

## MA38B – Ejercicio 2 – 2007

Prof: R. Cominetti

Auxs: C. Guzmán, F. Olmos

### P1.- *Series de Neumann y aproximaciones sucesivas*

Sea  $E$  un espacio de Banach,  $A : E \rightarrow E$  un operador lineal continuo tal que  $\|A\| < 1$  y sea  $I$  el operador identidad en  $E$ .

1. Pruebe que  $I - A$  posee una inversa continua sobre  $E$  dada por la serie de Neumann:

$$(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$$

y satisfice:

$$\|(I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{1 - \|A\|}$$

2. Pruebe **usando** teorema de punto fijo de Banach que la ecuación

$$\varphi - A\varphi = f$$

posee una única solución para todo  $f \in E$ .

3. Dé un esquema iterativo para encontrar la solución de la ecuación.
4. Describa la ecuación y el método iterativo de resolución para el operador  $J : \mathcal{C}([0, 1]) \rightarrow \mathcal{C}([0, 1])$  definido por:

$$(J(f))(x) = \int_0^1 K(x, y) f(y) dy$$

con  $K : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continua y tal que:  $\sup_{x \in [0, 1]} \int_0^1 |K(x, y)| dy < 1$ .

Tiempo: 1.5 horas  
Sin resumen  
Sin apuntes