

MA36A-Variable Compleja y Funciones Especiales

Profesor: Juan Dávila

Auxiliares: Julio Backhoff y Omar Larré

Clase auxiliar 9

1. Muestre que todo convexo o estrellado (en \mathbb{C}) es simplemente conexo.
2. Suponga que f es analítica y sin ceros en un dominio D . Entonces existe una rama de $\log(f)$ en D si y solo si

$$\oint_{\gamma} \frac{f'}{f} dz = 0$$

para todo camino suave y cerrado en D . Muestre que todas las ramas de $\log(f)$ difieren en un múltiplo entero de $2\pi i$.

3. Sea $\Omega = \{a < \text{Im}(z) < b\}$. Sea f holomorfa en Ω tal que $f(z) = f(z + 1)$. Pruebe que f tiene una expansión en serie de Fourier

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(2\pi i k z)$$

, la que converge uniformemente sobre compactos de Ω . Encuentre una fórmula integral para los coeficientes de la serie.

4. Diremos que una serie $f(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} f_n(z)$, donde las f_n son funciones meromorfas, converge uniformemente sobre compactos si para cada compacto K existe un n_o tal que la serie $\sum_{|n|>n_o} f_n(z)$ converge uniformemente en K . Muestre que $f(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(z-k)^2}$ converge uniformemente sobre compactos.