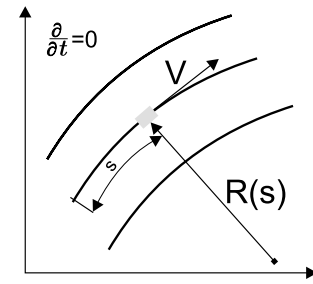


## Capítulo 4

# Dinámica de Fluidos

### 4.1 Dinámica elemental

Se analizará en ésta sección la ecuación de cantidad de movimiento lineal para una partícula fluida que se desplaza sobre una línea de corriente. Supondremos que el régimen es permanente, por lo que las líneas de corriente son fijas en el tiempo. Se utilizará un sistema coordenado  $(\hat{s}, \hat{n})$  coincidente con la línea de corriente, donde  $s$  es la posición de la partícula a lo largo de la línea de corriente. La velocidad de la partícula en éste sistema coordenado estará dada por



Partícula fluida sobre una línea de corriente

$$\vec{V} = \vec{V}(s, t) \hat{s},$$

dado que la velocidad es tangente a la línea de corriente. El vector unitario  $\hat{s}$  es, sin embargo, una función tanto de  $s$  como de  $n$ , es decir,  $\hat{s} = \hat{s}(s, n)$ . La aceleración de la partícula está dada, por lo tanto, por

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{D(V\hat{s})}{Dt} = \frac{DV}{Dt} \hat{s} + V \frac{D\hat{s}}{Dt}.$$

Como  $\partial/\partial t = 0$  la ecuación anterior queda

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \left( V \frac{\partial V}{\partial s} \right) \hat{s} + V \left( V \frac{\partial \hat{s}}{\partial s} \right).$$

La derivada del vector unitario  $\hat{s}$  resulta

$$\frac{\partial \hat{s}}{\partial s} = \lim_{\delta s \rightarrow 0} \frac{\delta \hat{s}}{\delta s} = \frac{\hat{n}}{R},$$

donde  $\hat{n}$  es el vector normal a  $\hat{s}$  y  $R$  el radio de curvatura de la línea de corriente en el punto.

⇒

$$\vec{a} = \underbrace{V \frac{\partial V}{\partial s}}_{\text{componente paralela a } \hat{s}} \hat{s} + \underbrace{\frac{V^2}{R}}_{\text{componente normal a } \hat{s}} \hat{n}.$$

El término de la aceleración normal a  $\hat{s}$  tiene su origen en el cambio de dirección de la velocidad de una partícula al moverse sobre una trayectoria curva. Si la trayectoria es recta, es decir  $R \rightarrow \infty$ , éste término desaparece.

Analizaremos a continuación la ecuación de cantidad de movimiento lineal ( $F = ma$ ) según una dirección de movimiento coincidente a la línea de corriente y según una dirección de movimiento normal a la línea de corriente. Para determinar las fuerzas externas en ambas situaciones, es decir según  $\hat{s}$  y  $\hat{n}$ , se analizará el elemento diferencial de la figura 4.1.

#### 4.1.1 Ecuación de movimiento según $\hat{s}$ ; Ecuación de Bernoulli

La ecuación de cantidad de movimiento según  $\hat{s}$  es

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial s} \frac{\delta s}{2}\right) \delta n \delta y - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} \frac{\delta s}{2}\right) \delta n \delta y - \gamma \delta s \delta n \delta y \sin \theta = \rho \delta s \delta n \delta y V \frac{\partial V}{\partial s}$$

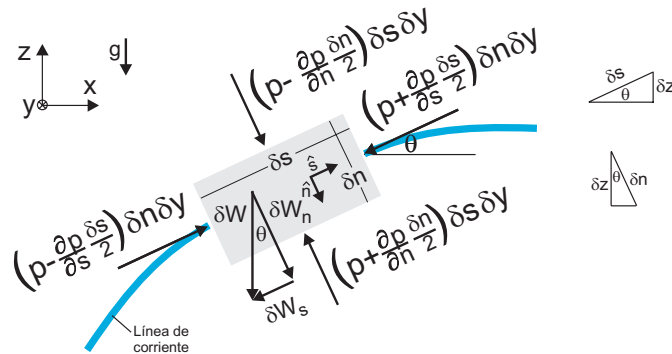


Figura 4.1: Balance de fuerzas sobre una partícula fluida.

⇒

$$-\gamma \sin \theta - \frac{\partial p}{\partial s} = \rho V \frac{\partial V}{\partial s}.$$

Se ve que para que exista movimiento debe existir un desbalance entre las fuerzas causadas por la presión y el peso. Analizaremos a continuación la ecuación anterior a lo largo de la línea de corriente. El diferencial de la presión es

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right) ds + \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right) dn.$$

Sobre una línea de corriente se cumple que  $n = \text{cte}$  de donde resulta  $dn = 0$ , por lo que

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{dp}{ds}.$$

Análogamente se tiene que

$$V \frac{\partial V}{\partial s} = \frac{1}{2} \frac{dV^2}{ds}$$

y

$$\sin \theta = \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{dz}{ds}.$$

Reemplazando en la ecuación de movimiento se obtiene

$$-\gamma \frac{dz}{ds} - \frac{dp}{ds} = \frac{1}{2} \rho \frac{d(V^2)}{ds}.$$

Eliminando  $ds$  obtenemos

$$-\gamma dz - dp = \frac{1}{2} \rho d(V^2)$$

o

$$dp + \frac{1}{2} \rho d(V^2) + \gamma dz = 0.$$

Integrando sobre la línea de corriente se obtiene

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 + gz = C, \quad (4.1)$$

donde  $C$  es una constante de integración. Las ecuaciones anteriores son válidas sólo sobre una línea de corriente. Se ve que para poder integrar el primer término de la ecuación anterior es necesario conocer la relación existente entre la densidad y la presión.

### Fluido incompresible.

Si la densidad es constante se obtiene

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho gz = C. \quad (4.2)$$

La ecuación anterior se denomina ecuación de Bernoulli (1778) y tiene implícitas las siguientes hipótesis

- efectos viscosos despreciable,
- flujo permanente,
- flujo incompresible,
- aplicable sólo a una línea de corriente.

La última de estas hipótesis significa que la constante de integración será diferente entre una línea de corriente a otra. La ecuación de Bernoulli dice que para un flujo sin roce la energía total, que es la suma de la energía cinética, la energía potencial y la energía de presión, se mantiene

constante. Se ve que la ecuación de Bernoulli, escrita en esta forma, tiene unidades de presión. La constante  $C$  de la ecuación de Bernoulli se denomina presión total  $p_T$ , es decir

$$p_T = p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g z .$$

Por lo tanto, la presión total se mantiene constante sobre una línea de corriente en un flujo ideal ( $\mu = 0$ ). Vemos además que la presión total esta compuesta por

$$\frac{1}{2}\rho V^2 = \text{presión dinámica,}$$

$$p = \text{presión estática y}$$

$$\rho g z = \text{presión hidroestática.}$$

Dividiendo por  $\rho g$  se obtiene

$$\frac{p}{\rho g} + z + \frac{V^2}{2g} = \text{cte.}$$

Se puede apreciar que la ecuación de Bernoulli se puede escribir en términos de longitud. El término de elevación  $z$ , que esta relacionado con la energía potencial se denomina altura topográfica. El término  $(p/\rho g)$  se denomina altura de presión y representa la altura de la columna de líquido necesaria para producir una presión  $p$ .  $(V^2/2g)$  se llama altura de velocidad y representa la altura vertical necesaria para que si el fluido cae libremente, adquiriera la velocidad  $V$ .

### Fluido compresible

Si suponemos ahora que el fluido es un gas ideal podemos utilizar la ecuación de estado de los gases ideales para expresar la dependencia de la densidad con la presión y la temperatura. De la ecuación de estado se obtiene

$$\rho = \frac{p}{RT} .$$

Reemplazando en la ecuación 4.1 se obtiene

$$\int RT \frac{dp}{p} + gz + \frac{1}{2}V^2 = C ,$$

de donde se ve que debemos explicitar la forma en que varía la temperatura a lo largo de la línea de corriente. Para un flujo isotérmico, es decir  $T = \text{cte.}$ , se obtiene, integrando entre dos puntos sobre una línea de corriente

$$\frac{1}{2}V_1^2 + gz_1 + RT \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}V_2^2 + gz_2 .$$

Para un flujo isoentrópico se cumple que

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{cte.}$$

Reemplazando, integrando entre dos puntos y reordenando se obtiene

$$\left(\frac{k}{k-1}\right) \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \left(\frac{k}{k-1}\right) \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2.$$

Esta ecuación es equivalente a la ecuación para un flujo incompresible salvo por el factor  $(k/k-1)$  que multiplica la presión y por el hecho de que las densidades son distintas.

#### 4.1.2 Ecuación de cantidad de movimiento según $\hat{n}$ .

Haciendo un desarrollo análogo al realizado en el punto anterior pero ahora según  $\hat{n}$  se obtiene

$$-\gamma \frac{dz}{dn} - \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\rho V^2}{R}.$$

Esta ecuación indica que la variación en la dirección del flujo de la partícula esta acompañada de una combinación apropiada del gradiente de presión y el peso en la dirección normal a la línea de corriente. Si la partícula se mueve por una trayectoria recta ( $R \rightarrow \infty$ ) la presión varía en forma hidrostática. Si por ejemplo despreciamos la gravedad o consideramos un flujo horizontal obtenemos

$$-\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\rho V^2}{R},$$

que nos dice que la presión aumenta si uno se aleja del centro de curvatura, dado que  $\hat{n}$  apunta hacia adentro del centro de curvatura y el término del lado derecho de la ecuación es positivo. Para un  $s$  constante se tiene que  $ds = 0$  y por lo tanto  $(\partial p / \partial n) = dp / dn$ . Por lo tanto, si multiplicamos la ecuación anterior por  $dn$  e integramos a través de las líneas de corriente con  $ds = 0$  se obtiene

$$\int \frac{dp}{\rho} + \int \frac{V^2}{R} dn + gz = \text{cte. normal a la línea de corriente.}$$

Si el flujo es incompresible se tiene además que

$$p + \rho \int \frac{V^2}{R} dn + \rho gz = C.$$

Esta ecuación nos dice que cuando una partícula viaja sobre una línea de corriente curva ( $R < \infty$ ) se requiere una fuerza neta adicional con dirección hacia el centro de curvatura para vencer los efectos centrífugos asociados a la curvatura. Esta fuerza o diferencial de fuerza adicional es proporcionada por la presión. La presión será, por lo tanto, mayor en la parte externa que en la parte interna de la curvatura.

## 4.2 Cantidad de movimiento lineal

### 4.2.1 Ecuación diferencial

La segunda ley de movimiento de Newton para un sistema diferencial queda expresada por

$$d\vec{F} = \frac{D}{Dt}(dm\vec{V}).$$

Como la masa de un sistema es constante se tendrá que

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= dm \frac{D\vec{V}}{Dt} = dm\vec{a} = \rho d\forall \vec{a} \\ &= \rho d\forall \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right). \end{aligned}$$

Como se vió anteriormente las fuerzas externas que actúan sobre un elemento de fluido, en ausencia de esfuerzos de corte, esta dada por

$$d\vec{F} = (-\nabla p - \gamma \hat{k}) d\forall,$$

de donde reemplazando y reordenando se obtiene

$$-\nabla p - \gamma \hat{k} = \rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right)$$

⇒

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p - g \nabla z = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}. \quad (4.3)$$

Esta ecuación se denomina **Ecuación de Euler** y representa la forma diferencial de la segunda ley de movimiento de Newton para un fluido ideal, donde no existen esfuerzos de corte.

### Ecuación de Euler vs. Ecuación de Bernoulli

Una de las restricciones más fuertes en la ecuación de Bernoulli es que es aplicable sólo a una línea de corriente, es decir, la constante es en general distinta entre una línea de corriente y otra. Aplicando la ecuación de Euler para un flujo permanente se obtiene

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p - g \nabla z = (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}.$$

El término del lado derecho de la ecuación anterior se puede desarrollar de la siguiente forma

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = \nabla \left( \frac{V^2}{2} \right) - \vec{V} \times (\nabla \times \vec{V}).$$

Si se cumple que  $\nabla \times \vec{V} = 0$ , es decir que el flujo es irrotacional, la ecuación de Euler queda

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p - g \nabla z = \nabla \left( \frac{V^2}{2} \right).$$

Según una dirección arbitraria de movimiento  $d\vec{r}$ , es decir, realizando un producto punto entre la ecuación anterior y  $d\vec{r}$  se obtiene

$$\frac{dp}{\rho} + d \left( \frac{V^2}{2} \right) + g dz = 0.$$

Integrando para un flujo incompresible se obtiene

$$p + \rho g z \frac{1}{2} + \rho V^2 = \text{cte.},$$

que es equivalente a la ecuación de Bernoulli. Como la dirección  $d\vec{r}$  del desplazamiento fue elegida en forma arbitraria, se puede decir que la ecuación obtenida es válida en cualquier parte del fluido. Lo anterior indica que si el flujo es irrotacional ( $\nabla \times \vec{V} = 0$ ) entonces la ecuación de Bernoulli es válida entre cualquier par de puntos del fluido y no sólo sobre una línea de corriente.

### 4.2.2 Ecuación Integral

Para un sistema no diferencial la cantidad de movimiento total  $\vec{P}$  es

$$\vec{P} = \int_{\text{sis}} \vec{V} dm,$$

Se ve que la cantidad de movimiento es una propiedad extensiva cuya propiedad intensiva asociada es la velocidad  $\vec{V}$ . Aplicando el teorema del transporte de Reynolds se obtiene

$$\sum \vec{F}_{\text{sis}} = \frac{D}{Dt} \int_{\text{sis}} \vec{V} \rho dv$$

$\Rightarrow$

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho dv + \int_{SC} \vec{V} (\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (4.4)$$

Esta ecuación nos dice que la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento lineal de un sistema es igual a la variación temporal de la cantidad de movimiento lineal del contenido del volumen de control más el flujo neto de cantidad de movimiento a través de la superficie de control y es además igual a las fuerzas externas que actúan sobre el volumen de control. Esta ecuación es válida para un sistema inercial.

Las fuerzas que actúan sobre el volumen de control se pueden subdividir en fuerzas de superficie  $\vec{F}_s$ , como la presión y los esfuerzos de corte por ejemplo, y en fuerzas másicas  $\vec{F}_m$  como por ejemplo el peso.

$\Rightarrow$

$$\sum_{VC} \vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_m = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho dv + \int_{SC} \vec{V} (\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}).$$

Si el flujo es permanente se obtiene

$$\sum_{VC} \vec{F} = \int_{SC} \vec{V} (\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}).$$

Se debe tener presente que las ecuaciones anteriores son ecuaciones vectoriales cuyas correspondientes componentes escalares son

$$\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} u \rho dv + \int_{SC} u (\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}),$$

$$\sum F_y = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} v \rho dv + \int_{SC} v (\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}) ,$$

$$\sum F_z = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} w \rho dv + \int_{SC} w (\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}) .$$

Considerando un volumen de control, que se desplaza con una velocidad constante  $\vec{V}_{VC}$  con respecto a una referencia inercial, se tiene que

$$\sum_{VC} \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho dv + \int_{SC} \vec{V} (\rho \vec{W} \cdot d\vec{A}) .$$

Donde se cumple que

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{V}_{VC} .$$

Reemplazando se obtiene

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\vec{W} + \vec{V}_{VC}) \rho dv + \int_{SC} (\vec{W} + \vec{V}_{VC}) (\rho \vec{W} \cdot d\vec{A}) .$$

Si dentro del volumen de control se cumple que el flujo es permanente se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\vec{W} + \vec{V}_{VC}) \rho dv = 0$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= \int_{SC} (\vec{W} + \vec{V}_{VC}) (\rho \vec{W} \cdot d\vec{A}) \\ &= \int_{SC} \vec{W} (\rho \vec{W} \cdot d\vec{A}) + \vec{V}_{VC} \int_{SC} (\rho \vec{W} \cdot d\vec{A}) . \end{aligned}$$

La ecuación de continuidad para un flujo permanente relativa a un volumen de control en movimiento queda dada por

$$\int_{SC} \rho \vec{W} \cdot d\vec{A} = 0 .$$

Reemplazando obtenemos finalmente

$$\sum \vec{F} = \int_{SC} \vec{W} \rho \vec{W} \cdot d\vec{A} .$$



### 4.3 Cantidad de movimiento angular

En esta sección se verá el momento que ejerce una fuerza con respecto a algún punto. Para esto relacionaremos la cantidad de movimiento angular con el momento ejercido. En particular nos interesará el momento que se ejerce sobre un eje.

Si  $\vec{r}$  es el vector posición de un elemento diferencial de fluido, medido desde el origen de un sistema referencial inercial, el momento con respecto a éste origen será

$$\vec{r} \times \delta F = \vec{r} \times \frac{D}{Dt} (\vec{V} \rho dv) .$$

Desarrollando el siguiente término

$$\frac{D}{Dt} [(\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv] = \frac{D\vec{r}}{Dt} \times \vec{V} \rho dv + \vec{r} \times \frac{D(\vec{V} \rho dv)}{Dt}$$

y como

$$\frac{D\vec{r}}{Dt} = \vec{V}$$

se obtiene

$$\frac{D}{Dt} [(\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv] = \underbrace{\vec{V} \times \vec{V}}_{=0} \rho dv + \vec{r} \times \frac{D(\vec{V} \rho dv)}{Dt} .$$

$\Rightarrow$

$$\frac{D}{Dt} [(\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv] = \vec{r} \times \frac{D(\vec{V} \rho dv)}{Dt} .$$

Se cumple por lo tanto que

$$\frac{D}{Dt} [(\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv] = \vec{r} \times \delta \vec{F}$$

Integrando sobre el sistema se obtiene

$$\int_{\text{Sis}} \frac{D}{Dt} [(\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv] = \sum \vec{r} \times \vec{F}$$

Como  $(D/Dt)$  es la derivada temporal que sigue al sistema ( $dm = \text{cte.}$ ) se puede sacar de la integral

$\Rightarrow$

$$\frac{D}{Dt} \int_{\text{Sis}} [(\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv] = \sum \vec{r} \times \delta F ,$$

es decir, la suma de momentos externos que actúan sobre el sistema es igual a la tasa de cambio temporal del momento de momentos del sistema.

Utilizando el teorema de transporte de Reynolds se tendrá, para un volúmen de control inercial coincidente con el sistema, la siguiente relación

$$\frac{D}{Dt} \int_{\text{Sis}} [(\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv] = \sum_{VC} \vec{r} \times \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv + \int_{SC} (\vec{r} \times \vec{V}) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}.$$

$\Rightarrow$

$$\vec{M}_{VC} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\vec{r} \times \vec{V}) \rho dv + \int_{SC} (\vec{r} \times \vec{V}) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}.$$

Esta ecuación es muy utilizada para resolver problemas que involucran turbomáquinas como bombas, turbinas, ventiladores, compresores, etc.. En la mayoría de los problemas prácticos se requiere sólo la componente escalar de la ecuación anterior, que entrega el momento con respecto a un eje de rotación. Las coordenadas cilíndricas presentan en éste caso una ventaja si se considera el eje  $z$  coincidente con el eje de rotación. Según  $z$  se tiene que  $\vec{r} \times \vec{V} = rV_\theta$ , donde  $r$  es la distancia al eje y  $V_\theta$  es la componente tangencial de la velocidad. La componente escalar requerida es por lo tanto

$$M_z = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (rV_\theta) \rho dv + \int_{SC} (rV_\theta) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}.$$

Si el flujo es permanente se obtiene

$$M_z = \int_{SC} (rV_\theta) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}.$$

El torque ejercido sobre el eje de rotación o torque resistivo, es la reacción al momento entregado por la ecuación anterior, es decir

$$T_{\text{eje}} = -M_z.$$

La ecuación anterior se puede desarrollar para encontrar la siguiente relación

$$T_{\text{eje}} = (-\dot{m}_e)(\pm r_e V_{\theta,e}) + (+\dot{m}_s)(\pm r_s V_{\theta,s}),$$

donde  $\dot{m}$  es el flujo másico,  $r$  la posición desde el eje, y los subíndices  $e, s$  representan la entrada y salida respectivamente. El signo que acompaña a  $\dot{m}$  será positivo si el flujo sale del volumen de control y negativo si el flujo entra al volumen de control. El signo que acompaña al producto  $rV_\theta$  será positivo si  $V_\theta$  y  $\omega$ , que es la velocidad de rotación del volumen de control, tienen la misma dirección y negativo en caso contrario.

La potencia resistiva o la potencia en el eje  $\dot{W}_{\text{eje}}$  se obtiene de multiplicar el torque en el eje  $T_{\text{eje}}$  con la velocidad de rotación  $\omega$

$$\dot{W}_{\text{eje}} = T_{\text{eje}} \omega.$$

Reemplazando  $T_{\text{eje}}$  se obtiene

$$\dot{W}_{\text{eje}} = -\dot{m}_e(\pm r_e \omega V_{\theta,e}) + \dot{m}_s(\pm r_s \omega V_{\theta,s}).$$

Como  $r\omega = U \Rightarrow$

$$\dot{W}_{\text{eje}} = -\dot{m}_e(\pm U_e V_{\theta,e}) + \dot{m}_s(\pm U_s V_{\theta,s}).$$

En la mayoría de los casos se cumplirá además que

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}.$$

## 4.4 Turbomáquinas

Las turbomáquinas son elementos mecánicos que extraen (turbinas) o entregan (bombas) energía de o a un fluido respectivamente, como resultado de una interacción dinámica entre el fluido y la máquina. Una característica de las turbomáquinas es que el fluido nunca está confinado en el equipo. Las máquinas en las cuales el fluido se encuentra confinado por un tiempo determinado dentro de ellas, se denominan máquinas alternativas.

Dentro de los elementos que entregan energía al fluido se pueden citar las bombas, los ventiladores y los compresores por ejemplo. Dentro de las turbomáquinas que extraen energía de un fluido se encuentran las turbinas hidráulicas, las turbinas a vapor y a gas.

La interacción dinámica entre el fluido y la turbomáquina se lleva a cabo en los álabes. Los álabes se encuentran unidos al eje de rotación mediante el rodete.

De acuerdo a la dirección del flujo dentro de la turbomáquina, éstas se pueden clasificar en axiales, radiales, mixtas o tangenciales. Además de la clasificación mencionada anteriormente la turbinas se clasifican en turbinas de acción o impulsión y en turbinas de reacción:

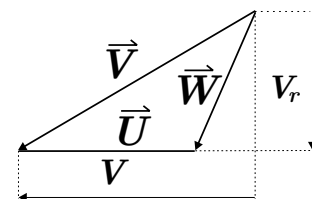
- Las turbinas de impulsión son accionadas por uno o más chorros libres de fluido a elevada velocidad. La transformación de energía de presión en energía cinética se realiza fuera de la turbina y no en los álabes de ésta. La variación de presión del fluido, a través de los álabes, es por lo tanto nula. Si no se considera la fricción y la gravedad el chorro de fluido no sufrirá variaciones de la velocidad con respecto al álabe. Un ejemplo de éste tipo de turbinas es la turbina Pelton (Fig. 4.3(a)).
- En las turbinas de reacción el fluido entra a la turbina a una presión elevada. La transformación de energía de presión en energía cinética se produce dentro de la turbina. La velocidad no se mantendrá constante respecto de los álabes. Ejemplo de éste tipo de turbina son las turbinas a vapor y gas. En la figuras 4.2 y 4.3(b) se pueden observar una turbina de a gas y una hidráulica, del tipo Kaplan, que corresponden a turbinas de reacción.

### Triángulo de velocidades

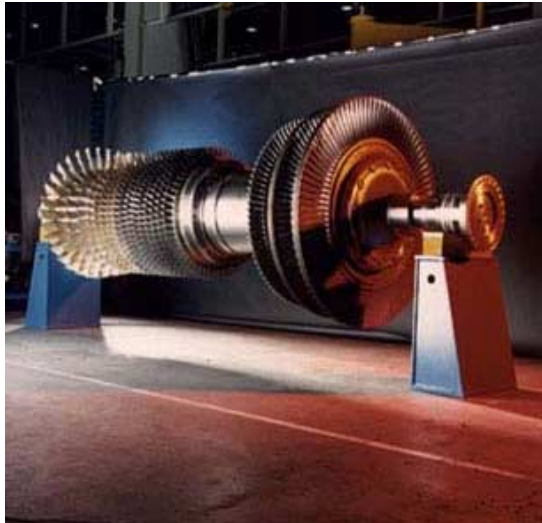
La representación gráfica de la relación vectorial

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{V}_{VC},$$

que relaciona la velocidad absoluta del fluido ( $\vec{V}$ ) con la velocidad relativa a los álabes ( $\vec{W}$ ) y la velocidad de rotación de la turbina ( $\vec{U} = \vec{V}_{VC}$ ), se denomina triángulo de velocidades.



Triángulo de velocidades

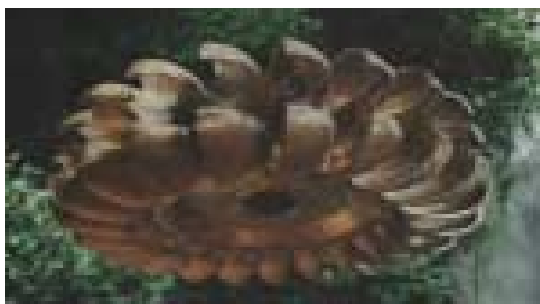


(a)



(b)

Figura 4.2: a) Turbina a gas. Al lado derecho se ve el compresor y al lado izquierdo las tres etapas de expansión de la turbina. b) Acercamiento a la última etapa de expansión de la turbina



(a) Turbina de acción Pelton



(b) Turbina de reacción Kaplan

Figura 4.3: Turbinas hidráulicas.