + 922^2} = 930{,}8 \text{ kp}$$

$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{T}{A} = \frac{4}{3}\frac{930{,}8}{\frac{\pi \cdot 15^2}{4}} = 7{,}0 \text{ kp/cm}^2$$

Problema 7.5

Hallar las tensiones máximas en el empotramiento A y el giro, alrededor del eje x, de la sección E. El momento torsor de 8 Tn·m está aplicado en la sección B.



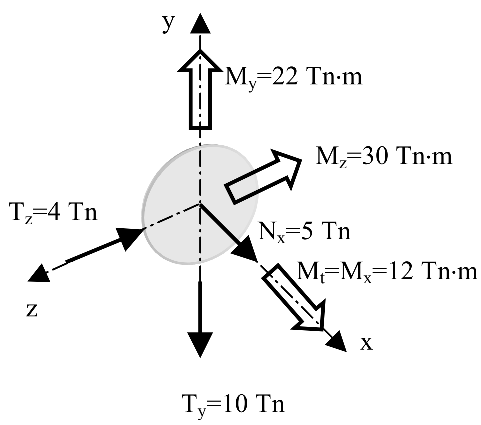
Tramo AC: ∅ = 40 cm
Tramo CE: ∅ = 10 cm
Tramo DF: ∅ = 10 cm
Material: acero
$G = 8{,}4 \cdot 10^5$ kgf/cm^2

Resolución:

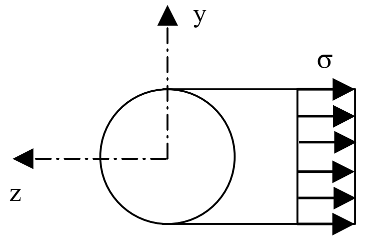
a) Tensiones máximas en el empotramiento A

Sección A

$$N_x = +5 \text{ Tn}$$
$$T_y = -10 \text{ Tn}$$
$$T_z = -4 \text{ Tn}$$
$$M_x = -8 + 10 \cdot 2 = 12 \text{ Tn} \cdot \text{m}$$
$$M_y = 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = 22 \text{ Tn} \cdot \text{m}$$
$$M_z = -10 \cdot 3 = -30 \text{ Tn} \cdot \text{m}$$

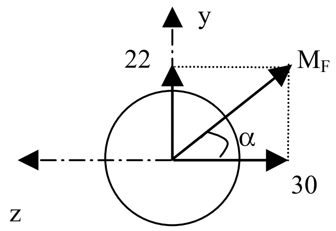


Tensión normal debida al esfuerzo axil:



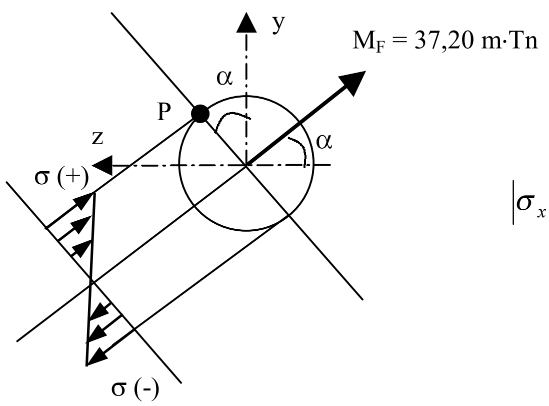
$$\sigma_x = \frac{5000}{\frac{\pi \cdot 40^2}{4}} = 3{,}97 \text{ kp/cm}^2$$

Tensión normal debida a los momentos flectores:



$$M_F = \sqrt{22^2 + 30^2} = 37{,}20 \text{ Tn} \cdot \text{m}$$

$$\alpha = arctan \frac{22}{30} = 36{,}25^\circ$$

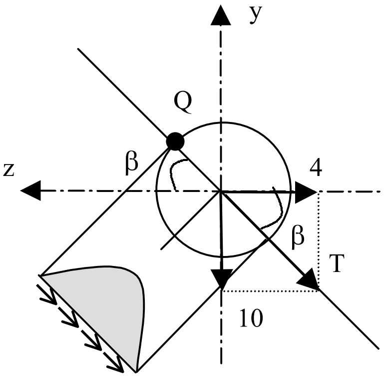


$$\left|\sigma_{x\,max}\right| = \frac{M}{I} y_{max} = \frac{3720000}{\frac{\pi \cdot 40^4}{64}} \cdot 20 = 592 \text{ kp/cm}^2$$

Tensión normal máxima total:

$$\sigma_{max} = 592 + 3{,}97 = 596 \text{ kp/cm}^2$$

Tensión tangencial debida a los esfuerzos cortantes:



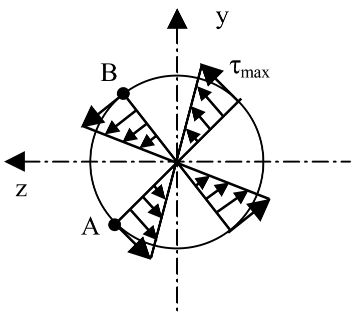
$$T = \sqrt{4^2 + 10^2} = 10{,}77\ \text{Tn}$$

$$\beta = arctan\frac{10}{4} = 68{,}2^\circ$$

Distribución parabólica de τ con una τ_{max}

$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{T}{A} = \frac{4}{3}\frac{10770}{\frac{\pi \cdot 40^2}{4}} = 11{,}43\ \text{kp/cm}^2$$

Tensión tangencial debida al momento torsor



$$\tau_{max} = \frac{M_x \cdot r_{max}}{I_o} = \frac{1200000 \cdot 20}{\frac{\pi \cdot 40^4}{32}} = 95{,}49\ \text{kp/cm}^2$$

La tensión tangencial máxima total

$$\tau_{max} = \tau_A = 11{,}43 + 95{,}49 = 106{,}92\ \text{kp/cm}^2$$

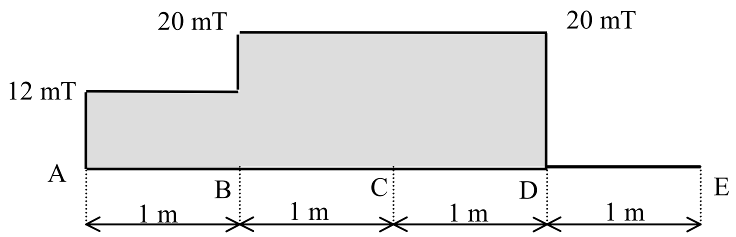
Aplicación del criterio de Von Mises en el punto P

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{max}(N,M) &= 596\ \text{kp/cm}^2 \\ \tau(M_x,T) &= 95{,}49\ \text{kp/cm}^2\ (1) \end{aligned}\right\} \sigma_{equiv} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = 618{,}5\ \text{kp/cm}^2$$

(1) En el punto P la tensión cortante debida al esfuerzo cortante T no es exactamente 0, pues es 0 en el punto Q, pero Q y P no coinciden, ya que los ángulos α y β no son complementarios. Pero como están muy próximos, y por tanto τ debido a T será muy pequeño, puede despreciarse frente a la τ debida a M_x.

b) Giro de la sección C (alrededor del eje x)

Dibujamos el diagrama de momentos torsores



El giro alrededor del eje x en la sección E será el mismo que el de la sección D.

$$\theta_x = \int_0^L \frac{M_x}{GI_o} dx = \frac{12\text{ mT} \cdot 1\text{ m}}{GI_{\varnothing 40}} + \frac{20\text{ mT} \cdot 1\text{ m}}{GI_{\varnothing 40}} + \frac{20\text{ mT} \cdot 1\text{ m}}{GI_{\varnothing 10}}$$

$$\theta_x = \frac{1200000 \cdot 100}{840000 \dfrac{\pi \cdot 40^4}{32}} + \frac{2000000 \cdot 100}{840000 \dfrac{\pi \cdot 40^4}{32}} + \frac{2000000 \cdot 100}{840000 \dfrac{\pi \cdot 10^4}{32}} = 0{,}244 \text{ rad} = 13{,}98^\circ$$