Capítulo 6

Flujo Potencial

Se analizará en éste capítulo un tipo particular de flujo o escurrimiento denominado flujo potencial. Este tipo de flujo se denomina así ya que es posible definir una función potencial ϕ mediante la cual se puede representar el campo de velocidades. La condición necesaria para la existencia de la función potencial es que el flujo sea irrotacional, es decir, $\nabla \times \vec{V} = 0$. Si bien la condición de irrotacionalidad en un flujo es difícil de encontrar existen, en algunos flujos, zonas las cuales pueden ser tratadas como si el flujo fuese irrotacional. Para que una partícula fluida, originalmente sin rotación, comience a rotar se requiere de un esfuerzo de corte. Como se vio anteriormente los esfuerzos de corte τ están asociados a la viscosidad μ y los gradientes de velocidad en la dirección normal al desplazamiento ($\partial V/\partial n$). Para fluidos de viscosidad baja, como el aire por ejemplo, los esfuerzos de corte estarán asociados principalmente a la existencia de gradientes de velocidad. En las regiones del flujo donde no existan gradientes de velocidad el flujo podrá ser considerado como irrotacional. De particular interés es el estudio de flujo alrededor de cuerpos sólidos inmersos en un flujo, como un perfil alar por ejemplo. Sobre la pared del cuerpo, y por el principio de adherencia, el fluido tendrá una velocidad relativa al cuerpo nula. A medida que uno se separa del cuerpo la velocidad del fluido aumenta aproximándose a la velocidad de la corriente libre a partir de una cierta distancia, a partir de la cual prácticamente no existen gradientes de velocidad. La zona cercana al cuerpo es una zona de grandes gradientes de velocidad y por lo tanto una zona donde los esfuerzos de corte son importantes. Esta zona se denomina capa límite y será estudiada en el capítulo 10. En la zona fuera de la capa límite los gradientes de velocidad desaparecen y con ellos los esfuerzos de corte, por lo que el flujo puede ser considerado como irrotacional.

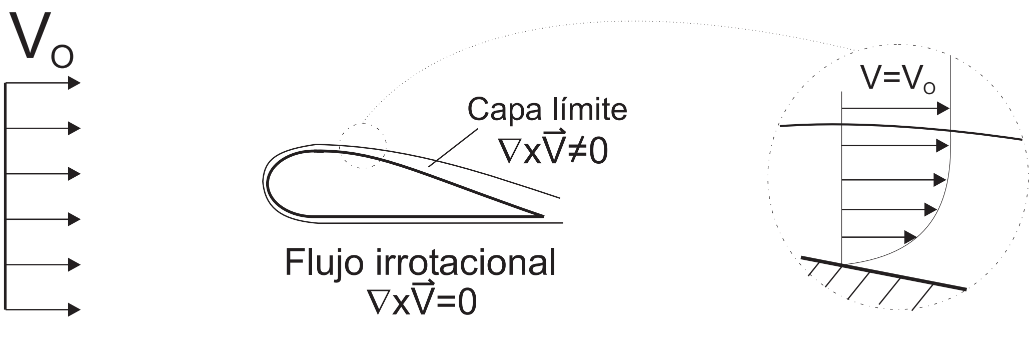


Figura 6.1: Flujo irrotacional y capa límite sobre un cuerpo.

Además de la condición de irrotacional se supondrá que el fluido es incompresible ($\rho = \text{cte}$), el flujo es permanente ($\partial/\partial t = 0$), y se analizarán solamente flujos bidimensional, es decir un flujo donde las propiedades y características del flujo son independientes de una de las coordenadas espaciales (2D).

6.1 Función potencial ϕ

De la condición de irrotacionalidad de un flujo se obtiene que

$$\frac{\partial V_z}{\partial y} = \frac{\partial V_y}{\partial z}$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} = \frac{\partial V_x}{\partial y}$$

Analizando éstas relaciones se ve que las componentes de la velocidad se pueden expresar mediante una función escalar $\phi(x, y, z)$ tal que

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$V_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

La función ϕ se denomina función potencial de velocidades y se cumple que

$$\vec{V} = \nabla \phi$$

Reemplazando la relación anterior en la ecuación de continuidad para un flujo incompresible se obtiene

$$\nabla \cdot \vec{V} = \nabla \cdot \nabla \phi = 0$$

$$\nabla^2 \phi = 0$$

que se conoce como ecuación de Laplace. En coordenas rectangulares la ecuación anterior queda

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Una característica importante de la ecuación de Laplace es que es una ecuación en derivadas parciales lineal, lo que implica que si ϕ_1 y ϕ_2 son soluciones o satisfacen la ecuación $\nabla^2 \phi = 0$, entonces $\phi_3 = \phi_1 + \phi_2$ será también solución de la ecuación de Laplace. Esta característica permite generar diferentes tipos de flujos a partir de otros conocidos superponiendo las funciones potenciales respectivas. Esto se conoce como superposición de flujos.

6.2 Función de corriente ψ

La ecuación de continuidad para un flujo incompresible y permanente es $\nabla \cdot \vec{V} = 0$, que en coordenadas cartesianas y para un flujo bidimensional resulta

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$$

Analizando la ecuación anterior se ve que es posible definir una función $\psi = \psi(x, y)$, llamada función de corriente, tal que

$$V_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$V_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Reemplazando en la ecuación de continuidad. se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} = 0$$

de donde vemos que ψ satisface la ecuación de continuidad. Obtenemos de ésta manera nuevamente una reducción del número de funciones necesarias para representar el campo de velocidades. Se ve además, de la ecuación anterior, que la función de corriente satisface también la ecuación de Laplace

$\Rightarrow$

$$\nabla^2 \psi = 0$$

Las líneas para las cuales la función de corriente es constante son las líneas de corriente. Diferenciando ψ se obtiene

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x}\, dx + \frac{\partial \psi}{\partial y}\, dy = 0$$

$\Rightarrow$

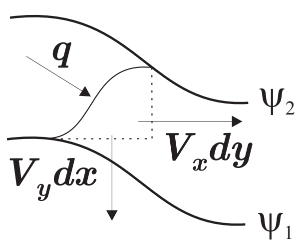
$$-V_y\, dx + V_x\, dy = 0$$

Esta ecuación representa, como se vio anteriormente, la ecuación para las líneas de corriente.

La variación del valor de la función de corriente, entre dos líneas de corriente, esta relacionado con el caudal que pasa entre ellas. La ecuación de continuidad aplicada a la figura queda

$$dq = V_x\, dy - V_y\, dx$$

Introduciendo la función de corriente



Caudal entre líneas de corriente.

$$dq = \frac{\partial \psi}{\partial y} dy + \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = d\psi$$

Integrando entre ψ_1 y ψ_2 se obtiene

$$q = \int_{\psi_1}^{\psi_2} dq = \int_{\psi_1}^{\psi_2} d\psi$$

$\Rightarrow$

$$q = \psi_2 - \psi_1$$

Se ve que la diferencia del valor de la función de corriente entre dos líneas de corriente es igual al caudal volumétrico, por unidad de profundidad, que pasa entre las dos líneas.

Para una línea de corriente se tiene que

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\psi=\text{cte}} = \frac{V_y}{V_x}$$

que representa la pendiente de las líneas de corriente. La pendiente de las líneas equipotenciales, es decir las líneas para las cuales $\phi =$ cte, resulta de igualar a cero el diferencial de ϕ, es decir

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x}\, dx + \frac{\partial \phi}{\partial y}\, dy = 0$$

$$V_x\, dx + V_y\, dy = 0$$

$\Rightarrow$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\phi=\text{cte}} = -\frac{V_x}{V_y}$$

Multiplicando ambas pendientes se obtiene

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\psi=\text{cte}} \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\phi=\text{cte}} = -1$$

o

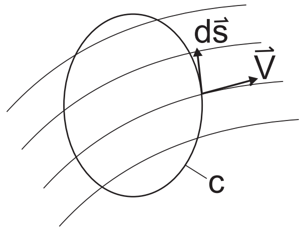
$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\psi=\text{cte}} = -\left(\frac{dy}{dx}\right)^{-1}_{\phi=\text{cte}}$$

lo cual indica que la intersección de las líneas equipotenciales y las líneas de corriente ocurre formando un ángulo recto, es decir ϕ y ψ son perpendiculares entre si. Esta condición se utiliza para representar un flujo gráficamente mediante una malla formada por las líneas de corriente y las equipotenciales.

6.3 Circulación

La circulación se define como la integral de línea, sobre una curva cerrada, de la componente tangencial de la velocidad a lo largo de la curva, es decir,

$$\Gamma = \oint_c \vec{V} \cdot d\vec{s}$$



Circulación.

Aplicando el teorema de Stokes se obtiene además que

$$\Gamma = \int_A (\nabla \times \vec{V}) \cdot d\vec{A}$$

Se ve que si el flujo es irrotacional, $\nabla \times \vec{V} = 0$, entonces no existirá circulación. Como se verá mas adelante la circulación posee gran importancia en la teoría de la sustentación.

En coordenadas cilíndricas la ecuación de Laplace para la función de corriente, la ecuación de continuidad y las componentes de la velocidad se expresan respectivamente por las siguientes relaciones

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,V_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta} = 0$$

$$V_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = \frac{\partial\phi}{\partial r}$$

$$V_\theta = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}$$

6.4 Flujos simples

Se presentarán a continuación algunos flujos bidimensionales sencillos y sus correspondientes funciones de corriente y potenciales.

Flujo uniforme

El flujo más sencillo es aquel que tiene líneas de corriente rectas y paralelas y donde la magnitud de la velocidad es constante. Este tipo de flujo se llama flujo uniforme.

Si la velocidad del flujo (U) es paralela al eje x se tendrá además que $V_x = U$ y $V_y = 0$. De las relaciones anteriormente vistas para la función potencial se obtiene que

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = U$$

y

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = 0\,.$$

Integrando se obtiene

$$\phi = U\,x + C\,,$$

donde C es una constante de integración que elegimos arbitrariamente igual a cero ($C = 0$) $\Rightarrow$

$$\phi = U\,x\ .$$

Se ve que las líneas equipotenciales son paralelas al eje y. La función de corriente correspondiente al flujo uniforme se obtiene a partir de

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = U$$

y

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

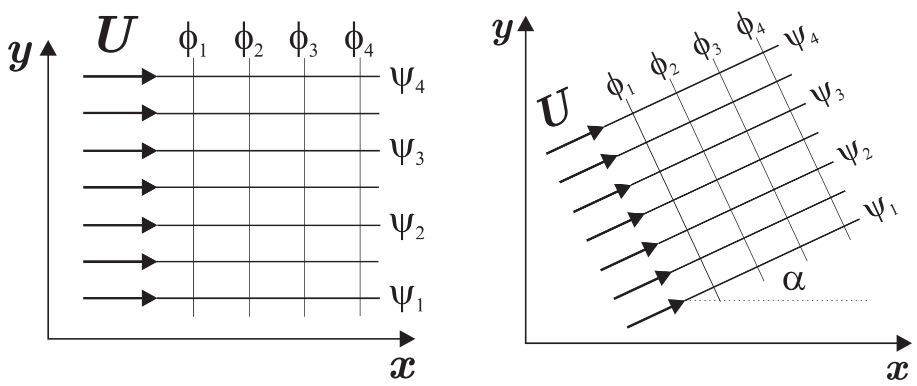
$\Rightarrow$

$$\psi = U\,y$$

que son líneas paralelas al eje x. ϕ y ψ se pueden apreciar en la figura 6.2(a) para un flujo uniforme paralelo al eje x. Si el flujo forma un ángulo α c/r al eje x se obtienen las siguientes funciones de corriente y potencial respectivamente (figura 6.2(b))

$$\psi = U(y\cos\alpha - x\sin\alpha)\,,$$

$$\phi = U(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\,.$$



(a) Flujo uniforme paralelo a x (b) Flujo uniforme inclinado

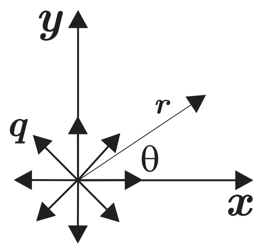
Figura 6.2: Flujo uniforme

Fuente y sumidero

Consideraremos ahora un fluido que fluye en forma radial a partir de un punto y en todas las direcciones. Si q es la razón volumétrica de fluido, por unidad de profundidad, que sale de la fuente, por conservación de la masa se debe cumplir que

$$2\,\pi\,r\,V_r = q\,,$$

de donde se puede despejar V_r



Fuente/sumidero.

$$V_r = \frac{q}{2\pi r}\,.$$

Como el flujo es radial se cumple además que $V_\theta = 0$.

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{q}{2\pi r}$$

y

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = 0$$

de donde

$$\phi = \frac{q}{2\pi}\ln r$$

que representa la ecuación de una familia de círculos concéntricos centrados en el origen.

Si q es positivo entonces el flujo es radial hacia afuera y se denomina fuente. Si q es negativo el flujo es radial hacia adentro y se denomina sumidero. El caudal q se denomina intensidad de la fuente o sumidero.
La función de corriente se obtiene de

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = V_r = \frac{q}{2\pi r}$$

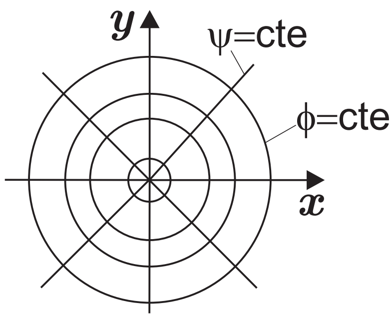
y

$$\frac{\partial\psi}{\partial r} = 0$$

$\Rightarrow$

$$\psi = \frac{q}{2\pi}\theta$$

que representa una familia de líneas radiales.



Líneas de corriente y equipotenciales.

Vórtice libre o irrotacional

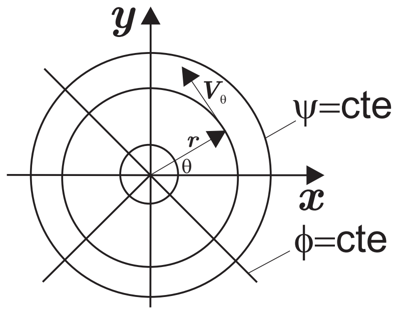
En éste tipo de flujo las líneas de corriente son círculos concéntricos[1] como se muestra en la figura.

Para éste caso se tiene que $V_r = 0$ y $V_\theta = V_{\theta(r)}$. Las funciones potencial y de corriente que se obtiene para éste caso son

$$\phi = K\,\theta$$

y

$$\psi = -K\,\ln r\,,$$



Vórtice libre.

donde K es una constante. La velocidad V_θ se obtiene de

$$V_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = -\frac{\partial\psi}{\partial r}$$

$\Rightarrow$

$$V_\theta = \frac{K}{r}\,.$$

Se ve que la velocidad varía inversamente proporcional con la distancia al centro, es decir, si $r\uparrow$ entonces $V_\theta\downarrow$ y viceversa. Ejemplos que pueden ser aproximados mediante éste tipo de flujo son el tornado y el flujo de agua saliendo por un drenaje.

Se puede demostrar que

$$K = \frac{\Gamma}{2\pi}$$

donde Γ es la circulación sobre una curva que encierra el origen. La circulación será distinta de cero ya que el origen representa una singularidad dentro del flujo donde $V\to\infty$. Sobre una curva que no encierre al origen la circulación será cero ($\Gamma = 0$). Se obtiene por lo tanto

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

y

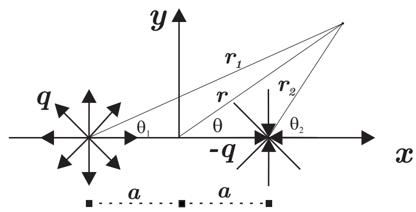
$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r\,.$$

[1]Dado que el flujo esta representado por un potencial de velocidades el flujo debe ser irrotacional. Esto puede generar confusión con el tipo de flujo. Debe recordarse que la rotacionalidad esta relacionada con el cambio de orientación de una partícula fluida y no con la trayectoria seguida por la partícula.

Doblete

La combinación de una fuente y un sumidero, de igual intensidad, separados por una distancia infinitesimal origina lo que se denomina doblete. Para la fuente y el sumidero, separados por una distancia $2a$ la función de corriente esta dada por

$$\psi = -\frac{q}{2\pi}(\theta_1 - \theta_2)\,.$$



Fuente y sumidero.

Expresando la función anterior en función del ángulo θ se obtiene

$$\psi = -\frac{q}{2\pi}\tan^{-1}\left(\frac{2ar\sin\theta}{r^2 - a^2}\right)\,.$$

Para valores pequeños de a la ecuación anterior queda

$$\psi = -\frac{qar\sin\theta}{\pi(r^2 - a^2)}\,.$$

El doblete se obtiene haciendo tender $a \to 0$ y $q \to \infty$ de tal forma que el producto (qa/π) sea constante. Para este caso se obtiene que

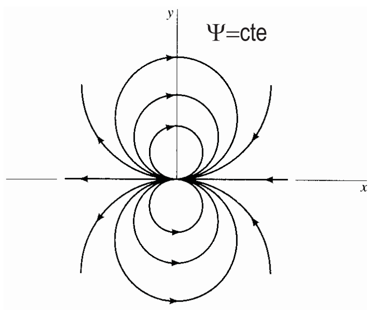
$$\frac{r}{r^2 - a^2} \to \frac{1}{r}$$

de donde

$$\psi = -\frac{k\sin\theta}{r}$$

donde $k = qa/\pi$ se denomina intensidad del doblete. El potencial de velocidades asociado al doblete resulta

$$\phi = \frac{k\cos\theta}{r}\,.$$



Lineas de corriente.

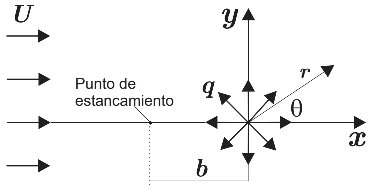
6.5 Superposición de Flujos

Como se mencionó anteriormente los flujos potenciales están gobernados por la ecuación de Laplace. Esto significa que se pueden combinar diferentes flujo potenciales para formar otros de interés. Otro punto que se debe recordar es que a través de una línea de corriente no existe flujo por lo que puede ser considerada como una pared sólida. Lo anterior indica que si se logran combinar distintos tipos de flujo de tal manera que una línea de corriente tenga la forma de un cuerpo particular, se puede analizar analíticamente el flujo que se establece alrededor del cuerpo. Este método se denomina superposición. A continuación se verán algunos ejemplos simples de superposición.

Fuente y flujo uniforme

La función de corriente y la función potencial para la superposición del flujo uniforme y la fuente esta dado por

$$\psi = \psi_{\text{uniforme}} + \psi_{\text{fuente}}$$



Flujo uniforme y fuente.

$\Rightarrow$

$$\psi = U\, r\, \sin\theta + \frac{q}{2\,\pi}\theta\,,$$

$$\phi = U\, r\, \cos\theta + \frac{q}{2\,\pi}\ln r\,.$$

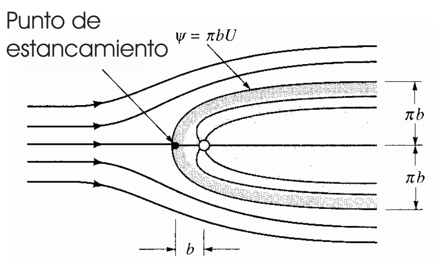
En algún punto del eje x (negativo) la velocidad de la fuente se anulará con la del flujo uniforme y se formará, por lo tanto, un punto de estancamiento. Para la fuente se tiene que $V_r = q/2\pi r$ por lo que el punto de estancamiento es tal que en $x = -b$, $U = q/2\,\pi\, r \Rightarrow$

$$b = \frac{q}{2\,\pi\, U}\,. \tag{6.1}$$

Evaluando ψ para $r = b$ y $\theta = \pi$ se obtiene

$$\psi_{\text{estancamiento}} = \frac{q}{2} = \pi\, b\, U\,.$$

Graficando estos resultados vemos como ésta combinación de flujos puede ser utilizada para analizar el flujo sobre un cuerpo inmerso en un flujo uniforme. Para esta combinación el cuerpo es como el que muestra la figura, el cual se encuentra abierto aguas abajo. Con la función de corriente conocida se puede obtener el campo de velocidades en cualquier parte del flujo.



Líneas de corriente.

$$V_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = U\, \cos\theta + \frac{q}{2\,\pi\, r}$$

y

$$V_\theta = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = -U\sin\theta$$

de donde el cuadrado del módulo de la velocidad resulta

$$V^2 = V_r^2 + V_\theta^2 = U^2 + \frac{U q\cos\theta}{\pi r} + \left(\frac{q}{2\pi r}\right)^2$$

$$V^2 = U^2\left(1 + 2\frac{b}{r}\cos\theta + \frac{b^2}{r^2}\right)\,.$$

Conocida la velocidad es posible determinar además el campo de presiones, utilizando la ecuación de Bernoulli entre dos puntos cualesquiera del flujo ya que el flujo es irrotacional. Por ejemplo, entre un punto lejano del cuerpo, o de la fuente, donde $V = U$ y $p = p_0$ y despreciando las variaciones de z se obtiene

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho U^2 = p + \frac{1}{2}\rho V^2$$

de donde se puede despejar la presión p

$$p = p_0 - \frac{1}{2}U^2\left(2\frac{b}{r}\cos\theta + \frac{b^2}{r^2}\right).$$

Doblete y flujo uniforme

La superposición de un flujo uniforme con un doblete genera el flujo alrededor de un cilindro. La función de corriente y la función potencial son, respectivamente, las siguientes

$$\psi = U\,r\sin\theta - \frac{k\sin\theta}{r}$$

y

$$\phi = U\,r\cos\theta + \frac{k\cos\theta}{r},$$

donde k es la intensidad del doblete. Para que el cuerpo que se genera con esta superposición sea un cilindro se debe cumplir que $\psi = \text{cte}$ para $r = a$, donde a es el radio del cilindro. Sobre la superficie del cilindro, o sobre la línea de corriente que representa el cilindro, se cumple además que $V_r = 0\ \forall\,\theta$

$\Rightarrow$

$$V_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = \left(U - \frac{k}{r^2}\right)\,r\,\cos\theta = 0\,,$$

de donde

$$\left(U - \frac{k}{r^2}\right)_{r=a} = 0$$

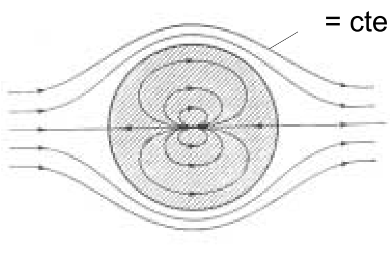
$\Rightarrow$

$$k = U\,a^2\,.$$

Reemplazando en ψ y en ϕ se obtiene

$$\psi = U\,r\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\sin\theta\,,$$

$$\phi = U\,r\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)\cos\theta\,.$$



Líneas de corriente para un cilindro.

Se ve que para $r = a$, $\psi = 0$. En los puntos de estancamiento se cumple que $V_\theta = 0 \Rightarrow$

$$V_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -U\,r\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)\sin\theta = 0$$

de donde $\sin\theta = 0$ o $\theta = \pm\pi$.

Sobre la superficie del cilindro, es decir, para $r = a$, se tiene que $V_\theta = -2U\sin\theta$ de donde las velocidades máximas se obtiene para $\theta = \pm\pi/2 \Rightarrow$

$$V_{\theta,\text{máx}} = V_\theta(\theta = \pm\pi/2) = 2\,U\,.$$

La distribución de presiones en la superficie del cilindro (p_s) se obtiene utilizando la ecuación de Bernoulli y resulta

$$p_s = p_o + \frac{1}{2}\rho U^2(1 - 4\sin^2\theta)$$

Integrando la presión p_s sobre el manto del cilindro se puede obtener tanto la fuerza horizontal o arrastre y la fuerza vertical o sustentación a la cual está sometido el cilindro. Para este caso, y dada la simetría del flujo que se genera en torno al cilindro como se puede ver de la figura, ambas fuerzas tendrán un valor cero.

Vórtice, doblete y flujo uniforme

La función de corriente y la función potencial para esta superposición de flujos son

$$\psi = Ur\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\sin\theta - \frac{\Gamma}{2\pi}\ln r$$

$$\phi = Ur\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)\cos\theta - \frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

respectivamente, donde Γ es la circulación. Se puede ver que para $r = a$, $\psi = $ cte por lo que el cuerpo generado es, al igual que el caso anterior, un cilindro de radio a. La diferencia es que el cilindro generado por esta superposición se encuentra girando en el sentido de giro del vórtice libre. La velocidad tangencial sobre la superficie ($V_{\theta,s}$) toma ahora el siguiente valor

$$V_{\theta,s} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -2U\sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi a}\,.$$

La forma que adquiere el flujo, y por lo tanto la forma que tienen las líneas de corriente, dependen de la intensidad del vórtice. La posición de el/los puntos de estancamiento en la superficie de cilindro se encuentran imponiendo la condición $V_\theta = 0$

$\Rightarrow$

$$\sin\theta_{\text{estanc.}} = \frac{\Gamma}{4\pi Ua}$$

En la figura 6.3 se muestran las diferentes posibilidades que se pueden presentar, de acuerdo al valor de $\frac{\Gamma}{4\pi Ua}$. Se ve que si $\frac{\Gamma}{4\pi Ua} > 1$ entonces el punto de estancamiento no se encuentra sobre el cilindro ya que $\sin\theta_{\text{estanc.}} > 1$ no tiene solución.

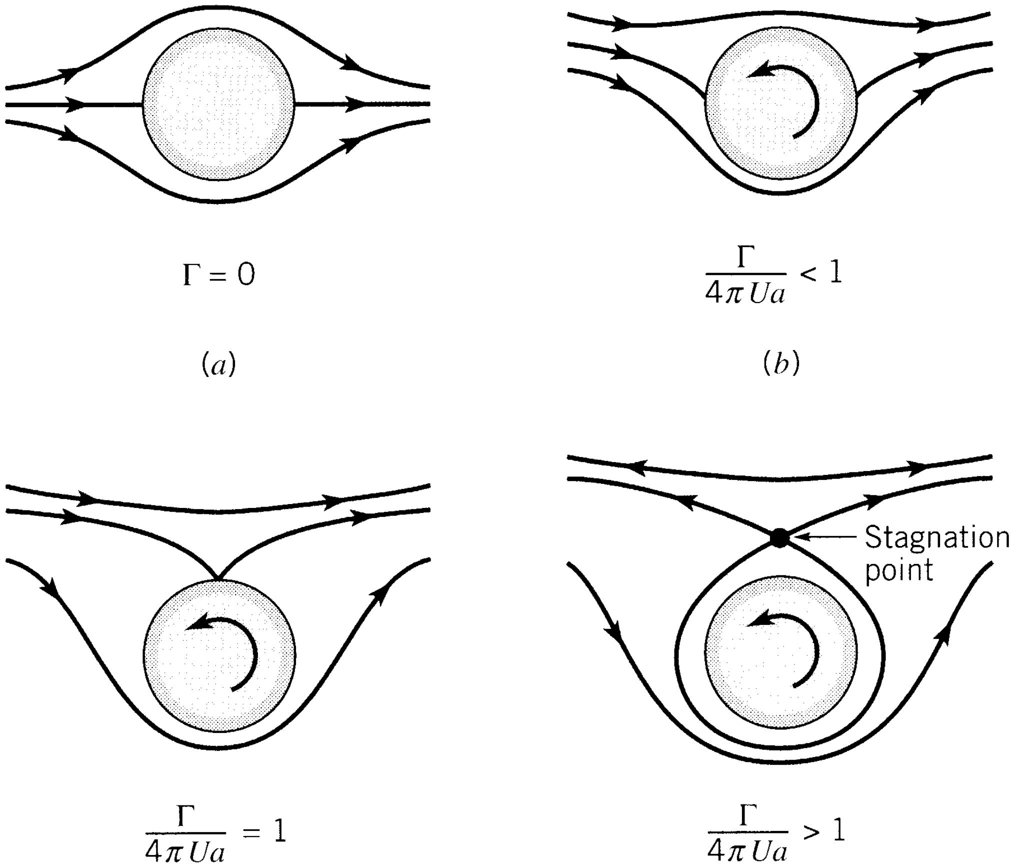


Figura 6.3: Líneas de corriente y puntos de estancamiento para diferentes valores de $(\Gamma/4\pi Ua)$.

La presión sobre la superficie se encuentra utilizando al ecuación de Bernoulli y resulta

$$p_s = p_0 + \frac{1}{2}\rho U^2 \left(1 - 4\sin\theta^2 + \frac{2\Gamma\sin\theta}{\pi a U} - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 a^2 U^2}\right)$$

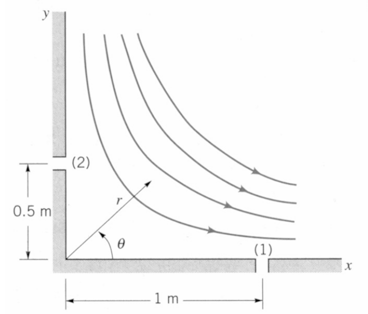
La fuerza por unidad de longitud que se desarrolla sobre el cilindro se obtiene integrando p_s sobre el cilindro. Dada la simetría vertical del flujo sobre el cilindro el arrastre es cero. La sustentación, por unidad de longitud, resulta

$$F_S = -\rho\, U\, \Gamma\,.$$

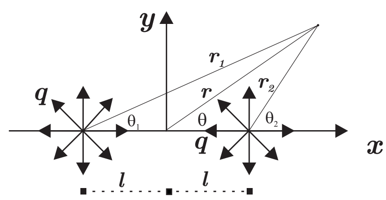
Se puede apreciar que la fuerza de sustentación apunta, para éste caso, hacia abajo y que depende de la densidad y velocidad del flujo libre y de la circulación alrededor del cilindro. Si $\Gamma = 0$ entonces se tendrá que $F_S = 0$. Para un cilindro girando en el sentido de giro del reloj, la fuerza de sustentación apuntará hacia arriba.

6.6 Aplicaciones

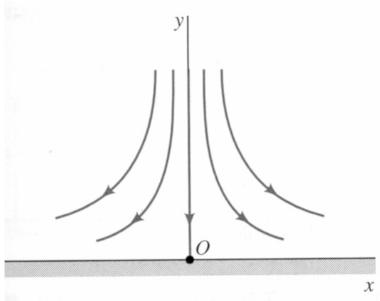
El flujo bidimensional de un fluido ideal e incompresible ($\rho = 10^3\, kg/m^3$) en la vecindad de una esquina recta se puede describir mediante la función de corriente $\Psi = 2r^2 \sin 2\theta$, donde Ψ tiene unidades de m^2/s cuando r se expresa en metros. Determine la función potencial correspondiente. Si la presión en el punto (1) de la pared es $30\, kPa$, cual es la presión en el punto (2). Asuma que el plano xy es horizontal.



Se pide determinar el campo de velocidades que se obtiene mediante la superposición de dos fuentes de igual intensidad q separadas por una distancia $2l$. Para un plano de simetría entre las dos fuentes se pide determinar la velocidad del flujo a través del plano. Dado el resultado anterior, que situación real se podría representar mediante esta superposición? Para el plano de simetría se pide determinar el campo de velocidades y de presión sobre el plano.



Un flujo potencial que fluye contra una placa plana se puede describir mediante la funcion de corriente $\Psi = A \cdot xy$ donde A es una constante. Este tipo de flujo permite describir aceptablemente el flujo en la vecindad de un punto de estancamiento. Superponiendo una fuente de intensidad m en el origen O se obtiene el flujo sobre una placa plana con una protuberancia. Determine la relacion entre la altura h, la constante A y la intensidad de la fuente m.



Suponga que el flujo que se genera sobre un hangar de seccion semicircular de diametro $D = 6\,m$ y largo $L = 18\,m$ se puede aproximar por el flujo potencial que se genera alrededor de un cilindro con $\theta \in [0, \pi]$. Durante una tormenta el viento alcanza una velocidad de $U = 100\,km/hr$ y la temperatura exterior es de $5°C$. Si la presion dentro del hangar es igual a $p_0 = 720\,mmHg$, se pide que determine la fuerza neta sobre el hangar que trata de levantarlo de sus fundaciones.